

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2019.06.013

# 射电日像仪的压缩感知和脏图高斯去噪

李楠宇<sup>1,2</sup>, 柳翠寅<sup>1,3</sup>

(1. 昆明理工大学信息工程与自动化学院, 昆明 650500; 2. 昆明理工大学云南省计算机重点实验室, 昆明 650500)  
3. 昆明理工大学计算中心, 昆明 650500;

**摘要:** 传统的综合孔径射电日像仪成像原理是根据香农采样定理,使用香农采样得到完整的频谱数据,进行反傅里叶变换得到图像.因成像设备及外界环境因素,频谱数据中伴随有大量非真实信号数据,导致所成图像产生大量噪声,通常称为脏图.射电天文领域通常采用相关 Clean 算法处理脏图,得到“干净”的射电图像.为了降低了射电信号的采样成本,而且能得到更“干净”的射电图像,基于射电干涉稀疏成像与压缩感知理论,实现了从不完整的频谱中重建脏图,之后进行噪声去除:采用正交跟踪匹配与特征标志算法完成从稀疏频谱中重建脏图,之后使用三维块匹配算法去除噪声.

**关键词:** 综合孔径射电日像仪; 不完整的频谱; 正交跟踪匹配算法; 特征标志算法; 三维块匹配算法

**中图分类号:** TP520      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0490-6756(2019)06-1073-08

## Compressed sensing of radio heliograph and Gaussian denoising of dirty image

LI Nan-Yu<sup>1,2</sup>, LIU Cui-Yin<sup>1,3</sup>

(Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;  
2. Yunnan Key Laboratory of Computer Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)  
3. Computer Center, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

**Abstract:** The traditional principle of synthetic aperture radio imaging is based on Shannon sampling theorem, which obtain the complete spectrum data with Shannon sampling and the inverse Fourier transform is used to generate the image. Due to the imaging equipment and external environmental factors, the spectrum data is accompanied by a large number of unreal signal, which causes a large amount of noise to be generated in the image, usually called a dirty image. In the field of radio astronomy, the related clean algorithm is usually used to process the dirty image to obtain a "clean" image. In order to reduce the sampling cost of the radio signal and obtain more "clean" radio image, based on radio interference sparse imaging and compressed sensing theory, we realize the reconstruction of the dirty image from the incomplete spectrum, and then removes the noise, orthogonal matching pursuit and feature sign algorithm is used to reconstruct the dirty image from the sparse spectrum and the noise is then removed by block-matching and 3-D filtering.

收稿日期: 2018-10-23

**基金项目:** 国家自然科学基金(11773012); 国家重点研发计划(2018YFA0404603, 2016YFE0100300); 国家自然科学基金委员会-中国科学院天文联合基金(U1831204); 国家自然科学基金委员会-中国科学院天文联合基金(U1531132, U1631129); 国家自然科学基金(11403009, 11463003, 11773012); 广州大学“创新强校工程”项目(2017KZDXM062); 云南省应用基础研究项目(2017FB001); 赛尔网络下一代互联网技术创新项目(NGII20170204)

**作者简介:** 李楠宇(1994-), 男, 硕士生, 研究方向为天文图像处理. E-mail: 908204990@qq.com

**通讯作者:** 柳翠寅. E-mail: liucuiyin@163.com

**Keywords:** Synthetic aperture radio heliograph; Incomplete spectrum; Orthogonal matching pursuit; Feature-sign; Block-matching and 3-D filtering

## 1 引言

宇宙天体除了发射可见光波段,同时也发射不可见的波段射电信号,20世纪50年代末,基于基线干涉的原理,马丁·赖尔提出了综合孔径射电望远镜的设计思想,探测微弱的射电源,攻克了射电探测无法获得射电源图像这一严重缺陷,扩展了天文学家研究分析太阳演化活动工具.射电日像仪器是射电望远镜中的一种,通过接收太阳的射电辐射(该辐射源的傅立叶分量)来分析得出天体的重要特征和状态,如辐射源的结构及其随时间的演化过程<sup>[1]</sup>.上个世纪70年代,赖尔建立了剑桥大学的马德拉射电“五千米阵”射电望远镜<sup>[2]</sup>,同时利用他提出的相位开关技术,提高了射电天文望远镜的分辨率、灵敏度和成像能力,绘出的射电图像已可以与光学照片相媲美.目前,射电综合孔径射电望远镜主要由地面上建造多个固定基线的相关射电干涉仪组成,同一时刻,一台射电干涉仪只能观测到太阳亮度分布的一个傅里叶分量.理论上,在有足够多的射电干涉仪条件下,能够得到一个太阳的所有傅里叶分量,通过逆傅里叶变换,就可以精确地重建该时刻的太阳空间域图像.理想条件下,射电干涉仪数量越多,则采样分布平面(UV)越大.若频域UV覆盖足够完整,则只需逆傅里叶变换就能得到一张“完整”的图像;由于接收信号不可避免地带有噪声,因此影响综合孔径射电成像质量的因素不仅包含射电干涉仪的规模,还包括对得到的图像(称作脏图)中噪声去除技术.

