

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2018.01.019

利用啁啾场与单极场的组合场驱动 He^+ 发射高次谐波

刘 航^{1,2}, 李 义³, 姚 震³, 冯立强^{2,3}

(1. 辽宁工业大学化学与环境工程学院, 锦州 121001;

2. 中国科学院大连化学物理研究所分子反应动力学国家重点实验室, 大连 116023;

3. 辽宁工业大学理学院, 锦州 121001)

摘要: 数值研究了 He^+ 在啁啾场与单极场下发射高次谐波及阿秒脉冲的特点. 计算结果表明, 当 He^+ 的初始波函数布局在基态与激发态的叠加态时, 其谐波强度比单基态时增强 7 个数量级. 随后在啁啾场及单极控制场的作用下, 谐波发射的截止能量明显增强, 谐波的干涉结构也明显减小. 引入空间非均匀效应, 谐波截止能量得到进一步延伸, 形成一个 320 eV 的平台区. 通过叠加谐波, 可获得 3 个持续时间在 45~48 as 的 X 射线脉冲. 其强度比单基态输出的脉冲增强 5~6 个数量级.

关键词: 高次谐波; 阿秒脉冲; 啁啾场; 单极场; 空间非均匀效应

中图分类号: O562.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2018)01-0118-07

High-order harmonic generation from He^+ driven by the chirped pulse combined with the unipolar pulse

LIU Hang^{1,2}, LI Yi³, YAO Zhen³, FENG Li-Qiang^{2,3}

(1. School of Chemical and Environmental Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China;

2. State Key Laboratory of Molecular Reaction Dynamics, Dalian Institute of

Chemical Physics Chinese Academy of Sciences, Dalian 116023, China;

3. College of Science, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: The generations of the high-order harmonic and the attosecond pulse from He^+ ion driven by the chirped pulse combined with the unipolar pulse have been numerically investigated. The results show that by preparing the initial state as the coherent superposition of the ground and the first excited states of He^+ ion, the harmonic yield is enhanced by 7 orders of magnitude in comparison with the single ground initial state case. Further, by introducing the laser chirp and the unipolar controlling pulse, the cutoff energy of harmonic spectrum is remarkably enhanced, and the interference structure of harmonic is also reduced. With the introduction of the spatial inhomogeneous effect, the harmonic cutoff can be further extended, resulting in a super-bandwidth of 320 eV. By superposition of harmonics, three attosecond X-ray pulses with durations from 45 as to 48 as can be obtained, which is 5~6 orders of magnitude improvement in comparison with the single ground initial state case.

Keywords: High-order harmonic generation; Attosecond pulse; Chirped pulse; Unipolar pulse; Spatial inhomogeneous effect

收稿日期: 2016-07-11

基金项目: 国家自然科学基金(11504151, 11504150); 辽宁省博士启动基金(201501123); 辽宁省教育厅基金(L2014242, JL201615405)

作者简介: 刘航 (1985-), 女 辽宁沈阳人, 博士, 讲师.

通讯作者: 冯立强. E-mail: lqfeng1101@126.com; lqfeng@dicp.ac.cn

1 引言

随着激光脉宽进入飞秒时代, 激光与物质相互作用的动力学现象得到了广泛关注^[1,2]. 高次谐波 (high-order harmonic generation, HHG) 作为探测原子、分子、团簇、晶体电子运动以及产生单个阿秒脉冲的方法之一更是被广泛地研究^[2-4].

原子、分子发射谐波的过程可以由 Corkum 或 Lewenstein 提出的半经典模型^[5,6]来描述: 首先, 电子通过隧道电离进入连续态 (过程 A: 电离过程); 随后, 进入连续态的电子加速并远离核子, 但在激光场反向时部分电子又反向加速返回核子并与核子发生碰撞 (过程 B: 加速-回碰过程); 最后, 辐射出高能光子 (过程 C: 发射谐波过程).

对于单色激光场, 谐波截止能量为 $E_{\text{cutoff}} = I_p + 3.17 U_p$ (I_p 是电离势, $U_p \sim \lambda^2$ 为电子的有质动力势). 通过分析上式, 有 2 种直观方法可以延伸谐波截止能量, 即: (i) 增大输入场强度; (ii) 利用长波长激光场. 但是, 这 2 种方法都有局限性, 例如: (i) 当激光强度增大到一定程度时, 电子有较大几率被直接电离, 导致电子回碰几率以及回碰能减小^[7]; (ii) 谐波强度随着激光波长增大而减小^[8]. 因此, 为了获得高强度的谐波脉冲, 许多其它方法被提出来延伸谐波截止能量以及增强谐波强度, 例如: 电离、偏振门技术^[9,10]; 双色场方案^[11,12]; 啁啾场方案^[13,14]; 单极控制场方案^[15]; 超短 XUV 脉冲调控方法^[16]; 激发态效应^[17]等.

