

# 压力容器疲劳加载下埋藏裂纹扩展规律的研究

谢阳<sup>1,2</sup>, 龙伟<sup>1,2</sup>, 赵波<sup>1,2</sup>, 刘华国<sup>1,2</sup>

(1. 四川大学机械工程学院, 成都 610065; 2. 先进制造技术四川省重点实验室, 成都 610065)

**摘要:** 针对压力容器埋藏裂纹扩展过程中其几何形状变化难以确定的问题, 运用 Newman 和 Raju 方法获得裂纹前沿的应力强度因子, 并结合 Paris 公式得到不同裂纹的深度与长度变化的关系式. 同时, 通过将椭圆形裂纹前沿离散化成为距离相等的多个点, 并使用 Simpson 求积法, 获得不同材料压力容器埋藏裂纹在循环载荷作用下埋藏裂纹的几何形状变化关系. 结果表明: 在拉力作用下, 埋藏裂纹的疲劳扩展总是趋向于最优扩展路径的方向扩展. 初始裂纹深长比和指数  $m$  越大, 则收敛于最优扩展路径的速度越快, 即形成近似于圆形的趋势更快.

**关键词:** 裂纹深长比; 扩展规律; Paris 公式; 埋藏裂纹

**中图分类号:** O346.1      **文献标识码:** A      **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.2021.024004

## Research on embedded crack propagation law of pressure vessel under fatigue loading

XIE Yang<sup>1,2</sup>, LONG Wei<sup>1,2</sup>, ZHAO Bo<sup>1,2</sup>, LIU Hua-Guo<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;  
2. Sichuan Provincial Key Lab of Advanced Manufacturing Technology, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** This paper mainly focuses on the problem that is difficult to determine the geometric shape change of embedded crack propagation in pressure vessels. The stress intensity factor of crack front is obtained by using the methods of Newman and Raju, and the relationships between depth and length changes of different cracks are obtained by combining with Paris formula. Meanwhile, by discretizing the elliptical crack tip into multiple points with equal distances and using the Simpson quadrature method, the geometric change relationships of the embedded cracks of pressure vessels with different materials are obtained under cyclic loading. The results show that under the action of tensile force, the fatigue growth of buried cracks tends to expand in the direction of the optimal expansion path. The larger the initial crack aspect ratio and the exponent  $m$  gives rise to the faster the speed of convergence to the optimal propagation path, namely, the faster tendency to form an approximate circle.

**Keywords:** Crack aspect ratio; Crack advance; Paris formula; Embedded crack

## 1 引言

大型压力容器在使用过程中由于受到温度、载荷等时变因素的影响, 常常在其内部形成各种类型

的裂纹缺陷. 随着交变载荷的作用, 裂纹逐渐扩展, 当达到其临界尺寸时发生疲劳断裂, 由此导致严重的事故, 造成重大的财产损失. 在各种类型的裂纹中, 埋藏裂纹是金属压力容器裂纹缺陷失效破坏的

收稿日期: 2019-12-23

基金项目: 国家自然科学基金(5187051962); 四川省自然科学基金(2019YFG0347)

作者简介: 谢阳(1995-), 男, 四川成都人, 硕士研究生, 主要从事压力容器裂纹缺陷研究. E-mail: xieyangjx@163.com

通讯作者: 赵波. E-mail: zhaobo@scu.edu.cn

常见形式之一,由于具有隐秘性和不确定性,相对于其他类型的缺陷而言,其危害程度更大. 尽管埋藏裂纹能够通过探伤技术进行检测,但由于设备灵敏度和精度等原因,往往无法精确检测到压力容器埋藏裂纹在使用过程中的演变过程,使得压力容器埋藏裂纹难以获得准确的安全程度评估值. 因此建立埋藏裂纹扩展过程中的几何尺寸关联模型是解决计算其安全程度的关键.