传统的射电望远镜成像处理方法(简称 NQ+Clean)是通过香农采样得到完整的频域信号,然后做反FFT变换,得到“脏图”,再使用 Clean 算法(一种迭代去卷积算法)<sup>[3]</sup>对其去噪.已有的研究如邱耀辉等<sup>[4]</sup>提出的 CLEAN 算法,能有效地消除其中的高斯噪声.在前者的基础上,曲洪东等<sup>[5]</sup>提出了改进 Clean 算法,并与张茂林等<sup>[6]</sup>提出 Multi-Point Clean 算法,进一步增强了去噪效果.冯勇等<sup>[7]</sup>提出了基于 OpenCL 的 MUSER Clean 算法研究与实现,通过并行计算提高了算法速度.邱耀辉等<sup>[8]</sup>提出了天文图像空间域的迭代位移叠加法也能有效地去除噪声.但是上述方法都忽略了一些因素,由于受到地球自转、天气以及其他信号等因素的干扰,射电干涉仪集

群中会存在某些干涉仪无法获取“有效”的信号,而造成一些傅里叶分量的丢失,进而严重影响成像质量.近年来,数学家陶哲轩、美国科学院士 Donoho 提出新的信号获取的压缩感知理论,即 CS(compressive sensing, CS)<sup>[9]</sup>.该理论表明:如果欠采样信号在某些变换域存在稀疏,通过 CS 重建算法,可以存在很大的概率重建出原始信号.基于该数学理论基础,莫禹钧等<sup>[10]</sup>首次验证了 CS 理论在天文信号上的可行性,并给出了图像恢复的结果,均方误差为 0.000 353 446.此外王书振等<sup>[11]</sup>提出了改进的 RLTV 算法,不仅实现了射电日向仪的傅里叶信号重建,也考虑到信号中噪声的去除,但该方法将图像的重建与去除噪声同时处理,最终未取得较好的效果.基于此研究基础,为了在重建的基础上能够取得更好的去除噪声的结果,本文提出了使用 OMP(orthogonal matching pursuit)算法与 Feature-sign 算法(其原本用于稀疏字典学习)处理射电信号的图像 CS 重建;同时,针对重建的频谱信号通过反傅里叶变换而得到的脏图中仍存在大量的噪声,本文采用 BM3D(block-matching and 3-D filtering)算法来得到较为“干净”的图像.经实验证明,本文算法在射电日向仪成像的重建与噪声去除均取得了不错的效果.

## 2 压缩感知

压缩感知理论包含正交基,测量矩阵和压缩感知重建算法.

### 2.1 正交基

本文假设射电日像仪要接收的完整傅里叶信号为  $F(X)$ (通常信号本身稀疏度不高,需要额外的正交基稀疏化),该信号如果在变换域上具有可稀疏性,可将该信号矩阵投影到相应的正交变换基上,常用的正交基有 DCT 正交基<sup>[12]</sup>、DWT 正交基<sup>[13]</sup>.接收的  $F(X)$  为  $N \times N$  矩阵,  $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_n)$  为信号每个独立的子傅里叶分量,代表射电日像仪需要  $n$  个射电干涉仪才能得到完整的傅里叶信号;  $W$  为正交基;  $D$  表示变换域变换.

$$\begin{aligned} F(X) &= [f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_n)], \\ A &= D(F(X)) = WXW^T, \\ WW^T &= I \end{aligned} \quad (1)$$

如果存在等于或小于  $K$  个非零系数,且  $K \leq N$ ,则此信号在该变换域上  $K$  阶稀疏,  $W$  为变换域

对应的正交稀疏基,  $K$  为其稀疏度,  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  为射电日向仪器光学成像的每个图像块。

## 2.2 测量矩阵

若  $F(X)$  在变换域存在  $K$  阶稀疏, 其变换域存在采样冗余, 根据 S 理论, 可以使用满足 RIP (restricted isometry property)<sup>[14]</sup> 性质的测量矩阵  $G$  进行欠采样测量 (测量矩阵和稀疏基非相干), 测量次数  $T$  因测量矩阵的种类不同取不同的值。常用的测量矩阵有: 高斯测量矩阵<sup>[15]</sup>、伯努利矩阵<sup>[16]</sup>、部分傅里叶矩阵<sup>[17]</sup> 和托普利兹矩阵<sup>[18]</sup>。下列公式中  $N$  为信号  $F(X)$  的维度,  $K$  是稀疏度, 测量次数为  $T$ 。

高斯测量矩阵:  $G \sim N(0, \frac{1}{N})$ , 测量次数:  $T \geq 4K$ ,  $K$  为稀疏度。

伯努利矩阵: 概率都为 50%,  $c$  为极小常数。

$$G = \begin{cases} +\frac{1}{\sqrt{N}} \\ -\frac{1}{\sqrt{N}} \end{cases}, \text{测量次数 } T \geq cK \log(N/K)$$

部分傅里叶矩阵:  $G = \text{FFT}(\text{eye}(N, N)) / \sqrt{N}$ , 测量次数为  $T \geq \log(N)^6 / c$ 。