最近, Kim 等^[18]将 10^{11} W/cm^2 的激光场与蝴蝶型金属纳米结构相互作用, 由于等离子体共振增强现象, 激光场形成了空间非均匀性, 其强度在金属纳米结构中被增强了 4 个数量级, 并且在与惰性气体相互作用后获得了一个 47 nm 的 XUV 脉冲. 这一实验结果非常有利于运用低强度激光场产生阿秒脉冲. 因此最近几年利用空间非均匀激光场输出高次谐波得到了广泛关注. 例如: Shaaran 等^[19]和 Ciappina 等^[20]详细分析了电子在空间非均匀场下发射谐波的过程. Yavuz 等^[21]理论研究了空间非均匀场下原子发射谐波的特点并获得了 130 as 的脉冲. Feng 等^[22]理论研究了 H_2^+ 分子与空间非均匀激光场的相互作用, 并获得了一系列 sub-50 as 的脉冲.

但是, 由于金属纳米结构不能承受很强的激光脉冲, 因此上述获得的阿秒脉冲在强度上受到了一定限制. 因此, 本文利用 He⁺ 离子为模型提出了一

种有效延伸以及增强谐波能量的方法.

2 计算方法

He⁺ 与激光场相互作用可以通过数值求解含时薛定谔方程来描述, 即^[23]:

$$i \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) - xE(x, t) \right] \varphi(x, t), \quad (1)$$

其中 $V(x) = -2/\sqrt{0.5+x^2}$ 是 He⁺ 的软核库伦势, $\varphi(x, t)$ 为电子波函数.

激光场表示为:

$$E(x, t) = (1 + sg(x)) [E \exp[-4 \ln(2) t^2 / \tau^2] \cos(\omega_0 t - \beta \omega_0 t^2 / T_{\text{total}}) + E_{\text{uni}}(t)], \quad (2)$$

其中 E , ω_0 , τ , β 和 $T_{\text{total}} = 1136 \text{ a. u.}$ 分别为基础激光场的振幅, 频率, 脉宽, 啁啾参数和总传播时间. $g(x) = 5.2 \times 10^{-8} x + 3.0 \times 10^{-5} x^2 - 2.5 \times 10^{-12} x^3 - 3.4 \times 10^{-10} x^4$ 表示空间非均匀形式. 本文采用蝴蝶型金属纳米结构具体参数可参考文献^[24]. s 为开关函数, 即 $s = 0$ 表示空间均匀激光场; $s = 1$ 表示空间非均匀激光场. $E_{\text{uni}}(t)$ 是单极激光场可表示为:

$$E_{\text{uni}}(t) = k\theta(t - t'_0) E \left[\frac{400(t - t'_0)^3 \exp[-8(t - t'_0)/\tau_{\text{uni}}]}{\tau_{\text{uni}}^3} - \frac{0.004(t - t'_0)^5 \exp[-(t - t'_0)/\tau_{\text{uni}}]}{\tau_{\text{uni}}^5} \right], \quad (3)$$

其中 $\theta(t)$ 是阶梯函数, k , t_0 , τ_{uni} 是单极激光场的强度, 延迟时间以及脉宽.

高次谐波可以表示为:

$$H(\omega_0) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_0}} \int_0^T a(t) e^{-i\omega_0 t} dt \right|^2, \quad (4)$$

其中 $a(t)$ 为偶极加速度可以表示为^[25]:

$$a(t) = \left\langle \varphi(x, t) \left| -\frac{\partial V(x)}{\partial x} + \frac{\partial(xE(x, t))}{\partial x} \right| \varphi(x, t) \right\rangle. \quad (5)$$

利用小波变换的方法^[26]连续辐射谱的时频分析谱图可以表示为:

$$A(t, \omega_0) = \int a(t') \sqrt{\omega_0} W(\omega_0(t' - t)) dt', \quad (6)$$

其中, $W(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{\xi}}\right) e^{ix} e^{-x^2/2\xi^2}$, $\xi = 15$.

最后, 通过傅里叶变换可获得阿秒脉冲:

$$I(t) = \left| \sum_q \left(\int a(t) e^{-iq\omega_0 t} dt \right) e^{iq\omega_0 t} \right|^2. \quad (7)$$

3 结果与讨论

图 1(a) 给出 He⁺ 离子在单色空间均匀激光场下发射高次谐波的特点. 激光场为 5 fs/800 nm, $I = 1.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\beta = 0.0$, $s = 0$. 其中初始波函数分别选择为 He⁺ 离子的基态 ($n = 1$) 以及 He⁺ 离子基态和第一激发态的叠加态 ($n = 1 + 2$). 由图可知, 当叠加态作为初始态时, 谐波强度比基态作为初始态时增强 7 个数量级, 这一结果非常有利于输出高强度阿秒脉冲. 研究表明谐波强度与电子在连续态的占有率和基态的保留率有关^[27]. 因此, 图 1(b) 和 1(c) 给出初始态为单基态以及叠加态时电子在基态和激发态的布局演化图. 从图 1(b) 可知, 由于 He⁺ 基态的电离能较大 (54.4 eV), 因此本文的激光强度不能对其产生很大的电离, 多数电子依然布局在基态, 这就是谐波强度较弱的原因. 但是对于叠加态 (图 1(c)), 由于激发态具有较低的电离能, 因此激光强度足够电离激发态上的电子, 但是却不能电离基态上的电子. 因此, 电子在激发态的几率随着激光场的加入而逐渐减少, 但电子在基态的保留率依然很大, 这就是谐波强度增强的原因. 在下面的讨论中, 如无特殊说明, He⁺ 离子的初始波函数选择为基态与第一激发态的叠加态.