目前,裂纹扩展的研究主要集中在表面裂纹, Newman 和 Raju<sup>[1-3]</sup> 在对大量表面裂纹进行有限元分析研究以及实验验证的基础上,提出了表面裂纹在扩展过程中一直保持半圆形或半椭圆形的扩展理论模型. Isida 等<sup>[4]</sup> 研究了具有半椭圆形表面裂纹有限厚度板的拉伸和弯曲,通过改进施力方法,推算表面裂纹形状和应力强度因子的实际准确值. Lin 等<sup>[5]</sup> 讨论了适用于预测在拉伸和弯曲载荷作用下薄板表面裂纹扩展的多自由度数值分析方法. 冯西桥等<sup>[6]</sup> 以核反应堆中压力容器和管道的破前漏(LBB)分析为背景,从连续损伤力学的角度研究了压力容器和管道中环向和轴向半椭圆表面裂纹在循环载荷作用下的疲劳扩展问题. 针对埋藏裂纹主要是关于超声无损测定的研究,而对于裂纹扩展中的几何形貌的演变规律研究较少. 本文基于断裂力学理论,通过对不同材料施加周期性的拉伸载荷,运用数值求积原理对埋藏裂纹扩展进行分析研究,获得埋藏裂纹长度与深度之间的关系,为压力容器安全裕度和剩余寿命的研究<sup>[7]</sup> 提供基础.

## 2 裂纹的扩展规律

### 2.1 裂纹扩展准则

裂纹扩展主要是描述裂纹在疲劳载荷作用下的形状变化. Paris 提出基于断裂力学理论及实验的疲劳裂纹扩展式<sup>[8-10]</sup>, 即 Paris 公式:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

式中:  $\Delta K$  为应力强度因子变化范围;  $C$  和  $m$  是与材料有关的参数.

基于 Newman 等人提出的表面裂纹扩展过程中一直保持半椭圆形的扩展理论模型,针对埋藏裂纹扩展特性以及规则化表征处理原则,假设埋藏裂纹的形态一直呈现出椭圆形,利用 Paris 公式分别计算埋藏裂纹长度值  $c$  和深度值  $a$  与疲劳应力循环次数的积分关系. 如图 1, 在计算中只考虑前端的中心裂纹 A 和边界裂纹 B. 其数学表达式为:

$$\frac{da}{dN} = C_A (\Delta K_A)^m \quad (2)$$

$$\frac{dc}{dN} = C_B (\Delta K_B)^m \quad (3)$$

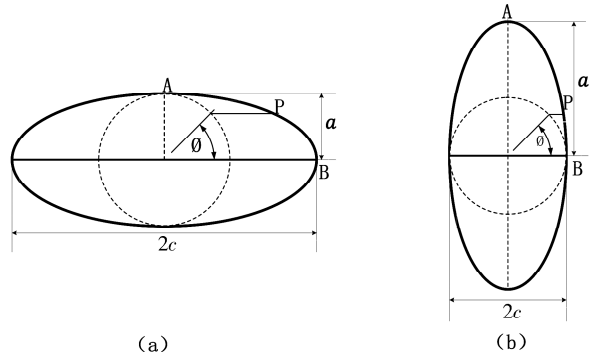


图 1 埋藏裂纹初始形状: (a)  $a/c \leq 1$ ; (b)  $a/c > 1$   
Fig. 1 Initial shapes of embedded crack: (a)  $a/c \leq 1$ ; (b)  $a/c > 1$

式中  $\Delta K_A$ ,  $\Delta K_B$  分别为中心裂纹 A, 边界裂纹 B 的应力强度因子变化范围;  $C_A$ ,  $C_B$  分别为中心裂纹 A, 边界裂纹 B 的 Paris 公式常数. 将式(2)、(3) 进行迭代, 将会获得关于裂纹缺陷的长度值与深度值得关联关系:

$$\frac{da}{dc} = \frac{C_A}{C_B} \left( \frac{\Delta K_A}{\Delta K_B} \right)^m \quad (4)$$

由式(4)可知, 裂纹在长度和深度方向的关联关系与裂纹的尖端处应力强度因子  $K$  和材料常数相关. 由于表面裂纹在裂纹长度方向上存在较大的塑性区, 受表面的延展性阻碍作用<sup>[11]</sup>, 在一定程度上将影响长度  $c$  的扩展, 这里取  $C_A = 0.9^m C_B$ , 针对埋藏裂纹而言  $C_A = C_B$ . 因此, 对于埋藏裂纹通过以下方式扩展:

$$\frac{\Delta a}{\Delta c} = \left( \frac{\Delta K_A}{\Delta K_B} \right)^m \quad (5)$$

式中  $\Delta a$  为裂纹中心点 A 的扩展量;  $\Delta c$  为裂纹边界点 B 的裂纹扩展量.

