

# 控制开放超导量子电路系统中的 几何量子关联冻结和量子相干性

吴春艳, 宋晓书, 吕兵, 贺启亮

(贵州师范大学物理与电子科学学院, 贵阳 550001)

**摘要:** 本文研究了开放超导量子电路系统中, 含时电磁场对两超导量子比特间的几何量子关联和量子相干性的影响。我们发现, 加入磁场之后, 几何量子关联被冻结的现象会出现, 并且冻结的时间会随着含时电磁场的加入而得到延长。利用迹距离的方法, 我们探讨了含时电磁场对超导量子比特与环境之间量子信息流动的影响, 我们发现含时电磁场可以抑制环境的影响, 降低超导量子比特与环境之间的量子信息流动。

**关键词:** 开放超导量子电路系统; 几何量子关联; 量子相干性; 含时电磁场

**中图分类号:** O431.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.2024.014003

## Control of the frozen geometric quantum correlation and quantum coherence in dissipative superconducting quantum circuit

WU Chun-Yan, SONG Xiao-Shu, LÜ Bing, HE Qi-Liang

(School of Physics and Electronics, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China)

**Abstract:** We investigate the influence of time-dependent electromagnetic field on the geometric quantum correlation and quantum coherence between two superconducting qubits in an open superconducting quantum circuit system. It is shown that the freezing of geometric quantum correlation will occur after the addition of magnetic field, and the freezing time will be extended with the addition of time-dependent electromagnetic field. In addition, the influence of time-dependent electromagnetic field on the quantum information flow between superconducting qubits and the environment is discussed by using trace distance method. It is found that the time-dependent electromagnetic fields can suppress the effect of the environment and slow down the exchange of the quantum information flows between the superconducting qubits and the environment.

**Keywords:** Open superconducting quantum circuit system; Geometric quantum correlation; Quantum coherence; Time-dependent electromagnetic field

## 1 引言

近年来, 随着宏观固态物理实验的快速发展,

基于约瑟夫逊结的超导电路系统已经成为了理论和实验研究的热点, 引起了人们的广泛关注<sup>[1-5]</sup>. 超导电路系统具备许多天然原子所不具备的有趣

收稿日期: 2023-05-24

基金项目: 国家自然科学基金(11364006, 11264008); 贵州省科技计划项目(黔科合 LH 字[2017]7343); 贵州省普通高等学校低维凝聚态物理重点实验室项目(黔教合 KY 字[2016]002); 贵州师范大学博士基金

作者简介: 吴春艳(1997-), 女, 贵州盘县人, 硕士研究生, 主要研究领域为量子光学与量子信息.

通讯作者: 贺启亮. E-mail: heliang005@163.com

性质,这使其成为了量子信息和量子计算领域的很有前途的候选者之一.在实验上,超导量子比特系统已经展示了其具有宏观的量子相干性和可集成性,并且可在一定的条件下实现双量子位门和量子混合系统<sup>[6-8]</sup>.正是由于超导量子比特系统所具有的可控性和集成性,一些研究人员提出,具有公共数据总线的耦合超导量子比特系统可以用于实现较为复杂的量子信息任务<sup>[9-11]</sup>.

另一方面,稳定的量子资源对量子信息任务的有效执行是至关重要的.然而,一个真正的量子系统会不可避免地与周围环境发生相互作用从而导致退相干.退相干的发生也意味着开放系统中包含的量子关联将因环境扰动和量子波动而消失.所以,退相干成为量子信息任务有效执行中最大的挑战之一.近年来,人们对于开放系统的量子关联研究越来越有兴趣.各种退相干通道中的量子关联的变化行为的研究,可能有助于我们实现现实世界中的量子信息任务<sup>[12,13]</sup>.此外,许多研究者致力于寻找不同的方法来控制退相干动力学<sup>[14-16]</sup>以及产生稳态量子关联<sup>[17-20]</sup>的方案.

如上所述,国内外研究者在几何量子关联度量<sup>[21-23]</sup>、开放系统中量子相干性特性研究<sup>[24-27]</sup>以及基于超导量子电路系统的量子信息任务实现<sup>[28-30]</sup>等方面都开展了许多研究工作,但是对于利用含时电磁场在开放超导量子电路系统中延长几何量子关联被冻结时间,以及增大系统中超导量子比特间的量子相干性还未见相关报道.基于此,本文针对开放超导量子电路系统,研究了利用含时电磁场延长几何量子关联被冻结时间,以及增大系统中超导量子比特间量子相干性的可能.