托普利兹矩阵:  $G$  为向量  $u$  (元素随机取值为 +1 或 -1) 通过循环移位得到, 测量次数为  $T \geq 4K$ 。

## 2.3 带噪信号测量和脏图重建

假设信号本身带有噪声  $\eta$ , 射电日像仪器上, 其组成的射电干涉仪分布符合测量矩阵  $G$ , 每个射电干涉仪引入变换单元, 使其映射到变换域上, 其运算规则表示如下。

$$Y = G(D(F(X+h))) = GWF(X+h)W^T \quad (2)$$

CS 重建脏图函数如下。

$$\begin{aligned} \min_{F(X+\eta) \in R^{N \times N}} \|Y - G(D(F(X+\eta)))\|_2 \\ \exists \|D(F(X+\eta))\|_0 \leq K \\ A = D(F(X+\eta)) = WF(X+\eta)W^T \end{aligned} \quad (3)$$

射电信号  $F(X+\eta)$  在变换域  $D$  上的稀疏度为  $K$ ,  $A$  为信号  $F(X+\eta)$  的稀疏表示,  $G$  为测量矩阵, 使用 CS 重建算法, 能得到完整的频谱信号  $F(X+\eta)$ , 通过反傅里叶变换得到脏图  $X+\eta$ , 脏图需要滤波处理。

## 3 相关工作

王书振等<sup>[11]</sup> 提出改进的 RLTV 算法用于射电日像仪成像, 其假设射电信号本身可欠采样, 并加入总变分正则化惩罚项, 公式如下。

$$\min_{X \in R^{N \times N}} \|Y - G(F(X+\eta))\|_2 + \lambda J_{TV}(X+\eta) \quad (4)$$

总变分正则带有一定的去噪效果, 式(4)中,  $X$  为去噪后的干净图像;  $G$  为欠采样测量矩阵;  $F(X+\eta)$  为日像仪接收的傅里叶域的带噪射电信号。该算法直接对该傅里叶信号做欠采样, 假设其本身稀疏,  $\lambda$  为拉格朗日算子, 调节 TV 约束的强度。经过实验分析发现, 该算法对于高斯噪声的去噪能力有限。首先对带高斯噪声的傅里叶信号  $F(X+\eta)$ , 如果其稀疏度不够, 可能影响重建效果, 从而进一步影响去噪效果, 而且虽然指出如果噪声和原始信号分布不同<sup>[19]</sup>, 通过  $\lambda$  调节 L1 惩罚项的约束, 使得一部分噪声难以重建, 也不可避免的丢失源信号中的某些细节, 同理改进的 RLTV 算法的 TV 惩罚项虽然能保留更多的细节特征, 但是也不可避免的重建了噪声。针对上面的问题, 可能使用两种算法来先后处理 CS 重建, 和脏图去噪, 效果会更好。首先本文使用正交小波基对带噪的傅里叶信号进行稀疏化, 再进一步使用  $\|D(F(X+\eta))\|_0$  ( $l_0$  基于贪心思想, 求解更快, 但难得最优) 或  $\|D(F(X+\eta))\|_1$  ( $l_1$  凸优化, 能得最优解, 并且使用 Feature-sign 来加快速度) 这两个正则项保证信号稀疏能高概率重建傅里叶信号  $F(X+\eta)$ , 对重建的脏图使用 BM3D<sup>[20]</sup> 去噪算法来去除噪声。

## 4 压缩感知和 IHT

### 4.1 小波正交基和托普利兹矩阵

本文算法采用基于 sym8 小波的 Mallat 算法<sup>[21]</sup> (通过高通, 低通滤波器) 来得到 DWT 正交基  $G$ , 带噪射电信号  $F(X+\eta)$  在小波域的稀疏表示。

$$A = D(F(X+\eta)) = WF(X+\eta)W^T \quad (5)$$

因为循环位移易于在电子器件上实现, 本文采用托普利兹矩阵作为测量矩阵。

$$Y = G(A) \quad (6)$$

$G$  为向量  $u$  ( $u$  向量的每个元素随机取值为 +1 或 -1) 通过循环移位得到。

### 4.2 OMP 重建脏图

与 2.3 相同, 射电日像仪的压缩感知模型如下表示。

$$\begin{aligned} \min_{F(X+\eta) \in R^{N \times N}} \|Y - G(D(F(X+\eta)))\|_2 \\ \exists \|D(F(X+\eta))\|_0 \leq K \end{aligned} \quad (7)$$

$A = D(F(X+\eta)) = WF(X+\eta)W^T$   
完整的傅里叶频谱带噪信号为  $F(X+\eta)$ , 其在小

波域 DWT 上存在稀疏度为  $K$  的稀疏表示,通过随机托普利兹矩阵  $G \in R^{N \times M}$  ( $N > M$ ) 做了  $4K$  次欠采样测量,存在高概率能重建出完整的傅里叶频谱. 式(7)是 NP hard 问题<sup>[22]</sup>, 可通过贪心算法快速求解,如 Mallat 等人<sup>[23]</sup>提出 MP(matching pursuit)算法,为了得到更快的求解速度已满足天文射电望远镜的实时性,使用 OMP (orthogonal matching pursuit)算法,其为 PATI 等人<sup>[24]</sup>提出的一种重要的贪婪逼近算法. 其将原子的正交化的思想,加入 MP 算法, OMP 算法相比 MP 算法,迭代次数更少. 使用 OMP 重建脏图描述如算法 1.

