

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2020.04.019

# 基于 Geant4 模拟的康普顿散射研究

鄢雨璐, 张乐, 刘书魁, 唐昌建, 林兴德, 幸浩洋

(四川大学物理学院, 成都 610064)

**摘要:** 在暗物质直接探测实验当中, 高能 gamma 射线是重要的本底来源之一. 高能光子由于康普顿散射的原因会在高纯锗探测器中会产生低能本底. CDMSlite 实验中发现低能区域的康普顿能谱存在康普顿台阶, 脉冲近似(Impulse Approximation, IA)理论解释了台阶出现的原因是原子中电子处于束缚状态, 它使用散射函数来描述电子的束缚效应. 为了探究这些台阶与散射函数以及入射能量之间的关系, 我们使用 Geant4 程序对康普顿散射中的康普顿台阶进行了研究. 研究发现随着初始光子能量增高, K 壳层与 L 壳层的康普顿台阶会变得越来越平缓, 直至斜率趋近于零.

**关键词:** 康普顿散射; Geant4 模拟; 康普顿台阶; 暗物质

**中图分类号:** O572.21+2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2020)04-0749-04

## The research of Compton scattering based on Geant4 simulation

YAN Yu-Lu, ZHANG Le, LIU Shu-Kui, TANG Chang-Jian, LIN Xing-De, XING Hao-Yang  
(College of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** High-energy gamma ray is one of the most important sources of radiation background in direct dark matter detection experiments. High-energy photons produce a low-energy radiation background in high-purity germanium detectors due to Compton scattering. The CDMSlite experiment demonstrates that the Compton steps exist in the Compton spectrum of the low-energy region. The Impulse Approximation (IA) theory explains that the reason for the steps is the electrons in the atom being in a bound state, and uses a scattering function to describe the binding effect of electrons. To explore the relationships between these steps and the scattering function and incident energy, we use the Geant4 program to study the Compton steps in Compton scattering. It is found that as the initial photon energy increases, the Compton steps of the K-shell and the L-shell become more and more gradual until the slope approaches zero.

**Keywords:** Compton scattering; Geant4 simulation; Compton step; Dark matter

## 1 引言

物质是世界的基础, 然而根据实验推理, 发现在宇宙当中还有我们看不到的物质, 称之为暗物质. 在已知的宇宙中, 暗物质约占宇宙总能量的四

分之一, 而可以看到的物质只占了 4.9%. 虽然已经有许多证据证明暗物质存在, 但是在实验中我们仍未找到暗物质, 主要原因是暗物质不参与我们所知道的电磁相互作用和强相互作用. 目前已知最有可能的暗物质候选粒子模型为 WIMPs, 由于本

收稿日期: 2019-04-22

基金项目: 国家自然科学基金(11475099, 11475117, 11275134)

作者简介: 鄢雨璐(1994-), 女, 硕士研究生, 四川广元人, 研究方向为实验核物理. E-mail: 137091694@qq.com

通讯作者: 林兴德. E-mail: stlin@scu.edu.cn; 幸浩洋. E-mail: xhy@scu.edu.cn

底的影响,使得探测 WIMPs 的难度增大<sup>[1]</sup>. 因此暗物质直接探测实验通常都是在低本底的环境中进行. 然而 CDEX 实验发现,即便在地下 2.4 km 处依然有 gamma 信号存在<sup>[2]</sup>, gamma 信号会对低能本底信号产生重要影响,而且当前暗物质探测实验探测能量阈值越来越低,这就要求我们必须充分理解本底能谱当中出现在低能区域的 gamma 本底构成.