### 2.2 应力强度因子的计算

以压力容器为例, 将埋藏裂纹所在部分假设成如图 2 所示的平板, 分析位于平板的横截面区域所对称表面缺陷相关的裂纹路径, 该缺陷受疲劳 I 型载荷下的均匀张力.

由 Newman 和 Raju<sup>[1-3]</sup> 提供的应力强度因子  $K$  的计算被广泛应用. 并且使用多种方法<sup>[1, 12-14]</sup> 从实验和数值的角度进行了验证. 本文运用该方法中埋藏裂纹应力强度因子  $K$  的计算, 通过对裂纹几何形状的分析来计算应力强度因子. 因只给出了拉

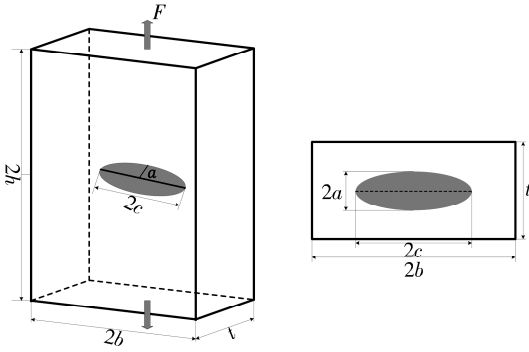


图 2 含埋藏裂纹的平板  
Fig. 2 Embedded crack in a plate

应力作用下应力强度因子的计算公式, 则本文只对拉应力作用下的情况进行讨论. 另外, Newman 和 Raju 提供的方程在拉应力作用下对于  $0 \leq a/c \leq \infty$ ,  $c/b < 0.5$  且  $-\pi \leq \phi \leq \pi$  有效, 如果  $0 \leq a/c \leq 0.2$ , 则  $a/t < 1.25(a/c + 0.6)$ ; 如果  $0.2 \leq a/c \leq \infty$ , 则  $a/t < 1$ , 但对于  $a/t > 0.8$  作者尚未给出确定的精度, 其中  $a$  是裂纹深度(mm);  $b$  是裂纹所在材料长度的一半(mm);  $c$  是埋藏裂纹长度的一半(mm);  $t$  是裂纹所在材料厚度(mm). 应力强度因子  $K$  表达式<sup>[3]</sup>如下:

$$K = (S_t) \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} F_c \left( \frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \phi \right) \quad (6)$$

式中  $S_t$  为外部施加拉伸应力,  $F_c, Q$  为求解应力强度因子的过程变量与裂纹形状有关,  $(a/c)$  深长比,  $(a/t)$  是相对裂纹深度,  $(c/b)$  是相对裂纹长度;  $\phi$  为裂纹前端的角点.

其中  $S_t$ :

$$S_t = \frac{F}{2bt} \quad (7)$$

式中  $F$  为拉力. 通过以下公式获得  $F_c$ :

$$F_c = \left[ M_1 + M_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{t} \right)^4 \right] g f_\phi f_w \quad (8)$$

式中  $M_1, M_2, M_3$  为过程变量,  $f_\phi$  为角度修正因子,  $f_w$  为有限宽板校正因子.

(1) 对于  $\frac{a}{c} \leq 1$  的情况下,  $Q$  的经验表达式为

$$Q = 1 + 1.464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1.65} \quad (9)$$

求解  $F_c$  所需参数

$$M_1 = 1 \quad (10)$$

$$M_2 = \frac{0.05}{0.11 + \left( \frac{a}{c} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (11)$$

$$M_3 = \frac{0.29}{0.23 + \left( \frac{a}{c} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (12)$$

$$g = 1 + \frac{\left( \frac{a}{t} \right)^4 \left( 2.6 - 2 \frac{a}{t} \right)^{\frac{1}{2}}}{1 + 4 \left( \frac{a}{c} \right)} |\cos \phi| \quad (13)$$

$$f_\phi = \left[ \left( \frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right]^{\frac{1}{4}} \quad (14)$$

$$f_w = \left[ \sec \left( \frac{\pi c}{2b} \sqrt{\frac{a}{t}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