#### 算法 1 OMP 算法

输入:  $Y = [y_1, y_2, y_3, \dots, y_n]$ ,  $Y \in R^{d \times n}$ ,  $G \in R^{d \times k}$

1) For  $t=1, 2, \dots, 4K$ ;

2) For  $i=1$  to  $N$  do;

3)  $r_0 = y_i, Y_0 = \emptyset, A_0 = \emptyset$ ;

$\xi_t = \arg \max | \langle r_{t-1}, G \rangle |$ ,  $Y_t = Y_{t-1} \cup \xi_t, A_t =$

$A_{t-1} \cup G(:, \xi_t)$

$\hat{D}(f(x+\eta))_t =$

$\arg \min_{x_i} \|y_i - A_t D(f(x_i + \eta))\| = A_t^+ y_i$

4)  $r_t = y_i - A_t x_t$

5) end for,  $F(X+\eta) = D^T D(F(X+\eta))$

6)  $X+\eta = F^T F(X+\eta)$

输出:  $X+\eta$

完整的射电信号分为  $n$  个独立分量,  $[y_1, y_2, y_3, \dots, y_n]$  为射电干涉仪测量的结果(个数不足, 欠采样), 每个干涉仪通过 OMP 重构和反傅里叶变换得到光学图像块, 最后得到完整的光学脏图.

#### 4.3 Feature-sign 重建脏图

虽然 OMP 求解速度快, 但 OMP 使用了贪婪的算法思想, 其解往往难以找到最优, 所以存在结果不稳定, 不够精确<sup>[25]</sup>. 幸运的是, 现在的研究表明<sup>[26-27]</sup>, 只要  $D(F(X+\eta))$  足够稀疏(论文<sup>[28]</sup>证明了图像在小波域存在很高的稀疏度), 可以用以下式(8)替代式(7), 即用  $\ell_1$  范数替代  $\ell_0$ ,  $\lambda$  为拉格朗日常数, 需要手动设置.

$$\min_{F(X+\eta) \in R^{N \times N}} \|Y - G(D(F(X+\eta)))\|_2 + \lambda \|D(F(X+\eta))\|_1 \quad A = D(F(X+\eta)) = WF(X+\eta)W^T \quad (8)$$

Feature-sign<sup>[29]</sup> 其原本用于稀疏字典求解, 稀疏字典在图像超分辨率重建<sup>[30]</sup>, 识别<sup>[31-32]</sup>, 图像去噪<sup>[33]</sup> 上有着广泛的应用, 如下式所示.

$$\min_{S \in R^{N \times N}} \|Y - BS\|_2 + \lambda \|S\|_1 \|B\|_2 < c \quad (9)$$

式中,  $B$  为训练好的稀疏字典;  $Y$  为原图像;  $S$  为求解的稀疏表示. 因为相比于其他  $\ell_1$  凸优化<sup>[33-34]</sup>, feature-sign 求解速度更快. 式(8)与式(9)存在一定的相似性, 所以本文使用 feature-sign 来求解式(8)的  $A = D(F(X+\eta))$ , 为了计算方便  $F(X+\eta)$  会实部, 虚部分开计算, 具体如算法 2 所示.

#### 算法 2 Feature-sign

输入:  $Y = [y_1, y_2, y_3, \dots, y_n]$ ,  $Y \in R^{d \times n}$ ,  $G \in R^{d \times k}$

1) For  $t=0$

2) For  $i=1$  to  $N$  do;

3)  $j = \arg \max_j \frac{\partial \|y_i - G(D(f(x_i + \eta)))\|_2}{\partial D(x_i^{(j)} + \eta)}$

$$P^{(j)} = \frac{\partial \|y_i - G(D(f(x_i^{(j)} + \eta)))\|_2}{\partial D(f(x_i^{(j)} + \eta))}$$

4) if  $P^{(j)} > \lambda$ , then  $D(f(x_i^{(j)} + \eta)) = \frac{\lambda - P^{(j)}}{G_j^T G_j}$ ;

else if  $P^{(j)} < -\lambda$ , then  $D(f(x_i^{(j)} + \eta)) = \frac{-\lambda - P^{(j)}}{G_j^T G_j}$ ;

else if  $|P^{(j)}| \leq \lambda$ , then  $D(f(x_i^{(j)} + \eta)) = 0$ , break;

5) while true, do

6)  $\delta = \text{find}(D(f(x_i + \eta)) \neq 0)$ ;  $G_\delta = G(:, \delta)$ ;

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \|y_i^{(\delta)} - G_\delta D(f(x_i^{(\delta)} + \eta))\|_2}{\partial D(f(x_i^{(\delta)} + \eta))} +$$

$$\lambda \text{sign}(D(f(x_i^{(\delta)} + \eta))) = 0$$

$$D(f(x_{\text{new}} + \eta)) = (G_\delta^T G_\delta)^{-1} (G_\delta^T y_i^{(\delta)} -$$

$$\lambda \text{sign}(D(f(x_i^{(\delta)} + \eta))))$$

7) if  $\text{sign}(D(f(x_i^{(\delta)} + \eta))) = \text{sign}(D(f(x_{\text{new}} + \eta)))$

then  $D(f(x_i^{(\delta)} + \eta)) \leftarrow D(f(x_{\text{new}} + \eta))$ , break

else if perform a discrete line search;

8) end for  $F(X+\eta)_t$

9)  $t = t + 1$ ;

10) end for

11)  $X+\eta = F^T F(X+\eta)$

输出:  $X+\eta$

#### 4.4 BM3D 脏图去噪

从 4.2 和 4.3 的压缩感知可以重建出脏图, 如果脏图存在高斯噪声, 本文使用 block-matching and 3-D filtering (BM3D) 算法做去噪处理, BM3D 算法为非局部多点型算法<sup>[20]</sup>, 其最早用于自然图像去噪, 对高斯噪声有很强的去噪能力. 其主要包含两个步骤  $F_1$  和  $F_2$ .

