

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2020.03.019

# 低能康普顿散射模拟模型在高纯锗探测器中的研究

顾 鹏, 乔琛凯, 林兴德, 刘书魁, 杜 强, 幸浩洋, 唐昌建  
(四川大学物理学院, 成都 610064)

**摘要:** 国际上 CDEX、CDMSlite 等实验组, 在开展直接暗物质探测实验中, 发现高能光子本底的来源之一。高能光子在高纯锗探测器中会产生低能本底, 这些本底来自于康普顿散射的影响。分析发现低能本底的结构有台阶出现, 这与经典理论预测的结果相悖。这是由于原子中电子处于束缚状态, 并具有一定的动量, 因此康普顿散射在低能部分受到影响。现在已经有低能康普顿散射理论 Impulse Approximation(IA) 考虑到电子的这些效应, 并且应用到模拟实验软件 Geant4 中。IA 理论框架下的模拟模型有三个: Livermore 模型、Penelope 模型和 Monash 模型。我们发现三个模型在 keV 能级以下能谱有康普顿台阶出现, 与经典康普顿能谱相比有明显减少。经过计算, 在 K 壳层的台阶高度比例分别为 95.92%、92.87% 和 96.68%, 这与只考虑束缚效应而计算出的 93.73% 不同。三个模型 keV 能级以下时有大约 10% 的差异。

**关键词:** 康普顿散射; 模拟; 低能量本底

**中图分类号:** O572.21+2      **文献标识码:** A      **文章编号:** 00490-6756(2020)03-0535-04

## The research of low energy compton scattering model in simulation by high purity germanium detector

GU Peng, QIAO Chen-Kai, LIN Xing-De, LIU Shu-Kui,  
DU Qiang, XING Hao-Yang, TANG Chang-Jian  
(College of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** Direct dark matter detection experiments such like CDEX, CDMSlite collaborations pursue the searches with germanium detectors at low energy region. Measurements indicate one of the main background sources is originated from high energy gammas through Compton scattering and its spectra appears the step structures at electronic orbital energies. The result has contradiction with classical Compton model. In reality, high energy gammas interact with the bound electrons in atoms in terrestrial detectors. The low energy Compton scattering theory is depended on impulse approximation(IA) framework. This work aims at low energy spectra via atomic Compton scattering models in Geant4 software. The work has been carried out the comparison of Livermore model, Penelope model as well as Monash model in the simulation framework. The ratios of the step structure at K-shell are 95.92%, 92.87%, 96.68%, respectively, which reflects the bound electron effect. Spectra at sub-keV energy region demonstrates a 10% discrepancy among those models.

**Keywords:** Compton scattering; Simulation; Low energy background

收稿日期: 2019-03-09

基金项目: 国家自然科学基金(11475099, 11475117)

作者简介: 顾鹏(1993—), 男, 硕士研究生, 河南省信阳市人, 研究方向为暗物质探测. E-mail: gu25316@yeah.net

通讯作者: 林兴德. E-mail: stlin@scu.edu.cn

## 1 引言

大量研究表明,人们所观测到的可见物质在宇宙中只占了 5% 左右,还有 27% 的物质并不了解,这些物质几乎不参与人们所知的所有相互作用,却又在宇宙中扮演着重要角色,我们称之为暗物质<sup>[1-3]</sup>,剩余 68% 则是暗能量。在探测暗物质的过程中,暗物质事件是稀少的,即使探测到暗物质信号也会被淹没在无数的本底信号中,尤其是 gamma 以及中子信号<sup>[4]</sup>。这些信号无法完全屏蔽,只能通过能谱分析将其排除,因此必须研究清楚这些已知粒子的能谱构成,才能有效筛选出我们想要的信号。也因此在暗物质探测中,理解本底并消除本底至关重要<sup>[5]</sup>。

低能区的本底能谱结构复杂,对于光子能谱,在低能部分的康普顿能谱受到原子结构影响很大,因此研究低能康普顿散射对解析低能本底有重要作用<sup>[6]</sup>。我们研究了康普顿散射在模拟软件中的过程,不但有助于实验进行,还能通过实验结果验证模拟的不足,从而改进模拟的效率和正确性,推进实验进程。