(2) 对于  $\frac{a}{c} > 1$  的情况下,  $Q$  的经验表达式为

$$Q = 1 + 1.464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1.65} \quad (16)$$

求解  $F_c$  所需参数

$$M_1 = \left( \frac{c}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$f_\phi = \left[ \left( \frac{c}{a} \right)^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \right]^{\frac{1}{4}} \quad (18)$$

其中计算  $M_2, M_3, g$  和  $f_w$  的公式分别与式(11)(12)(13)和(15)相同. 通过以上给出的埋藏裂纹应力强度因子计算公式来求解  $K$ , 用于分析裂纹前沿的扩展.

### 3 裂纹扩展的数值分析

#### 3.1 埋藏裂纹扩展的数值分析

首先假设裂纹呈椭圆形, 裂纹前端疲劳裂纹点的扩展都垂直于裂纹前端方向(深度  $a$  方向), 如图 1, 其中主要在深度  $a$  和长度  $c$  上扩展, 即椭圆的长短半轴不断增大.

将椭圆裂纹的前沿离散化分成长度相同的  $z$  段并运用 Simpson 公式. 另外, 每个裂纹点  $n$  都在垂直于裂纹前端方向上扩展并且遵循 Paris 公式, 这样使得椭圆形裂纹在扩展过程中最大裂纹扩展量  $\Delta a_{\max}$  保持恒定, 且  $\Delta a_{\max}$  所在点与椭圆形裂纹线上所有点都相关, 该点存在最大的应力强度因子范围  $\Delta K_{\max}$ . 由此, 可以根据 Paris 迭代公式(5), 得到如下公式, 来求解椭圆形裂纹线上任何一点  $n$  的裂纹扩展量  $\Delta a_n$ .

$$\Delta a_n = \Delta a_{\max} \left[ \frac{\Delta K_n}{\Delta K_{\max}} \right]^m \quad (19)$$

式中  $\Delta a_n$  第  $n$  点的裂纹扩展量,  $\Delta a_{\max}$  迭代计算中最大裂纹扩展量,  $\Delta K_n$  第  $n$  点的应力强度因子变化范围,  $\Delta K_{\max}$  最大应力强度因子变化范围. 考虑 Newman 和 Raju 方程(式(6)~(22)), 得到以下

公式:

$$\Delta a_n = \Delta a_{\max} \left[ \frac{(gf_\phi)_n}{(gf_\phi)_{\max}} \right]^m \quad (20)$$

则可通过最小二乘法拟合在不同时刻形成的新的椭圆形裂纹,从而得到裂纹扩展的不同时刻的变化规律.

若只考虑扩展中 A、B 两点的情况下,如图 1,在扩展过程中心裂纹点 A 和边界裂纹点 B 在不同扩展方式下都有可能产生最大扩展量  $\Delta a_{\max}$ ,若 A 点扩展  $\Delta a_{\max}$ ,则 B 点裂纹扩展量通过等式(5)计算.同理,知道 B 点最大扩展量,能求出 A 点扩展量.

### 3.2 裂纹迭代流程

为了更好地分析理论计算中裂纹的变化规律,运用 Python 计算机语言将上述数值计算方法进行编程,分析受拉力作用下埋藏裂纹相关的裂纹路径,通过循环的迭代计算得出深度和长度的变化情况.因为裂纹形状可以通过裂纹的深长比  $a/c$  和裂纹深度尺寸  $a$  来表示,根据以上变化情况绘制了裂纹深长比随裂纹深度的函数变化情况.裂纹主要迭代流程,如图 3.图 3 中,  $\Delta a_i$  为 A 点第  $i$  次的裂纹扩展量;  $\Delta c_i$  为 B 点第  $i$  次的裂纹扩展量.