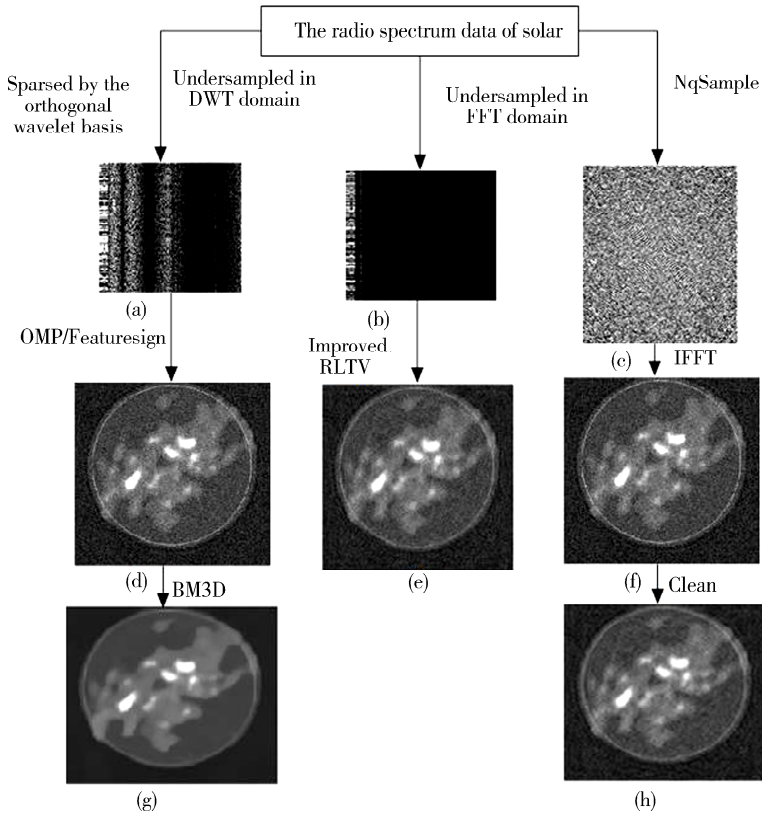
$F_1$ : 把脏图分为大小相同(维度为  $K \times K$ ) 的小块, 选出其中一块, 作为搜索块, 于其他区域块进行

相似度聚类,使用硬阈值滤波器滤波(防止因噪声的影响,相似的块可能差异大)使用  $L_2$  范数得到不同块的度量结果,设定参数作为评定指标,高的保留,低的丢弃,得到聚类三维矩阵  $k * k * S$ (共  $S$  个图像块),通过反变换得到初步去噪的二维脏图。

$F_2$ : 把  $F_1$  得到的初步去噪脏图再次分为大小相同(维度为  $K * K$ )的小块,选出其中一块,作为搜索块,于其他区域块进行相似度聚类,并使用维

纳滤波代替前面的硬阈值滤波,通过反变换得到相对干净的射电日像仪成像。

其中,  $F_1$  可有效去除噪声,  $F_2$  可恢复更多的图像细节,本文设定硬阈值滤波设置阈值为 0.14,大小为 8,步长为 3. 维纳滤波参数为 2.0;大小为 8,步长为 3. 综上所述,本文给出射电日向仪的成像流程图如图 1 所示。



(a) 小波域欠采样的可视化:  $G(D(F(X+\eta)))$ ; (b) FFT 域欠采样的可视化:  $G(F(X+\eta))$ ; (c) FFT 域全采样的可视化:  $F(X+\eta)$ ; (d) 我们的算法得到的脏图:  $X+\eta$ ; (e) 改进的 RLTV 得到的“干净”图像; (f) 香农采样得到的脏图; (g) 本文的算法得到的“干净”图像; (h) NQ+Clean 算法得到的“干净”图像

图 1 本文的算法,改进的 RLTV 算法和传统算法的射电日向仪的成像流程

Fig. 1 Flow char of imaging process of radioheliograph of our algorithm, improved RLTV algorithm and traditional algorithm

图 1 中从左到右分别为本文的算法 (Feature-sign/OMP+BM3D), Improved RLTV 和传统的 NQ+Clean 算法<sup>[34]</sup>的成像步骤. 综合孔径射电日像仪器,由射电干涉仪 (correlation radio interferometers) 组成,其数量决定对太阳的完整傅里叶频谱的带噪信号 (full frequency domain signal of sun with noise) 的采样率,传统的算法需要足够多的射电干涉仪,来完成香农采样,而本文的算法 (改进的 RLTV 算法) 只需要相对少的射电干涉仪做欠采样;之后使用 BM3D 算法进行去噪,其相比 Clean 算法,更能去除脏图里的高斯噪声。