首先,基于开放环境下系统随时间演化的马尔科夫主方程,本文运用超算符计算方法,获得了两超导量子比特随时间演化的约化密度矩阵,同时根据几何量子关联的度量方法,分析和对比了系统参数以及含时电磁场对两超导量子比特间几何量子关联的影响.研究表明,系统中出现了几何量子关联被冻结的现象,并且被冻结的时间随着 LC 电路初始相干态参数的增大而减小.而且当加入含时电磁场后,系统中几何量子关联被冻结的时间增加.其次,利用相对熵量子相干性,探讨了超导量子比特间量子相干性随含时电磁场参数的变化.研究发现随着含时电磁场强度的增加,超导量子比特间量子相干性衰减的速率减小,稳态量子相干性提高.最后,借助迹距离的方法,

分析和讨论了含时电磁场对开放超导量子电路系统与环境之间量子信息流动的影响.结果显示,含时电磁场可以抑制超导量子比特与环境之间的量子信息流动,降低环境对超导量子电路系统的影响,从而保护超导量子电路系统初始具有的量子性质.

## 2 含时电磁场对开放超导量子电路系统几何量子关联突然转变的影响

本节分析了加入含时电磁场后超导量子电路系统中两超导比特之间几何量子关联的变化.几何量子关联是基于 Schatten 1-范数<sup>[23]</sup>的量子 discord 的几何度量来进行定义的,对于两体系统  $\rho_{ab}$  (其中  $a$  和  $b$  分别代表两个子系统), 1-范数几何量子关联可以用量子态  $\rho_{ab}$  与离它的最近的经典量子态  $\rho_{ab}^c$  之间的迹距离来进行定义<sup>[22,23]</sup>,其表达式可以写为:

$$D(\rho_{ab}) = \min_{\rho_{ab}^c \in \rho_0} \|\rho_{ab} - \rho_{ab}^c\|_1 \quad (1)$$

而其在子系统  $a$  上进行局域测量之后的经典关联可以表示为<sup>[22,23]</sup>:

$$C = \max_{\rho_{ab}^c \in \rho_0} \|\rho_{ab}^c - \pi_{ab}\|_1 \quad (2)$$

式中,  $\rho_0$  表示局部测量下量子 discord 为零的经典量子态;  $\pi_{ab}$  是单体部分的量子态直积形式;  $\|M\|_1 = \text{Tr}(\sqrt{M^+M})$  表示 Schatten1-范数.一般来说,与量子态  $\rho_{ab}$  对应的经典量子态  $\rho_{ab}^c$  形式可以表示为  $\rho_{ab}^c = \sum_j | \xi_j \rangle_a \langle \xi_j | \otimes \rho_b(j)$ .

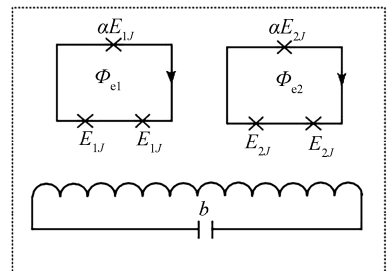


图 1 本文研究系统简要模型图

Fig. 1 Schematic diagram of the system investigated in the present paper

开放超导量子电路系统是由两个超导量子比特与一个共同的耗散数据总线进行耦合构成的.这里的数据总线是由 LC 电路组成.含时电磁场驱动超导量子比特.超导量子比特与 LC 电路之间的相互作用已经在实验上被证实<sup>[2]</sup>.整个系统的哈密顿量可以写为<sup>[3]</sup>(如图 1 所示,设  $\hbar=1$ ):

$$H_0 = \omega a^\dagger a + \sum_{j=a,b} \frac{\omega_0}{2} (\sigma_j^- + g_0 a \sigma_j^+ + \lambda_0 e^{-i\omega_c t} \sigma_j^+) + h.c. \quad (3)$$

这里, 算符  $\sigma_j^+ = |e\rangle_j \langle g|$ ,  $\sigma_j^- = |g\rangle_j \langle e|$ ,  $\sigma_j^z = |e\rangle_j \langle e| - |g\rangle_j \langle g|$ ,  $|g\rangle_j$  和  $|e\rangle_j$  是第  $j$  个超导量子比特的基态与激发态;  $\omega = 1/\sqrt{LC}$  是  $LC$  电路的频率;  $\omega_c$  是含时电磁场的频率;  $\omega_0$  是超导量子比特的频率, 其表达式为:

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \sqrt{J_0^2 (\Phi_e - \frac{\Phi_0}{2})^2 + T_{RL}^2} \quad (4)$$

此处,  $\Phi_e$  是 bias flux,  $J_0$  是环路电流, 参数  $T_{RL}$  指的是超导比特两个势阱之间的隧道耦合强度<sup>[31]</sup>.  $a^\dagger$  和  $a$  是  $LC$  电路的升降算符, 被定义为<sup>[3]</sup>

$$a^\dagger = \sqrt{C\omega} \varphi + i \sqrt{\frac{1}{C\omega}} Q, \\ a = \sqrt{C\omega} \varphi - i \sqrt{\frac{1}{C\omega}} Q \quad (5)$$

$\varphi$  是通过  $LC$  电路的磁通量,  $Q$  是  $LC$  电路电容  $C$  的存储电荷,  $L$  是  $LC$  电路的自感. 磁通量  $\varphi$  和电荷  $Q$  满足对易关系  $[Q, \varphi] = i\hbar$ .  $\lambda_0$  是含时电磁场与超导比特之间的相互作用强度,  $g_0$  是超导比特与  $LC$  电路之间的耦合强度, 可以表示为

$$g_0 = M \sqrt{\frac{\omega}{2L}} \langle e | J_0 | g \rangle \quad (6)$$

$M$  是超导量子比特与  $LC$  电路耦合的互感.