直接探测暗物质实验中的低能 gamma 本底主要是来自于高能 gamma 射线的康普顿散射,因此需要研究低能康普顿散射沉积能谱. 目前已经有实验测量了低能康普顿散射能谱,如 Barker<sup>[3]</sup>发现 keV 能区的康普顿能谱有康普顿台阶出现. 根据现有的 IA 理论可知,台阶的出现是由原子的束缚效应引起的<sup>[4]</sup>,但是他们的结果只观测了 356 keV 的 gamma 射线的台阶. 为了找到影响康普顿台阶的因素,我们使用 Geant4 进行了模拟实验. Geant4 软件广泛应用于高能物理领域,但是也可以实现一些低能物理过程,比如低能康普顿散射. 该软件使用 IA 理论实现对原子束缚效应的模拟. 因此我们可以通过 Geant4 软件来重现康普顿台阶,并研究康普顿台阶与初始光子能量的关系,以及用 Kahane 计算的散射函数替换软件中的散射函数,研究了不同散射函数对相邻台阶高度的影响.

本文通过对不同能量入射光子产生的康普顿台阶进行分析,得出康普顿台阶与入射光子能量之间的依赖关系. 这有助于我们在暗物质探测本底能谱中对低能本底区域的康普顿台阶有更深地了解.

## 2 康普顿散射理论

康普顿散射是光子与电子之间相互作用的一种物理过程. 经典康普顿散射理论最早应用于自由电子,假设电子处于静止状态,单微分散射截面是使用 Klein-Nishina 公式(公式 1)计算<sup>[3]</sup>:

$$\left[ \frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\text{KN}} = \frac{\alpha^2 r_c^2}{2} \left( \frac{E_f}{E_i} \right)^2 \left( \frac{E_f}{E_i} + \frac{E_i}{E_f} - \sin^2\theta \right) \quad (1)$$

式中  $d\Omega$  代表微分方位角; 精细结构常数  $\alpha \approx 1/137.04$ ;  $\theta$  是康普顿散射角;  $r_c = \hbar/m_e c$  相当于电子的康普顿波长,约等于 0.386 16 pm; 电子质量  $m_e = 511 \text{ keV}/c^2$ ;  $E_i$  代表初始入射光子的能量;  $E_f$  代表末态出射光子能量;  $E_c$  是经典康普顿散射能量. 在公式中也可以将  $\alpha r_c$  用  $r_e$  来表示,  $r_e$  是经典电

子半径.

当我们研究光子与原子中的电子之间的相互作用时,上述理论就不再适用. 这是由于原子内的电子并非自由,而是会受到原子核的影响,形成束缚状态,并且不同壳层电子的束缚能级不同. 当光子因散射损失的能量接近束缚能级时,康普顿散射能谱就会产生变化(如图 1 所示),在低能区域的能谱当中有数个类似于台阶的结构出现.

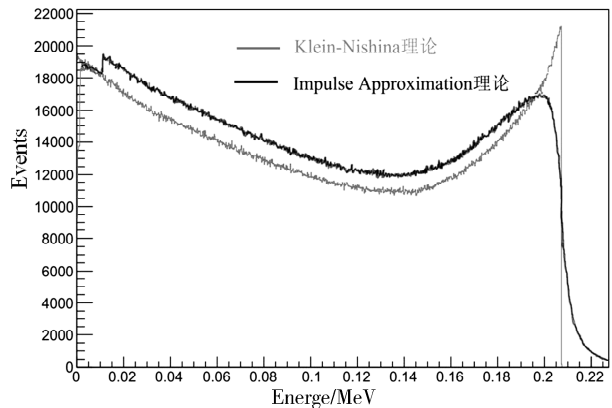


图 1 考虑束缚效应的康普顿散射能谱示意图:灰色曲线为经典的康普顿散射能谱;黑色曲线为考虑束缚效应的康普顿散射能谱

Fig. 1 Schematic diagram of the Compton scattering spectrum considering the binding effect: the red curve is the classic Compton scattering energy spectrum; the blue curve is the Compton scattering energy spectrum considering the binding effect

为了描述这种变化产生的原因,IA 理论被提出来<sup>[5-6]</sup>. 该理论将原子中的每个电子都当作独立电子,并对电子分布函数做近似计算. 计算得到的康普顿单微分截面为:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\text{KN}} \times S(x) \quad (2)$$

可以发现,IA 理论将电子的束缚效应表达为一个因子,代表实际参与康普顿散射过程的等效电子数目,这个因子也就是散射函数. 需要注意的是,散射函数是一个与入射能量及散射角度相关的函数,在这里将其变为与动量传递相关的函数.