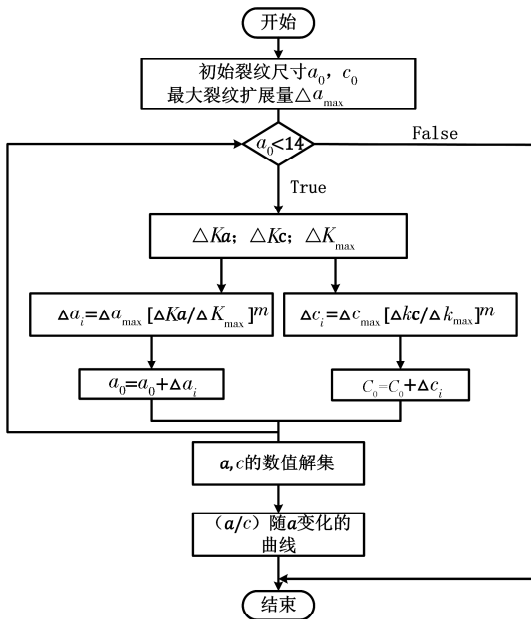


图 3 埋藏裂纹迭代计算流程

Fig. 3 Iterative calculation process of embedded crack

## 4 裂纹变化分析

利用 Python 语言对数值计算方法进行编程计算.确定每个椭圆裂纹离散化后分成长度相同的 48 段,且迭代过程中最大裂纹深度  $\Delta a_{\max} = 0.000\ 01t$ .

通过改变 Paris 公式系数  $m$  来表示不同的材料取  $m=2, 3, 4$ .如图 4,绘制了初始裂纹形状为  $a_0 = \{0.4, 2.0, 4.0, 6.0, 8.0\}$  mm 和  $(a/c)_0 = \{0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}$ ,一共 25 个不同初始裂纹的裂纹深长比  $a/c$  随裂纹深度  $a$  的函数变化情况.图 5 绘制了  $m$  取不同值即不同材料情况下,初始裂纹形状为  $(a/c)_0 = \{0.2, 1.0, 2.0\}$  和  $a_0 = \{0.4, 4.0, 8.0\}$  mm,一共 9 个不同初始裂纹的裂纹形状曲线扩展变化.

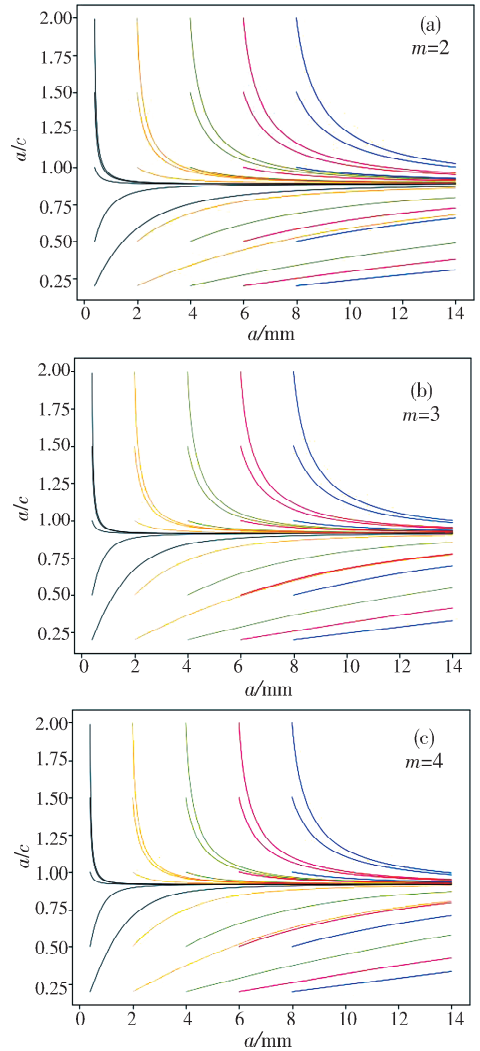


图 4 不同材料各个初始点的裂纹深长比  $a/c$  随裂纹深度  $a$  变化

Fig. 4 Crack aspect ratios  $a/c$  at different initial points of different materials as a function of crack depth  $a$

从图 4 可以看出:(1)对于  $(a/c)_0 < 1$  的埋藏裂纹,裂纹深长比  $a/c$  随着裂纹深度  $a$  的增加而增大,接近于 1 后趋于稳定;对于  $(a/c)_0 > 1$  的埋藏裂纹,裂纹深长比  $a/c$  随着裂纹深度  $a$  的增加而减小,接近于 1 时趋于稳定,说明埋藏裂纹受拉伸应力作用的扩展情况,最后的形状趋近圆形.将图中