利用文献[3]中相同的方法, 在坠饰态表象下并考虑 dispersive 极限<sup>[32]</sup>, 哈密顿量  $H_0$  可以被重新写成

$$H_T = \tilde{\Omega} \left\{ \sum_{j=a,b} (|+\rangle_j \langle +| a a^\dagger - |-\rangle_j \langle -| a^\dagger a) + (\tilde{\sigma}_a^+ \tilde{\sigma}_b^- + \tilde{\sigma}_a^- \tilde{\sigma}_b^+) \right\} \quad (7)$$

其中,  $|+\rangle_j = \cos\eta |e\rangle_j + \sin\eta |g\rangle_j$ ,  $|-\rangle_j = -\sin\eta |e\rangle_j + \cos\eta |g\rangle_j$  表示第  $j$  个量子比特的坠饰态,  $\tilde{\sigma}_j^+ = |+\rangle_j \langle -|$ ,  $\tilde{\sigma}_j^- = |-\rangle_j \langle +|$ ,  $\tilde{\Omega} = \frac{g_0 \cos^2 \eta}{\sqrt{\Delta^2 + 4\lambda^2 + \omega_c - \omega}}$ ,  $\tan\eta = \frac{2\lambda}{\omega_0 - \omega_c}$ ,  $\Delta = \omega_0 - \omega_c$ .

考虑超导电路系统与环境发生相互作用, 也就是存在耗散, 其随时间演化的动力学方程可以利用主方程来进行表示, 即

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -i[H_T, \rho(t)] + \gamma(2a\rho(t)a^\dagger - a^\dagger a\rho(t) - \rho(t)a^\dagger a) \quad (8)$$

假设初始时两超导量子比特被制备在 Bell 对角态,  $LC$  电路被制备在相干态, 则整个超导系统的

初始状态可以写为

$$\rho(0) = \frac{1}{4} (I \otimes I + \sum_{j=1}^3 c_j \sigma_j \otimes \sigma_j) \otimes |\alpha\rangle \langle \alpha| \quad (9)$$

其中  $|c_j| \in [0, 1]$ . 利用超算符方法<sup>[33-35]</sup> 并将(9)式代入, 可以求解主方程(8), 在将  $LC$  电路求迹约化之后我们可以得到两超导量子比特的约化密度矩阵.

$$\rho_{ab}(t) = \frac{1}{4} (I \otimes I + \sum_{j=1}^3 \tilde{c}_j(t) \sigma_j \otimes \sigma_j) \quad (10)$$

这里,

$$\tilde{c}_{1,2}(t) = \frac{1}{2} (c_1 + c_2) \pm \frac{1}{2} |c_1 - c_2| \cdot |f(t)|^2, \\ \tilde{c}_3 = c_3, \\ f(t) = \exp\left(-i\tilde{\Omega}t + \frac{i|c_1|^2 \tilde{\Omega}}{\gamma + 2i\tilde{\Omega}} (e^{-2(i2\tilde{\Omega} + \gamma)t} - 1)\right) \quad (11)$$

结合式(1)和式(3), 我们可以获得两量子比特间的几何量子关联和经典关联为<sup>[23]</sup>

$$D = \text{median}\{\tilde{c}_1(t), \tilde{c}_2(t), \tilde{c}_3(t)\} \quad (12)$$

$$C = \text{maximum}\{\tilde{c}_1(t), \tilde{c}_2(t), \tilde{c}_3(t)\} \quad (13)$$

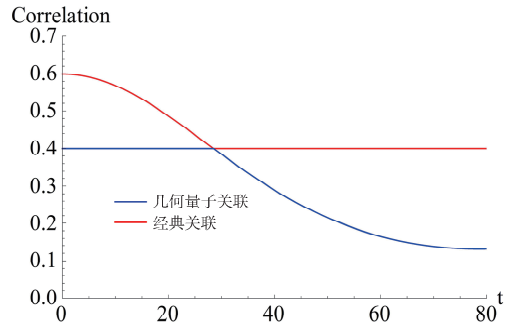


图 2 两个超导量子比特之间的几何量子关联与经典关联随时间  $t$  变化的图像

$\alpha = \sqrt{0.6}$ ,  $\gamma = 10^{-3}$ ,  $\omega_0 = 2$ ,  $\omega = 4$ ,  $\omega_c = 5$ ,  $c_1 = 0.6$ ,  $c_2 = -0.8$ ,  $c_3 = 0.4$ ,  $g_0 = 1$ ,  $\lambda = 0$

Fig. 2 The geometric quantum correlation and classical correlation are plotted as a function of time  $t$