## 5 基于射电日像仪 CS 重建和脏图去噪的实验

实验分为两个部分: (1) 评价 OMP 算法和 Feature-sign 的天文脏图重建性能; (2) 评价 Feature-sign+BM3D 算法,改进的 RLTV,香农采样+Clean 算法 (简称为 NQ+Clean) 的重建加去噪得到干净图像的质量. 类似<sup>[11,35]</sup>,本文使用 3 000 条不同时刻,不同辐射强度的干净的射电日像仪 (已经经过处理) 傅里叶信号,维度为 2 维度的矩阵,每个数值为复数 (实部和虚部数值分别采用二值化存

储),其保存格式为 FITS 格式. 本文对其进行读取,并通过反傅里叶得到干净图像作为第二部分干净图像质量评价的标准;在原 3 000 条数据分别加入标准差  $e$  为 15, 25, 50 的频率上的高斯噪声(共 9 000 条数据,编号为 1 到 9 000),模拟带噪射电傅里叶信号采样,作为以上算法的输入,其反傅里叶变换得到的脏图作为第一部分天文脏图重建性能的评价标准,本文使用 PSNR 作为量化指标.

$$PSNR = 20 * \log_{10}(255 / \sum \sum (|X' - X|^2)) \quad (10)$$

式中,  $X'$  为算法得到的结果;  $X$  为评价标准(实验第一部分是脏图,第二部分是干净图像). 数据包含的太阳图像有着不同辐射强度,加入的噪声强度也不同,所以每张数据的重建,去噪效果的 PSNR 都会不同,所以本文计算其平均值.

### 5.1 天文脏图重建性能比较

本文使用 OMP 算法和 Feature-sign( $\lambda = 10$ ) 分别对以上的 9 000 条数据做欠采样重建,衡量其重建效果,如图 2 所示,横坐标为数据的编号,纵坐标为该数据的重建的 PSNR.

如图 2 所示,横坐标为数值的选择,纵坐标为对数据集重建的平均 PSNR.

PSNR 越大,表示去噪重建效果越好(原脏图百分百还原,则 PSNR=100). 从图 2 和图 3 可以看出,益于的凸优化求解,Feature-sign 算法的表现明显优于 OMP 算法,在不同  $\lambda$  对应不同的约束程度,大部分条件下,Feature-sign 算法的平均 PSNR 还是优于 OMP.

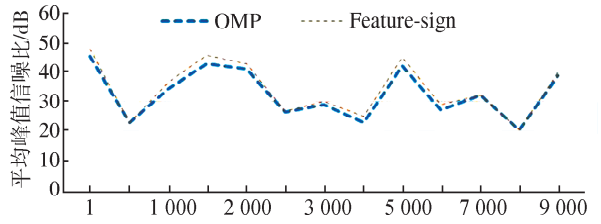


图 2 使用平均峰值信噪比评价的重建性能比较  
Fig. 2 Comparison of reconstruction performance in average PSNR

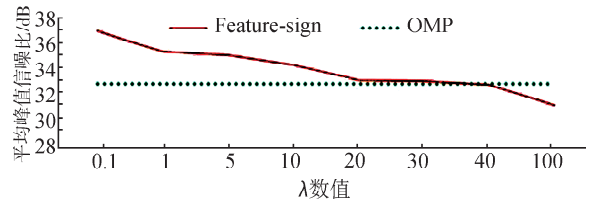
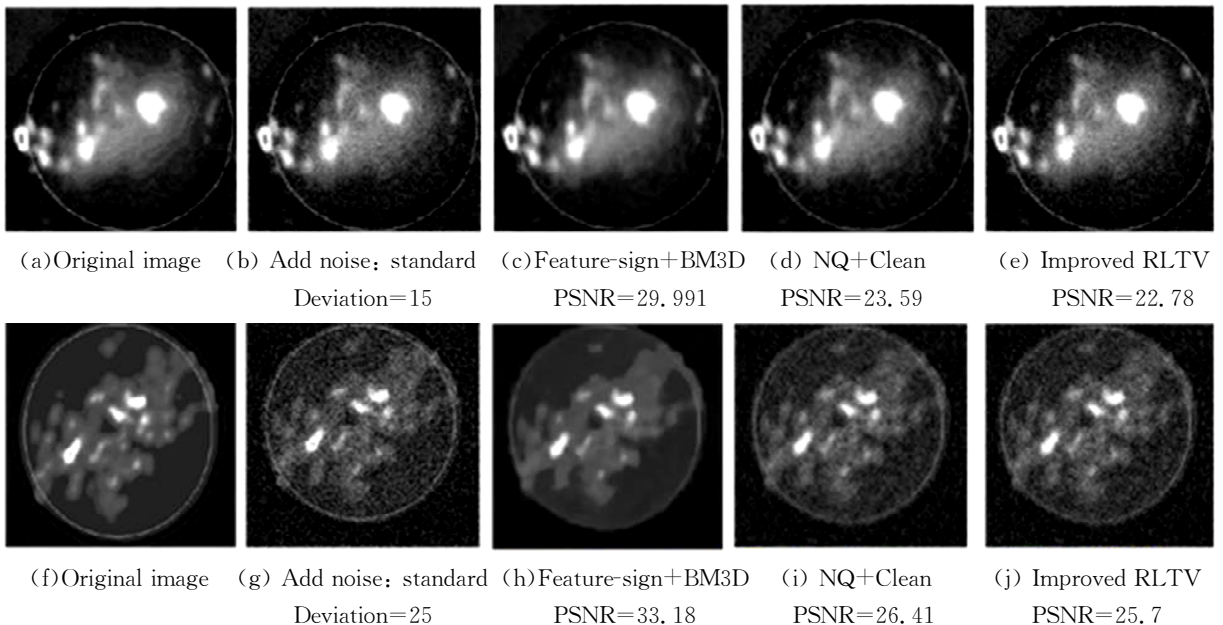