在粒子物理和物理实验方法中,经典康普顿散射理论假设电子是自由电子,并且假设电子在碰撞前处于静止状态,微分截面由 Klein-Nishina 公式给出<sup>[7]</sup>。然而实际上原子中的电子并非是自由的,这些电子被束缚在原子壳层中,不但会受到原子核的束缚以及其他电子影响,并且还带有一定的动量。原子的束缚效应和束缚电子的运动都会对康普顿能谱产生较大影响,在低动量传递下的康普顿散射中表现得尤为明显。因此在低动量传递的康普顿散射中,经典康普顿散射理论已经不再适用。本文通过模拟来研究低能区的康普顿散射,探究原子的束缚效应对康普顿散射的影响。

## 2 原子康普顿散射理论

康普顿散射是描述光子与自由电子之间的碰撞而产生的散射效应,经典 Klein-Nishina 理论中的微分截面用如下公式进行计算,

$$\left[ \frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{KN} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{\omega_f}{\omega_i} \right)^2 \left( \frac{\omega_f + \omega_i}{\omega_i} - \sin^2 \theta \right)$$

$$\omega_f = \omega_e = \frac{\omega_i}{1 + \frac{\omega_i}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

其中,  $\omega_f$  是出射光子能量,  $\omega_i$  是入射光子能量,  $\theta$  是

对应的散射角,  $r_0$  是经典电子半径。经典康普顿散射能谱如图 1 所示。

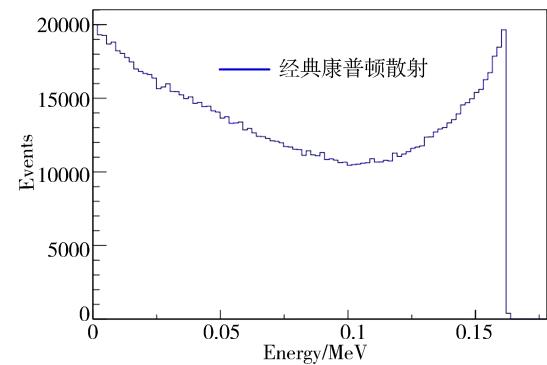


图 1 模拟经典康普顿散射能谱,横轴为光子在锗探测器中的沉积能量

Fig. 1 Classical Compton scattering spectrum in simulation, the  $x$ -axis is the deposition energy in germanium detector

然而在实际探测中必须考虑在低动量传递下束缚电子的对康普顿散射的影响,为了描述这一影响,人们已经发展出来一些新方法。这些方法中,具有代表性的是 Impulse Approximation (IA) 理论<sup>[8]</sup>,在这种理论框架下,康普顿散射微分截面通过一个叫做散射函数的因子进行修正。

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{KN} \times SF(x)$$

散射函数是描述在康普顿效应中实际参与过程的等效电子数,该函数与两个参数有关,一个是初始光子能量,另一个是康普顿散射角。虽然散射函数依赖两个变量,但是在计算中不需要分别处理两个变量,可以将其转变成一个单独变量  $x$ 。

$$x = \frac{\omega \sin(\theta/2)}{12.3984}$$

$x$  相当于动量传递,因此研究低动量传递的康普顿效应实际上需要做的就是让入射光子能量尽量低,散射角度尽量小。

## 3 康普顿散射模拟

### 3.1 康普顿散射模拟算法

本文采用 Geant4.10.3 进行模拟工作,该软件对于模拟实验具有很高的指导价值,其中关于康普顿效应,该软件建立了几个模拟低动量转移康普顿效应的算法模型,分别是 Livermore 模型<sup>[9]</sup>、Penelope 模型<sup>[10]</sup>、Monash 模型<sup>[11]</sup>以及经典康普顿效应模型。前三个模型就是以 IA 理论作为框架而设计的几种算法模型。

软件中 Livermore 模型是建立在 IA 理论上的

两体碰撞, 只有一个散射平面, 处理散射函数时, 使用了 Hubbell 的理论计算数据<sup>[11]</sup>, 并用解析函数进行了拟合, 将 Hubbell 的数据连续化。Monash 模型是由澳大利亚的 Monash 大学设计, 他们将粒子的运动分解为三维运动, 粒子不局限于一个散射平面, 而散射函数的处理方法与 Livermore 模型相同。Penelope 模型是根据阿根廷科尔多瓦大学的算法进行设计的, 对粒子运动的处理与 Livermore 模型相同, 散射函数则是通过插值法将 Hubbell 的计算数据连续化。三个模型在光子能量适用范围上都是 100 eV~100 GeV, 能量低于 100 eV 时, 散射函数设为 0。