所有曲线迅速收敛的路径定义为“最优扩展路径”。(2)初始裂纹相同的  $a_0$ ,  $(a/c)_0$  的值越高, 表现出更快收敛于最优扩展路径的趋势, 同时,  $a_0 \geq$

2.0 mm 的初始裂纹受到拉伸应力时, 表现出更慢收敛于最优扩展路径。(3) Paris 公式指数  $m$  值越大, 表现出更快的收敛于最优扩展路径。

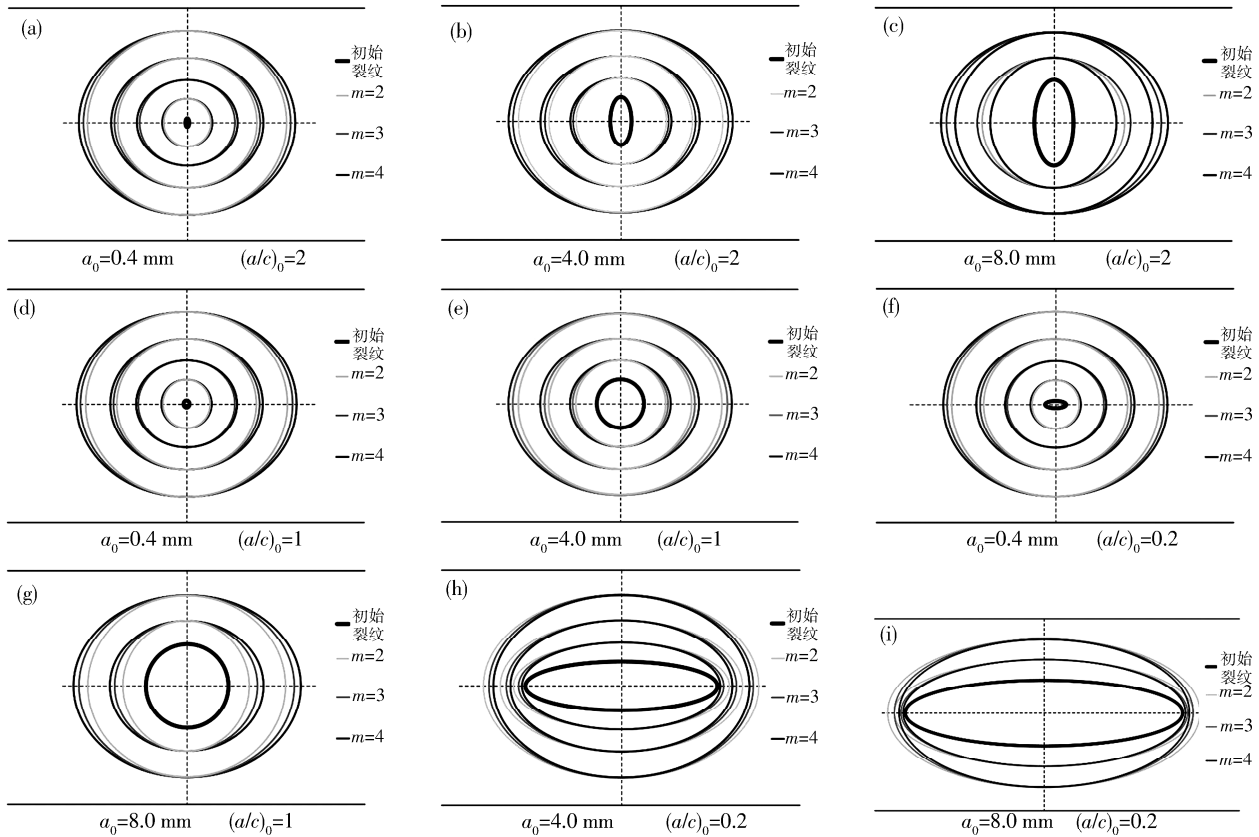


图 5 初始裂纹深长比的裂纹扩展图  
Fig. 5 Crack propagation diagrams of initial crack aspect ratio