图 3  $\lambda$  数值的选择  
Fig. 3 Selection of lambda values

### 5.2 天文脏图重建和去噪

考虑到实验流程包括重建和去噪两个部分,本文使用 Feature-sign+BM3D 算法 NQ+Clean 算法, Improved RLTV 算法做比较,在不同的图片,添加不同的噪声,其结果如图 4 所示,对应不同的标准差的高斯噪声,其原图中的云状物质为太阳的辐射源区域,如果该算法成像中,该区域细节越多,高斯噪声越少,则成像效果越好. 这三种算法的重建和去噪的结果如表一所示,对于不同的标准差的高斯噪声,PSNR 为 3 000 条数据的平均结果,可以看出本文的算法(Feature-sign+BM3D 算法)还是明显优于其他算法.



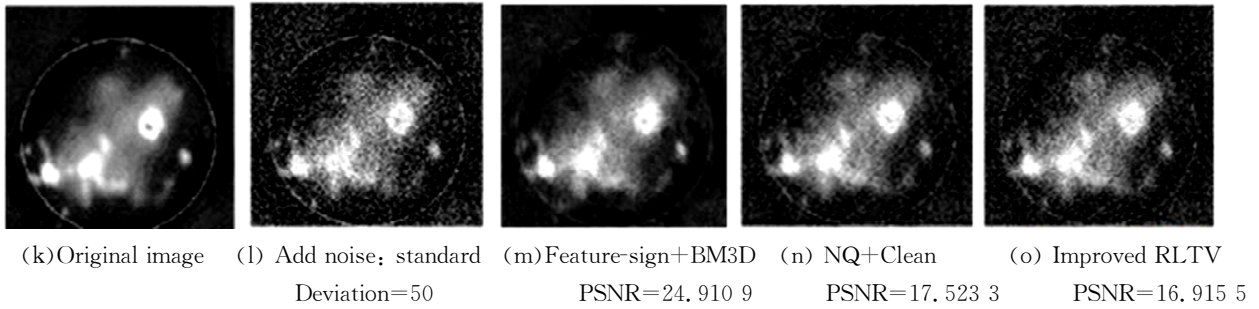


图 4 不同图像不同噪声的重建去噪结果

Fig. 4 Reconstructed denoising results of different noises in different images

表 1 图像重建和去噪的平均峰值信噪比评价

Tab. 1 The evaluation of average PSNR for image reconstruction and denoising

Algorithm	NQ+Clean	Improved RLTV	Feature-sign+BM3D
$e=15$	24.49	23.68	31.7
$e=25$	23.37	23.05	29.7
$e=50$	21	16.5	26.46

## 6 结 论

鉴于改进的 RLTV 使用同一个算法解决脏图重建和脏图去噪两个问题的增强效果有些乏力,因此本文直接采用两种方法分别对图像进行重建和去噪。在本文中,首先引入小波正交基使原傅里叶的射电信号稀疏化;再做欠采样,分别用 OMP 算法或 Feature-sign 完成 CS 重建;最后用 BM3D 算法去除脏图的噪声,最终得到一张“好”的结果图像。通过与其他算法比较,证实了本文算法的可行性与优越性。在未来,本文将研究有条件的压缩感知,引入监督信息。

### 参考文献:

[1] 耿立红, 颜毅华, 宋庆辉, 等. 明安图射电频谱日像仪高频阵模拟接收机研制[J]. 天文研究与技术, 2016, 13: 160.

[2] Napier P J, Thompson A R, Ekers R D. The very large array: design and performance of a modern synthesis radio telescope [J]. Proc IEEE, 1983, 71: 1295.

[3] Clark B G. An efficient implementation of the algorithm 'CLEAN' [J]. Phys Dark Universe, 1980, 89: 377.

[4] 邱耀辉, 刘忠, 卢汝为, 等. CLEAN 算法在天文图像空域重建中的应用[J]. 天文研究与技术, 2000, 1: 9.

[5] 曲洪东, 翟龙军, 姜永华, 等. 基于改进 CLEAN 算法的毫米波综合孔径成像重建方法研究[J]. 中国电子科学研究院学报, 2012, 7: 510.

[6] 张茂林, 周建锋. 最大熵与 MP-CLEAN 方法对扩展源图像重建的比较[J]. 天文研究与技术, 2016, 13: 100.