### 3.2 康普顿散射模拟设置

为了模拟真实的低动量转移康普顿散射实验, 我们用高纯锗作为主探测器, 它的直径与高都是 1 cm 的圆柱体, 以 CsI 晶体闪烁体作为符合探测器, 用来收集康普顿散射光子。假设周围环境是真空环境, 以减小空气对光子的散射而产生的误差, 为使模拟更简便, 将入射粒子设计成点源并固定为同一发射方向, 入射光子能量为 300 keV。当光子在高纯锗探测器中发生康普顿散射后, 电子会在高纯锗内沉积能量, 光子有机会不再发生其他相互作用而穿过探测器, 然后被 CsI 闪烁体探测器收集到。

### 3.3 康普顿散射模拟实验结果

图 2 为模拟的所有在高纯锗探测器中发生康普顿散射的能谱。从模拟结果上来看, 在低能区域经典康普顿散射与修正后的康普顿散射有明显差距。IA 框架下的康普顿散射在低能区都有台阶出现, 如图 2(a)所示, 并且台阶所对应的能量等于电子的电离能。而经典康普顿散射并未有台阶出现, 说明经典康普顿散射并未考虑在能量接近原子中电子电离能时束缚态对电子的影响。在康普顿散射中电子的多体效应非常明显, 使得在低能区实际参与过程的电子并非原子中全部的电子。在康普顿散射边缘, 可以发现经典康普顿散射是截断的, 即电子具有动量这个特征不能表现出来。而在模拟中, 修正后的康普顿散射能谱则表现出了这些信息。由此可见, 当想要真正的暗物质信号时, 必须完全了解低能本底的构成。

图 2(a)中, Livermore 模型和 Monash 模型的主要区别在散射粒子运动学的处理上, 从模拟结果上可以看出能谱几乎重合, 只有极小的差别, 并且总的康普顿事例一致, 这也说明电子三维的运动学

对能谱影响小。当我们关注低能区部分时, 也就是接近锗原子的束缚能时, 可以发现 Monash 模型能谱在低能部分康普顿事例比 Livermore 模型多许多, 已经超出蒙特卡洛模拟的统计误差, 如图 2(b) 所示。对于 Livermore 模型, 由于它是二维运动学模型, 在处理散射角时只对极角  $\theta$  进行取样, 而方位角  $\phi$  当做 0。Monash 模型是对极角  $\theta$  和方位角  $\phi$  都进行了取样。因此 Monash 模型的康普顿事例也就与 Livermore 模型不同, 它们的差异在低能部分比较明显。Penelope 模型对于康普顿散射的处理依赖于能区, 入射光子能量高于 5 MeV 采用 Klein-Nishina 方法, 而低于 5 MeV 的入射光子, 则采用插值法获得散射函数值。这个模型运动学处理依然是限定在二维的散射平面, 结果与 Livermore 模型相近。经过计算, 能量在原子 k 能级 (0.011 keV) 时, 台阶的高度比例分别是 95.92%、92.87% 和 96.68%, 但只考虑束缚电子时, 这个比例应该为 93.75%。从图中可以看到, 在低能部分三个模型的差异约有 10%。