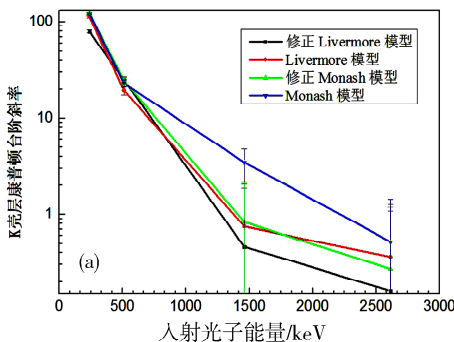
## 3 康普顿散射模拟

### 3.1 康普顿散射模拟设置及算法

为了探究低能康普顿散射中台阶的性质,我们使用 Geant4 作为主要研究工具<sup>[7]</sup>. 在软件中有 3 个用来处理低能康普顿物理过程的模型: Livermore 模型、Penelope 模型和 Monash 模型. 在这

些模型中,原子中的电子均已考虑到原子的束缚效应. 因此模拟时我们可以发现这些模型都在高纯锗的能谱中重现了康普顿台阶结构. 锗元素的 k 层电子能量为 11.07 keV, 当光子与束缚电子相互作用使得电子壳层进行重组后, 能量就会沉积. 因此对于 k 层电子来说, 沉积能量不会少于 11.07 keV. 也就是说高纯锗的康普顿能谱在 11.07 keV 处就会出现台阶, 其他台阶出现的原因也是如此.

我们研究了 Livermore 模型和 Monash 模型. 这两个模型都使用了 IA 理论框架, 并且都可以被用来模拟低能康普顿散射, 但是依然有能量限制. 两个模型在入射光子能量为 100 eV 以上时才足够精确. 两个模型的不同点在于: Livermore 模型是一个简单的两体模型, 初始电子与反冲电子的动量均在光子平面内; 而 Monash 模型是相对论效应下的三维两体模型, 它利用特殊的相对论变换, 将电子的束缚效应当作类似反康普顿散射.



模拟实验的探测器我们使用 600 g 高纯锗, 为直径 7.6 cm、高 2.5 cm 的圆柱体. Gamma 源使用点源, 垂直入射到高纯锗的圆面. Gamma 能量设为 239 keV、511 keV、1.46 MeV、2.62 MeV, 这 4 种能量可以从相应的 gamma 放射源<sup>212</sup>Pb、<sup>22</sup>Na、<sup>40</sup>K、<sup>208</sup>Tl 中得到. 每次模拟打入光子数  $5 \times 10^8$  个, 以保证在 M 层台阶尽量多的计数. 模拟中会将多次康普顿散射排除, 只保留发生一次康普顿散射的事例. 另外我们将原 Geant4 模型中的散射函数替换为 Kahane 的散射函数进行了模拟, 称为修正的模型.

### 3.2 模拟结果

在将 Livermore 模型和 Monash 模型以及修改散射函数的两个模型使用 Geant4 软件进行模拟后, 我们对得到的康普顿散射能谱中的每一个康普顿台阶进行线性拟合, 发现每个壳层所产生的康普顿台阶的斜率与初始能量有关(如图 2 所示).

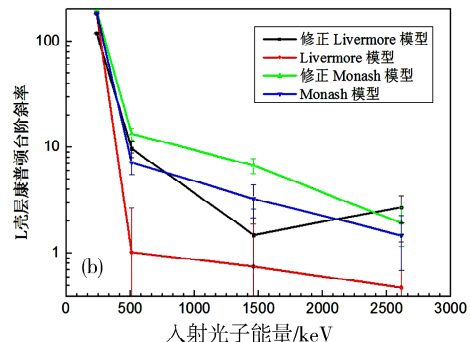


图 2 不同模型下不同能量入射光子产生康普顿台阶的斜率: (a) K 壳层康普顿台阶的斜率; (b) L 壳层康普顿台阶的斜率  
Fig. 2 The slopes of the Compton step for incident photons with different energies under different models: (a) the slope of the Compton step of K-shell; (b) the slope of the Compton step of L-shell