$\alpha = \sqrt{0.6}$ ,  $\gamma = 10^{-3}$ ,  $\omega_0 = 2$ ,  $\omega = 4$ ,  $\omega_c = 5$ ,  $c_1 = 0.6$ ,  $c_2 = -0.8$ ,  $c_3 = 0.4$ ,  $g_0 = 1$ ,  $\lambda = 0$

在图 2 中, 两超导量子比特之间的几何量子关联和经典关联被画为随时间  $t$  演化的图像. 从图中我们可以看出几何量子关联(蓝色实线)从初始时间到转变时间  $t_1$  保持不变, 但在该时刻后开始衰减. 这表明从经典退相干到量子退相干的突然转变现象将在开放超导量子电路系统中出现, 而几何量子关联将在转变时间  $t_1$  前保持不变. 从几何量子关联对应的方程(12)中可以看出, 如果

满足  $\text{minimum}\{\bar{\tau}_1(t)\} \leq |c_3| \leq \text{maximum}\{\bar{\tau}_1(t)\}$ , 突然转变现象就会发生. 另外, 通过求解转变时间满足的方程

$$\frac{1}{2}(c_1 + c_2) + \frac{1}{2}|c_1 - c_2| \cdot |f(t)|^2 = c_3 \quad (14)$$

我们可以得到转变时间的最大值  $t_{\text{max}} = \pi/4\tilde{\Omega}$ , 从中可以发现最大转变时间  $t_{\text{max}}$  与有效耦合常数  $\tilde{\Omega}$  成反比关系. 另外, LC 电路初始相干态参数  $\alpha$  对两超导量子比特间几何量子关联的影响被展示在图 3 中. 从图中可以发现, 两超导量子比特间几何量子关联保持不变的时间, 也就是被冻结的时间对于初始相干态参数  $\alpha$  很敏感, 它将会随着初始相干态参数  $\alpha$  的增大而减小. 这说明可以通过减少初始相干态参数  $\alpha$  来延长几何量子关联保持不变的时间.

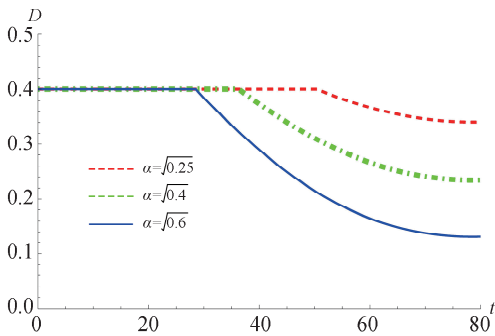


图 3 在 LC 电路初始不同相干态参数  $\alpha$  下, 两个超导量子比特之间的几何量子关联随时间  $t$  变化的图像  
 $\gamma=10^{-3}, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.6, c_2=-0.8, c_3=0.4, g_0=1, \lambda=0$   
 Fig. 3 The geometric quantum correlation are plotted as a function of time  $t$   
 $\gamma=10^{-3}, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.6, c_2=-0.8, c_3=0.4, g_0=1, \lambda=0$

为了说明含时电磁场对开放超导量子电路系统中几何量子关联冻结时间的影响, 图 4 展示了在不同强度的含时电磁场下, 几何量子关联冻结时间变化的图像. 从图中不难看出, 当加入含时电磁场后, 超导量子比特间几何量子关联保持常量的时间将会得到延长. 而且当增加含时电磁场的强度, 几何量子关联保持常量的时间得到更有效的增加. 这些结果都说明开放超导量子电路系统中几何量子关联突然转变现象可以通过含时电磁场来进行调节, 即可以通过含时电磁场来延长几何量子关联突变的时间, 并且含时电磁场强度越大, 延长的效果越好.

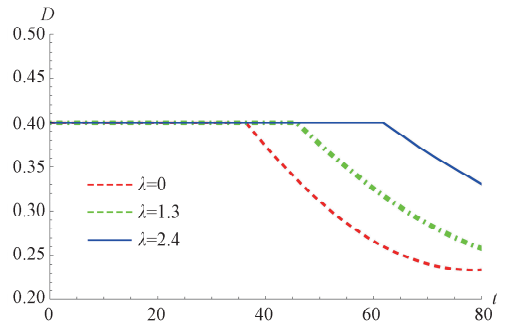


图 4 两个超导量子比特之间的几何量子关联随时间  $t$  变化的关系  
 $\alpha = \sqrt{0.4}, \gamma=10^{-3}, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.6, c_2=-0.8, c_3=0.4, g_0=1$   
 Fig. 4 The geometric quantum correlation are plotted as a function of time  $t$   
 $\alpha = \sqrt{0.4}, \gamma=10^{-3}, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.6, c_2=-0.8, c_3=0.4, g_0=1$