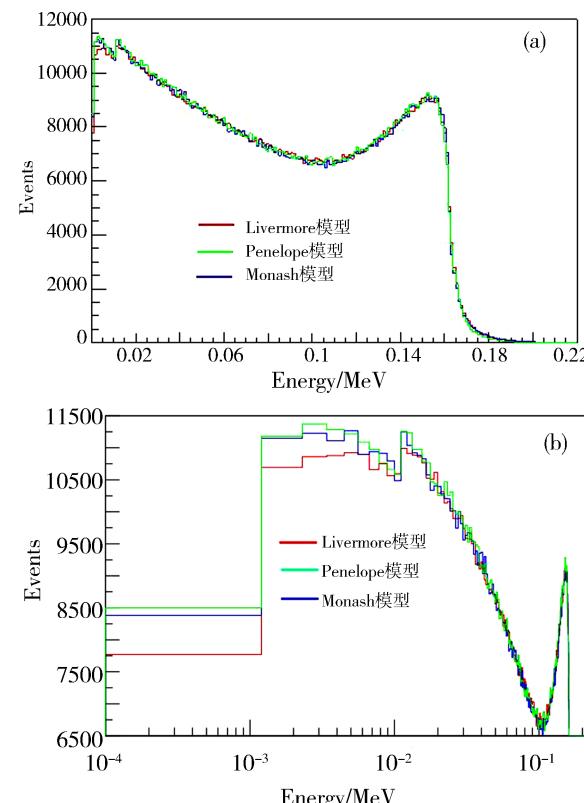


图 2 三个模型的康普顿散射能谱: (a) 对数坐标康普顿散射能谱; (b) 线性坐标康普顿能谱

Fig. 2 Compton scattering spectrum about three model:  
(a) logarithmic coordinates Compton spectrum;  
(b) linear coordinates Compton spectrum

## 4 结 论

本文通过 Geant4 模拟软件研究了暗物质探测中的康普顿散射背景。在 IA 框架下,利用三种模拟算法:Livermore 模型、Penelope 模型和 Monash 模型进行了模拟实验。模拟结果显示,与经典康普顿散射模型相比,IA 框架下的模型在低能区均有康普顿台阶出现,说明在 IA 理论下原子的束缚效应已经被考虑进模型中。经过比较模型之间的差异,发现三者在全角度康普顿散射能谱中,高能区能谱差异并不明显,而低能区差异较为明显,高度大约有 10% 的差异。在锗原子 k 壳层能级处,三个模型的台阶比例分别为 95.92%、92.87% 和 96.68%。低能区 10% 的差异可以通过高纯锗探测器探测,并给出较为准确的结果,因此可以通过设计一个低能康普顿散射实验来验证模型的优劣。

## 参 考 文 献:

- [1] Aprile E, Aalbers J, Agostini F, *et al.* Dark matter search results from a one ton-year exposure of XENON1T [J]. Phys Rev Lett, 2018, 121: 111302.
- [2] Bennett C L. The microwave anisotropy probe (MAP) mission [J]. Astrophys J, 2003, 583: 1.
- [3] Cui X Y, Abdusalam A, Chen W, *et al.* Dark matter result from 54-ton-day exposure of PandaX-II experiment [J]. Phys Rev Lett, 2017, 119: 181302.
- [4] Liu S K, Yue Q, Knag K J, *et al.* Constraints on axion couplings from the CDEX-1 experiment at the China Jinping underground laboratory [J]. Phys Rev D, 2017, 95: 052006.
- [5] Agnese R, Aramaki T, Arnquist I J, *et al.* Results from the super cryogenic dark matter search experiment at Soudan [J]. Phys Rev Lett, 2018, 120: 061802.
- [6] Ramanathan K, Kavner A, Chavarria A E, *et al.* Measurement of low energy ionization signals from Compton scattering in a charge-coupled device dark matter detector [J]. Phys Rev D, 2017, 96: 042002.
- [7] Klein O, Nishina Y. Über die Streuung von Strahlung durch freie elektronen nach der neuen relativistischen quantendynamik von Dirac [J]. Z Phys, 1929, 52: 853.
- [8] Ribberfors R. Relationship of the relativistic Compton cross section to the momentum distribution of bound electron states [J]. Phys Rev B, 1975, 12: 2067.
- [9] Cullen D E. A simple model of photon transport [J]. Nucl Instrum Meth B, 1995, 101: 499.
- [10] Brusa D. Fast sampling algorithm for the simulation of photon Compton scattering [J]. Nucl Instrum Meth A, 1996, 379: 167.
- [11] Brown J M C. A low energy bound atomic electron Compton scattering model for Geant4 [J]. Nucl Instrum Meth B, 2014, 338: 77.

### 引用本文格式:

- 中 文: 顾鹏, 乔琛凯, 林兴德, 等. 低能康普顿散射模拟模型在高纯锗探测器中的研究[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2020, 57: 535.
- 英 文: Gu P, Qiao C K, Lin X D, *et al.* The research of low energy compton scattering model in simulation by high purity germanium detector [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2020, 57: 535.