[7] 冯勇, 陈坤, 邓辉, 等. 基于 OpenCL 的 MUSER-CLEAN 算法研究与实现[J]. 天文学报, 2017, 58: 55.

[8] 邱耀辉, 刘忠, 卢汝为, 等. 天文图像空域重建新方法: 迭代位移叠加法 [J]. 光学学报, 2001, 21: 186.

[9] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Trans Inform Theory, 2006, 52: 1289.

[10] 莫禹钧, 柏正尧, 黄振, 等. 基于随机解调器的射电天文信号的采样与恢复算法[J]. 南阳理工学院学报, 2014, 6: 24.

[11] 王书振, 谢琨, 李莉, 等. 一种用于射电图像重建的改进 RLTV 算法[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2017, 44: 72.

[12] Strang G. The discrete cosine transform [J]. Siam Review, 1999, 41: 135.

[13] 王莉莉, 陈国彬, 张广泉. 基于小波蚊子的车联网性能评价方法[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2018, 55: 271.

[14] Foucart S. Sparse recovery algorithms: sufficient conditions in terms of restricted isometry constants [J]. Springer Pr Math, 2012, 13: 65.

[15] Donoho D L, Gavish M, Montanari A. The phase transition of matrix recovery from Gaussian measurements matches the minimax MSE of matrix denoising [J]. Natl ACAD USA, 2013, 110: 8405.

[16] Chen Y, Peng J. Influences of preconditioning on the mutual coherence and the restricted isometry property of Gaussian/Bernoulli measurement matrices [J]. Linear Mul Al, 2015, 64: 1.

[17] Yu N Y, Ying L. Deterministic construction of Fourier-based compressed sensing matrices using an

- almost difference set [J]. *Eurasip J Adv in Sig Pr*, 2013, 2013: 1.
- [18] Bryc W, Dembo A, Jiang T. Spectral measure of large random hankel, markov and toeplitz matrices [J]. *Ann Probab*, 2006, 34: 1.
- [19] 张杰, 朱奕, 史小平. 压缩感知的天文图像去噪算法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2017, 49: 78.
- [20] Bobin J, Starck J L, Ottensamer R. Compressed Sensing in Astronomy [J]. *IEEE J-STSP*, 2008, 2: 718.
- [21] 顾明亮, 刘俊. 表面肌电信号的小波消噪改进算法 [J]. *上海电机学院学报*, 2017, 20: 215.
- [22] Md M H, Kaushik M. An improved smoothed approximation algorithm for sparse representation [J]. *IEEE T Signal Proces*, 2010, 58: 2194.
- [23] Mallat S G, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. *IEEE T Signal Proces*, 1993, 41: 3397.
- [24] Pati Y C, Rezaiifar R, Krishnaprasad P S. Orthogonal matching pursuit; recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]// *Conference on Signals, Systems & Computers*. [S. l.]:[s. n.], 2002.
- [25] Zhao C, Zhu H, Cui S, *et al.* Multiple endmember hyperspectral sparse unmixing based on improved OMP algorithm [J]. *哈尔滨工业大学学报: 英文版*, 2015, 2015: 97.
- [26] Candes E J, Tao T. Decoding by linear programming [J]. *IEEE T Inform Theory*, 2005, 51: 4203.
- [27] Donoho D L. Compressed sensing [J]. *IEEE T Inform Theory*, 2006, 52: 1289.
- [28] Li H, Liu F. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries in wavelet domain [C]// *Proceedings of International Conference on Image & Graphics*. [S. l.]: IEEE Computer Society, 2009.
- [29] Lee H, Battle A, Raina R, *et al.* Efficient sparse coding algorithms [C]// *International Conference on Neural Information Processing Systems*. [S. l.]: MIT Press, 2006.
- [30] 杨晓敏, 吴炜, 干宗良, 等. 一种基于稀疏字典和残余字典的遥感图像超分辨重建算法 [J]. *四川大学学报: 工程科学版*, 2015, 47: 71.
- [31] Mairal J, Bach F, Ponce J, *et al.* Online learning for matrix factorization and sparse coding [J]. *Mach Learn Res*, 2009, 11: 19.
- [32] Yang M, Zhang L, Feng X, *et al.* Sparse representation based fisher discrimination dictionary learning for image classification [J]. *Int J Comput Vision*, 2014, 109: 209.
- [33] Bai J, Song S, Fan T, *et al.* Medical image denoising based on sparse dictionary learning and cluster ensemble [J]. *Soft Comput*, 2018, 22: 1.
- [34] Theorem N S S. Nyquist-shannon sampling theorem [M]. [S. l.]: Betascript Publishing, 2016.
- [35] 王书振, 李莉, 邹子健, 等. 压缩感知框架下的太阳图像重建方法 [J]. *西安电子科技大学学报: 自然科学版*, 2013, 40: 76.

#### 引用本文格式:

- 中文: 李楠宇, 柳翠寅. 射电日像仪的压缩感知和脏图高斯去噪 [J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2019, 56: 1073.
- 英文: Li N Y, Liu C Y. Compressed sensing of radio heliograph and Gaussian denoising of dirty image [J]. *J Sichuan Univ: Nat Sci Ed*, 2019, 56: 1073.