### 3 含时电磁场对开放超导量子电路系统量子相干性的影响

本节将利用量子相对熵的方法来研究含时电磁场对于开放超导量子电路系统量子相干性的影响. 2014 年, Baumgratz 等人<sup>[36]</sup> 引入了一个严格的量化相干性框架, 并提出了易于计算的量化量子相干性方法. 他们通过固定  $d$  维希尔伯特空间中的特定基  $\{|i\rangle\}$ , 可以将空间中全部非相干态表示为

$$\hat{\delta} = \sum_{i=1}^d p_i |i\rangle\langle i| \quad (15)$$

并将它们标记为集合  $I$ . 如果对于所有的  $n$  条件  $K_n I K_n^\dagger \subset I$  都被满足, 那么量子运算  $\rho \rightarrow \sum_n K_n \rho K_n^\dagger$  则称为非相干运算. 根据资源理论, 一个合理的度量量子相干性的计算方法应该满足以下条件<sup>[36]</sup>:

- (1) 如果  $\rho \in I, C(\rho) = 0$ .
- (2) 非选择性非相干完全正定保迹 (ICPTP) 映射  $\Lambda$  下的单调性:  $C(\rho) \geq C(\Lambda\rho)$ , 其中  $\Lambda\rho = \sum_n K_n \rho K_n^\dagger, \{K_n\}$  是一组非相干的 Kraus 算符, 满足  $\sum_n K_n K_n^\dagger = I, K_n I K_n^\dagger \subset I$ .
- (3) 选择性测量  $\Lambda_n$  下的平均单调性:  $C(\rho) \geq \sum_n p_n \Lambda_n \rho$ , 这里概率  $p_n = \text{Tr}(K_n \rho K_n^\dagger)$ .
- (4) 在量子态为混合态情况下的凸性, 即非递增性:  $\sum_n p_n C(\rho_n) \geq C(\sum_n p_n \rho_n)$ .

Baumgratz 等人<sup>[36]</sup> 提出的相对熵量子相干性、 $l_1$  范数相干性等满足以上条件. 这里我们采

用量子相对熵的方法度量超导比特间的量子相干性. 相对熵量子相干性的表达式为<sup>[36]</sup>

$$C_{RE} = S(\rho_{\text{diag}}) - S(\rho) \quad (16)$$

其中,  $S(\rho) = -\text{Tr}\rho \log_2 \rho$  是密度矩阵  $\rho$  的冯诺依曼熵;  $\rho_{\text{diag}}$  是将  $\rho$  的所有非对角元素删除之后得到的对角密度矩阵. 根据(10)式和(16)式, 我们可以获得两超导量子比特间量子相干性的表达式.

图 5 展示了未加入含时电磁场时两超导量子比特间量子相干性对 LC 电路初始相干态参数  $\alpha$  的敏感程度. 从图中可以看出, 两超导量子比特间的量子相干性不会被完全摧毁, 会在经过衰减之后稳定在一个数值附近保持不变. 这说明开放超导量子电路系统中的量子相干性会被部分保留并出现稳态量子相干性, 并且这个稳态数值会随着 LC 电路初始相干态参数  $\alpha$  的增大而减小. 这一现象发生的物理原因是随着初始相干态参数  $\alpha$  的增大, 超导量子比特与 LC 电路, 以及 LC 电路与环境之间发生了更加频繁的相互作用, 所以初始两超导量子比特间的量子相干性更快地泄露到环境中, 从而导致稳态量子相干性减小.

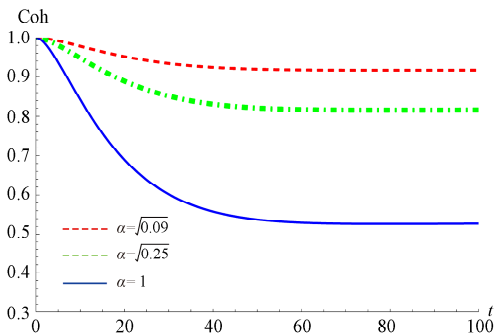


图 5 在 LC 电路初始不同相干态参数  $\alpha$  下, 两个超导量子比特之间的量子相干性随时间  $t$  变化的图像

$\lambda=0, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=1, c_3=-0.9, g_0=1$

Fig. 3 The geometric quantum correlation are plotted as a function of time  $t$

$\lambda=0, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=1, c_3=-0.9, g_0=1$

为了展示含时电磁场对开放超导量子电路系统中超导量子比特间量子相干性的影响, 图 6 刻画了在不同强度的含时电磁场下, 量子相干性随时间  $t$  的变化图像. 从图中可以发现, 当加入含时电磁场后, 超导量子比特间量子相干性衰减的速率减小; 且提高含时电磁场的强度, 稳态量子相干性的数值得到有效增加. 这些结果都说明, 开放超导量子电路系统中两超导量子比特间的稳态量子相干性可以通过含时电磁场来进行调节, 即

可以通过含时电磁场来提高稳态量子相干性的数值, 并且含时电磁场强度越大, 效果越好.