从图 5 可以看出:(1)裂纹受拉应力作用下, 随着  $m$  的增加, 裂纹更趋向于  $a=c$  的方向发展。(2)初始裂纹为  $(a/c)_0=0.2$  时, 裂纹椭圆曲线的排列随着 Paris 指数  $m$  的变化而变化, 其主要取决于初始裂纹深度  $a_0$ 。(3)在  $(a/c)_0=1.0$  的初始圆形裂纹, 较大的 Paris 系数  $m$  产生较低的裂纹深宽比。对于极深的裂缝  $(a/c)_0=2.0$ , 也会出现较大的 Paris 系数  $m$  产生较低的情况。

## 5 结 论

本文基于断裂力学以及一对 Paris 公式, 通过 Newman 和 Raju 推导的应力强度因子分析了埋藏裂纹长度与深度的扩展。讨论了在不同初始裂纹尺寸下裂纹深长比的变化情况, 考虑了不同材料对于受拉时裂纹扩展的影响。计算得到了裂纹深长比随相对尺寸变化的曲线、裂纹扩展中裂纹形状变化。得出以下结论:(1)在拉力作用下, 埋藏裂纹的疲劳扩展总是趋向于最优扩展路径方向扩展;(2)

初始裂纹深长比和指数  $m$  越大, 则收敛于最优扩展路径的速度越快, 即形成近似圆形的趋势更快;(3)初始裂纹  $a_0$  越大, 受到拉伸应力时, 收敛于最优扩展路径更慢。

## 参考文献:

[1] Newman Jr J C, Raju I S. Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads [R]. Hampton: NASA, 1979.  
[2] Raju I S, Newman Jr J C. Stress-intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates [J]. Eng Fract Mech, 1979, 11: 817.  
[3] Newman Jr J C, Raju I S. Stress-intensity factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies subjected to tension and bending loads [M]// Atluri S N. Computational methods in the mechanics of fracture. Amsterdam: Elsevier, 1986: 311.  
[4] Isida M, Noguchi H, Yoshida T. Tension and ben-

- ding of finite thickness plates with a semi-elliptical surface crack [J]. *Int J Fracture*, 1984, 26: 157.
- [5] Lin X B, Smith R A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part I: The numerical technique [J]. *Eng Fract Mech*, 1999, 63: 503.
- [6] 冯西桥, 何树延. 表面裂纹疲劳扩展的一种损伤力学方法[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 1997, 37: 80.
- [7] 谢阳, 龙伟, 赵波, 等. 压力容器缺陷安全评定研究进展和衰减路径速度积方法[J]. *机械*, 2019, 46: 8.
- [8] Newman Jr J C, Raju I S. An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack [J]. *Eng Fract Mech*, 1981, 15: 185.
- [9] Oh S H, Ryu T Y, Park S H, *et al.* Evaluation of J-groove weld residual stress and crack growth rate of PWSCC in reactor pressure vessel closure head [J]. *J Mech Sci Technol*, 2015, 29: 1225.
- [10] 龙伟, 严佳兵, 李炎炎, 等. 基于缺陷安全衰减路径仿真的含埋藏裂纹压力容器剩余寿命研究[J]. *工程科学与技术*, 2018, 50: 239.
- [11] 黄如旭, 黄进浩, 万正权. T型接头横向埋藏裂纹扩展特性[J]. *舰船科学技术*, 2015, 37: 29.
- [12] Mahmoud M A, Hosseini A. Assessment of stress intensity factor and aspect ratio variability of surface cracks in bending plates [J]. *Eng Fract Mech*, 1986, 24: 207.
- [13] Lin X B, Smith R A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part II: Crack shape change [J]. *Eng Fract Mech*, 1999, 63: 523.
- [14] Lin X B, Smith R A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth life [J]. *Eng Fract Mech*, 1999, 63: 541.

**引用本文格式:**

中文: 谢阳, 龙伟, 赵波, 等. 压力容器疲劳加载下埋藏裂纹扩展规律的研究[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2021, 58: 024004.

英文: Xie Y, Long W, Zhao B, *et al.* Research on embedded crack propagation law of pressure vessel under fatigue loading [J]. *J Sichuan Univ: Nat Sci Ed*, 2021, 58: 024004.