通过比较, 我们可以发现 IA 理论框架下康普顿台阶的斜率与初始能量有关. 无论是 K 壳层的台阶还是 L 壳层的台阶, 都可以明显看到, 随着入射光子能量的增大, 康普顿台阶斜率的绝对值在误差允许范围内随之减小, 直至趋近于零. 在入射能量较低的情况下, 康普顿台阶斜率的绝对值受入射光子能量的影响非常明显. 随着入射光子能量的增大, 康普顿台阶斜率的绝对值越来越接近于零, 这种影响就变得越弱. 两个模型模拟结果的不同之处: 从图 2 中可以看出, Monash 模型得到的斜率值比 Livermore 模型的更大, 说明 Monash 模型的模拟得到的康普顿台阶总是比 Livermore 模型更加陡峭. 这是由两个模型处理散射的方法不同引起的. 正如前文所说, Livermore 模型是将康普顿散射中的所有粒子包含在一个平面中, 而

Monash 模型考虑的康普顿散射则是一个三维过程, 存在末态电子飞出光子平面的情况. 因此两个模型的康普顿台阶斜率会受到影响, 但从斜率随能量变化的趋势上来看, 两个模型具有相同趋势.

## 4 结论

本文通过模拟实验详细探究了入射光子能量对不同壳层的康普顿台阶倾斜程度的影响. 模拟中我们主要使用了 Livermore 和 Monash 两个康普顿散射模型<sup>[8]</sup>, 并且对两个模型的散射函数进行了替换. 通过比较, 发现在误差范围内可以看出康普顿台阶的倾斜程度随入射光子能量的增大而减小, 直至趋近于零. 台阶受到散射结构的影响, Monash 模型模拟的康普顿沉积能谱的台阶更加陡峭, 斜率的绝对值比 Livermore 模型的大.

通过对不同入射能量的光子产生的康普顿台阶的研究,我们发现了康普顿台阶的倾斜程度随入射光子能量变化的规律,这为解析低能区域暗物质本底提供有力的依据,使得充分了解低能区域暗物质本底来源成为可能.

#### 参考文献:

- [1] 李金. 寻找缺失的宇宙一暗物质[M]. 北京: 清华大学出版社, 2017.
- [2] Wu Y C, Hao X Q, Yue Q. Measurement of cosmic ray flux in China Jinping underground laboratory [J]. Chinese Phys C, 2013, 8: 45.
- [3] Barker D. Low energy background spectrum in CDMSlite [C]//Proceedings of the 38th International Conference on High Energy Physics. Chicago: [s. n.], 2016.
- [4] Jones K C, Redler G, Templeton A, *et al.* Characterization of Compton-scatter imaging with an analytical simulation method [J]. Phys Med Biol, 2018, 63: 2.
- [5] Klein O, Nishina Y. Uber die streuung von strahlung durch freie elektronen nach der neuen relativistischen quantendynamik von Dirac [J]. Z Phys, 1929, 52: 853.
- [6] Cullen D E. A simple model of photon transport [J]. Nucl Instr Meth In Phys Res B, 1995, 101: 499.
- [7] Ribberfors R. Relationship of the relativistic Compton cross section to the momentum distribution of bound electron states [J]. Phys Rev B, 1975, 12: 2067.
- [8] Kahane S. Relativistic Dirac-Hartree-Fock photon incoherent scattering function [J]. Atom Data Nucl Data, 1998, 68: 323.

#### 引用本文格式:

- 中文: 鄢雨璐, 张乐, 刘书魁, 等. 基于 Geant4 模拟的康普顿散射研究[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2020, 57: 749.
- 英文: Yan Y L, Zhang L, Liu S K, *et al.* The research of Compton scattering based on Geant4 simulation [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2020, 57: 749.