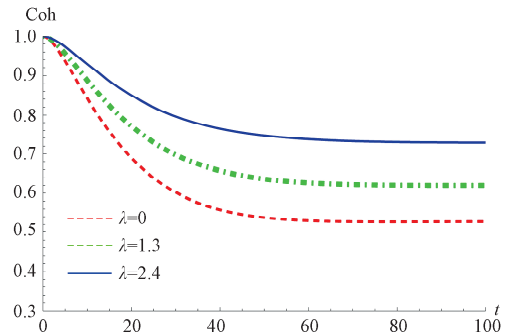


图 6 两个超导量子比特之间的量子相干性被展示为随时间  $t$  变化的图像

$\alpha=1, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=1, c_3=-0.9, g_0=1$

Fig. 4 The geometric quantum correlation are plotted as a function of time  $t$

$\alpha=1, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=1, c_3=-0.9, g_0=1$

## 4 含时电磁场对开放超导量子电路系统量子信息流动的影响

本节利用迹距离的方法研究含时电磁场对开放超导量子电路系统中量子信息流动的影响. 迹距离, 在实验上可由量子态层析技术获得<sup>[12]</sup>. 当前已有研究表明, 其可以用于探讨系统和环境之间的初始关联对开放系统动力学的影响<sup>[36,37]</sup>, 以及测量系统量子过程的非马尔可夫性<sup>[38-39]</sup>. 相关结果已经被近期实验证实<sup>[40,41]</sup>. 两个量子态  $\rho_1$  和  $\rho_2$  之间的迹距离被定义为<sup>[38]</sup>

$$D(\rho_1, \rho_2) = \frac{1}{2} \text{Tr} |\rho_1 - \rho_2| \quad (17)$$

这里,  $|A| = \sqrt{A^\dagger A}$  指的是  $A^\dagger A$  正特征值的平方根. 迹距离拥有一些非常重要的性质, 比如  $0 \leq D(\rho_1, \rho_2) \leq 1$ , 其中  $D(\rho_1, \rho_2) = 0$  表明  $\rho_1 = \rho_2$ ,  $D(\rho_1, \rho_2) = 1$  表明  $\rho_1$  与  $\rho_2$  正交. 另外, 对于正定的保迹量子操作  $\Delta$ ,  $D(\Delta\rho_1, \Delta\rho_2) \leq D(\rho_1, \rho_2)$ . 而且迹距离在么正变换下保持不变, 即  $D(U\rho_1 U^\dagger, U\rho_2 U^\dagger) = D(\rho_1, \rho_2)$ . 以上性质都为利用迹距离来度量系统与环境之间信息交换提供了有效保障. 结合(9)式、(10)式和(17)式, 我们可以得到开放超导量子电路系统的迹距离表达式  $D(\rho_{ab}(0), \rho_{ab}(t))$ .

图 7 展示了未加入含时电磁场时两超导量子比特间迹距离  $D(\rho_{ab}(0), \rho_{ab}(t))$  在不同 LC 电路初始相干态参数  $\alpha$  下的变化情况. 从图中可以看出,

随着  $LC$  电路初始相干态参数  $\alpha$  的增大, 迹距离的增加幅度和速率都变大. 这说明随着初始相干态参数  $\alpha$  的增大, 超导量子比特与  $LC$  电路, 以及  $LC$  电路与环境之间的信息流动变得更频繁, 从而导致超导电路系统初始所拥有的量子信息更快地泄露到环境中, 从而丢失原本所具有的量子性质.

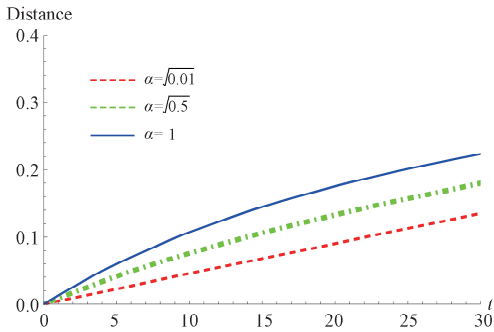


图 7 未加入含时电磁场时迹距离  $D(\rho_{ab}(0), \rho_{ab}(t))$  随时间  $t$  演化的图像

$\lambda=0, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=-0.9, c_3=0.6, g_0=1$

Fig. 7 Time evolution of trace distance  $D(\rho_{ab}(0), \rho_{ab}(t))$  as a function of time  $t$

$\lambda=0, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=-0.9, c_3=0.6, g_0=1$

为了说明含时电磁场对开放超导量子电路系统中量子信息流动的影响, 图 8 展示了在不同强度的含时电磁场下, 迹距离  $D(\rho_{ab}(0), \rho_{ab}(t))$  随时间  $t$  的变化图像. 对比图中的实线、虚线和点虚线可以明显看出, 含时电磁场可以减缓迹距离增加的速率和幅度, 有效抑制超导量子电路系统与环境

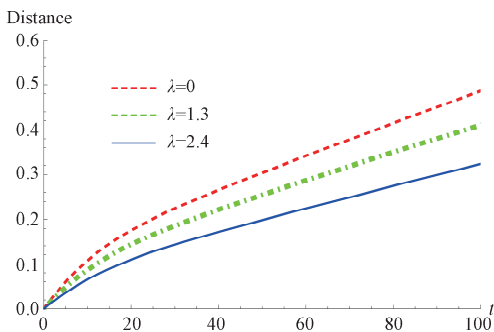


图 8 加入含时电磁场时迹距离  $D(\rho_{ab}(0), \rho_{ab}(t))$  随时间  $t$  演化的图像

$\alpha=1, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=-0.9, c_3=0.6, g_0=1$

Fig. 8 Time evolution of trace distance  $D(\rho_{ab}(0), \rho_{ab}(t))$  as a function of time  $t$

$\alpha=1, \gamma=0.035, \omega_0=2, \omega=4, \omega_c=5, c_1=0.9, c_2=-0.9, c_3=0.6, g_0=1$

之间的信息流动. 同时, 随着含时电磁场强度的

增强, 迹距离增加的速率和幅度进一步降低. 这些结果都表明, 含时电磁场可以有效阻碍超导量子电路系统与环境之间的信息交换, 抑制它们之间的信息流动, 从而降低超导量子电路系统初始拥有的量子性质被破坏的程度.

## 5 结 论

本文研究了利用含时电磁场延长开放超导量子电路系统中几何量子关联突然转变时间的可能性. 研究表明, 开放超导量子电路系统中两超导量子比特间的几何量子关联初始时保持不变, 当超过转变时刻  $t_1$  后开始衰减. 这说明开放超导量子电路系统中发生了从经典退相干到量子退相干的突然转变现象, 且转变时间的长短随  $LC$  电路初始相干态参数  $\alpha$  的增加而减小. 另外, 当加入含时电磁场后, 系统中突然转变的时间也就是几何量子关联保持常量的时间延长. 并且随着含时电磁场强度的提高, 几何量子关联保持常量的时间得到更有效的增加.

本文还研究了含时电磁场对于开放超导量子电路系统量子相干性的影响. 从结果可以发现, 两超导量子比特间的量子相干性不会被完全摧毁, 也就是说两超导量子比特间形成稳态量子相干性. 含时电磁场的加入, 使超导量子比特间量子相干性衰减的速率减小. 而且含时电磁场强度越大, 稳态量子相干性被提升的效果越好.

最后借助迹距离的方法探讨了含时电磁场对于开放超导量子电路系统与环境之间量子信息流动的影响. 结果显示, 在未加入含时电磁场时, 两超导量子比特间迹距离上升的幅度和速率都随相干态参数  $\alpha$  的增大而增加. 但是值得注意的是, 通过加入含时电磁场, 两超导量子比特间迹距离上升的幅度和速率都减缓. 而且, 随着含时电磁场强度的增加, 迹距离上升的速率和幅度变得更小. 这些结果表明, 含时电磁场可以有效阻碍超导量子电路系统与环境之间的信息交换, 抑制它们之间的信息流动, 保护超导量子电路系统初始拥有的量子性质.

## 参考文献:

- [1] Makhlin Y, Schön G, Shnirman, A. Quantum-state engineering with Josephson-junction devices [J]. Rev Mod Phys, 2001, 73: 357.
- [2] Johansson J, Saito S, Meno T, *et al.* Vacuum Rabi

- oscillations in a macroscopic superconducting qubit LC oscillator system [J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 127006.
- [3] Liu Y X, Sun C P, Nori F. Scalable superconducting qubit circuits using dressed states [J]. *Phys Rev A*, 2006, 74: 052321.
- [4] Wang D M, Xu H S, Xu J B, *et al.* Enhancement of geometric discord for the system of superconducting qubits and transfer of quantum information [J]. *J Opt Soc Am B*, 2013, 30: 2277.
- [5] Kang Y H, Chen Y H, Wu Q C, *et al.* Fast generation of W states of superconducting qubits with multiple Schrödinger dynamics [J]. *Sci Rep*, 2016, 6: 36737.
- [6] Hime T, Reichardt P A, Plourde B L T, *et al.* Solidstate qubits with current-controlled coupling [J]. *Science*, 2006, 314: 1427.
- [7] Kielpinski D, Kafri D, Woolley M J, *et al.* Quantum interface between an electrical circuit and a single atom [J]. *Phys Rev Lett*, 2012, 108: 130504.
- [8] Motte D D, Grounds A R, Rehák M, *et al.* Experimental system design for the integration of trapped ion and superconducting qubit systems [J]. *Quantum Inf Process*, 2016, 15: 5385.
- [9] Chiorescu I, Bertet P, Semba K, *et al.* Coherent dynamics of a flux qubit coupled to a harmonic oscillator [J]. *Nature*, 2004, 431: 159.
- [10] Ladd T D, Jelezko F, Laflamme R, *et al.* Quantum computers [J]. *Nature*, 2010, 464: 45.
- [11] Kurizki G, Bertet P, Kubo Y, *et al.* Quantum technologies with hybrid systems [J]. *Proc Nat Acad Sci*, 2015, 112: 3866.
- [12] Nielsen M A, Chuang I L. *Quantum computation and quantum information* [M]. London: Cambridge University Press, 2000: 880.
- [13] Meyer D A. Sophisticated quantum search without entanglement [J]. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 2014.
- [14] Zhang Y J, Han W, Xia Y J, *et al.* Role of initial system-bath correlation on coherence trapping [J]. *Sci Rep*, 2015, 5: 13359.
- [15] Liu X B, Tian Z H, Wang J C, *et al.* Protecting quantum coherence of two-level atoms from vacuum fluctuations of electromagnetic field [J]. *Ann Phys*, 2016, 366: 102.
- [16] Wu W, Cheng J Q. Coherent dynamics of a qubit-Cosillator system in a noisy environment [J]. *Quantum Inf Process*, 2018, 17: 300.
- [17] Huang Z M, Situ H Z. Non-Markovian dynamics of quantum coherence of two-level system driven by classical field [J]. *Quantum Inf Process*, 2007, 16: 222.
- [18] Guarnieri G, Kolář M, Filip R. Steady-state coherences by composite system-bath interactions [J]. *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 070401.
- [19] Mukhopadhyay C. Generating steady quantum coherence and magic through an autonomous thermodynamic machine by utilizing a spin bath [J]. *Phys Rev A*, 98: 012102.
- [20] Hu M L, Zhou W. Enhancing two-qubit quantum coherence in a correlated dephasing channel [J]. *Laser Phys Lett*, 2019, 16: 045201.
- [21] Borivoje D, Vlatko V, Caslav B. Necessary and sufficient condition for nonzero quantum discord [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 190502.
- [22] Paula F M, Montealegre J D, Saguia A, *et al.* Geometric classical and total correlations via trace distance [J]. *Europhys Lett*, 2013, 103: 50008.
- [23] Paula F M, Silva I A, Montealegre J D, *et al.* Observation of nvironment-induced double sudden transitions in geometric quantum correlations [J]. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 250401.
- [24] Lostaglio M, Korzekwa K, Milne A. Markovian evolution of quantum coherence under symmetric dynamics [J]. *Phys Rev A*, 2017, 96: 032109.
- [25] Wu W, Xu J B. Quantum coherence of spin-boson model at finite temperature [J]. *Ann Phys*, 2017, 48: 377.
- [26] Yin S Y, Song J, Xu X X, *et al.* Quantum coherence dynamics of threequbit states in XY spin-chain environment [J]. *Quantum Inf Process*, 2018, 17: 296.
- [27] Yadin B, Bogaert P, Susa C E, *et al.* Coherence and quantum correlations measure sensitivity to dephasing channels [J]. *Phys Rev A*, 2019, 99: 012329.
- [28] Liu Y X, Wei L F, Johansson J R, *et al.* Superconducting qubits can be coupled and addressed as trapped ions [J]. *Phys Rev B*, 2007, 76: 144518.
- [29] Nigg S E, Fuhrer A, Loss D. Superconducting grid-bus surface code architecture for hole-spin qubits [J]. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 147701.
- [30] Khan S, Tureci H E. Frequency combs in a lumped-element josephson-junction circuit [J]. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 153601.
- [31] van den Brink A M. Hamiltonian for coupled flux qubits [J]. *Phys Rev B*, 2005, 71: 064503.

- [32] Zheng S B, Guo G C. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED [J]. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 2392.
- [33] Peixoto de Faria J G, Nemes M C. Dissipative dynamics of the Jaynes-Cummings model in the dispersive approximation: analytical results [J]. *Phys Rev A*, 1999, 59: 3918.
- [34] Xu J B, Zou X B. Dynamic algebraic approach to the system of a three-level atom in the  $\Lambda$  configuration [J]. *Phys Rev A*, 1999, 60: 4743.
- [35] Dukalski M, Blanter Y M. Periodic revival of entanglement of two strongly driven qubits in a dissipative cavity [J]. *Phys Rev A*, 2010, 82: 052330.
- [36] Laine E M, Piilo J, Breuer H. Witness for initial system-environment correlations in open-system dynamics [J]. *Eur Phys Lett*, 2010, 92: 60010.
- [37] Smirne A, Breuer H P, Piilo J, *et al.* Initial correlations in open-systems dynamics; the Jaynes-Cummings model [J]. *Phys Rev A*, 2010, 82: 062114.
- [38] Breuer H P, Laine E M, Piilo J. Measure for the degree of non-markovian behavior of quantum processes in open systems [J]. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 210401.
- [39] Laine E M, Piilo J, Breuer H P. Measure for the non-Markovianity of quantum processes [J]. *Phys Rev A*, 2010, 81: 062115.
- [40] Liu B H, Li L, Huang Y F, *et al.* Experimental control of the transition from Markovian to non-Markovian dynamics of open quantum systems [J]. *Nature Phys*, 2011, 7: 931.
- [41] Tang J S, Li C F, Li Y, *et al.* Measuring non-Markovianity of processes with controllable system-environment interaction [J]. *Europhys Lett*, 2012, 97: 10002.