图 2(a) 给出 He⁺ 离子在单色空间均匀啁啾激光场下发射高次谐波的特点. 其它激光参数与图 1 一样. 从图中可以看到, 随着啁啾参数的加入, 谐波截止能量明显增强, 尤其当 $\beta = 0.5$ 时, 不仅谐波截止能量延伸到了 $85\omega_0$, 而且谐波干涉明显减小. 但随着啁啾参数继续增大, 例如 $\beta = 0.6$, 谐波截止能量又被减小. 图 2(b) 给出了啁啾激光场在 $\beta = 0.0$, $\beta = 0.5$, $\beta = 0.6$ 时的激光包络图. 由半经典‘三步模型’可知, 电子可以在 A 点附近发生电离; 随后在激光场中加速, 当激光在 B 点反向时, 其先减速在反向加速. 最后, 电子在 C 点附近与母核发生回碰并辐射高次谐波. 由图 2(b) 可知, 随着啁啾参数的增大 (例如, $\beta = 0.5$), B-C 过程不仅被增强而且被加宽, 这导致电子有更多时间在激光场中进行加速, 并获得更高的能量, 这就是谐波截止能量延伸的原因. 当啁啾参数继续增大 (例如, $\beta = 0.6$), 虽然 B-C 过程也被展宽, 但其振幅强度明显减弱, 导致电子获得的能量减少,

因此谐波截止能量呈现减少的现象.

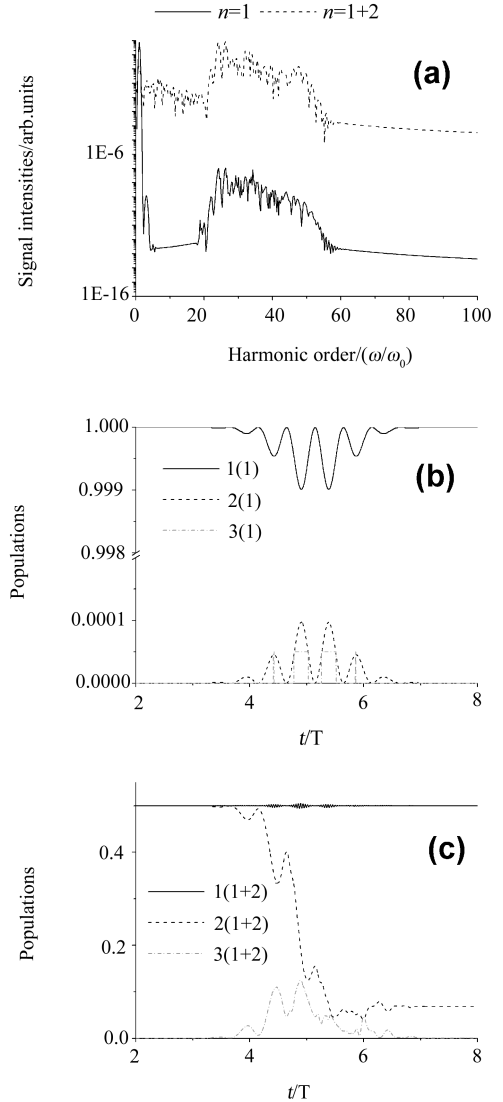


图 1 (a) He⁺ 离子在基态 ($n = 1$) 及叠加态 ($n = 1 + 2$) 下的高次谐波谱图. 激光场为 5 fs/800 nm, $I = 1.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\beta = 0.0$, $s = 0$. (b) 和 (c) 初始态为基态及叠加态时电子在基态和激发态的布局演化图. T 是 800 nm 激光场的光学周期

Fig. 1 (a) Harmonic spectra of He⁺ when the initial state is prepared as the single ground state ($n = 1$) and the coherent superposition of the ground and the first excited states ($n = 1 + 2$). The laser field is 5 fs/800 nm, $I = 1.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\beta = 0.0$, $s = 0$. (b) and (c) population probabilities of the ground and the excited states when the initial state is prepared as $n=1$ and $n = 1+2$, respectively. T means the optical cycle of the 800 nm pulse

图 3(a)-3(c) 给出上述三种条件下谐波辐射的时频分析图. 对于 $\beta = 0.0$ 的情况 (图 3(a)), 谐波发射主要呈现 4 个回碰能量峰 (每个峰对应于半个周期), 并且每个能量峰都有短量子路径 (左分

支)和长量子路径(右分支)^[28]组成,因此导致其谐波光谱具有较大的干涉结构. 对于 $\beta = 0.5$ 的情况(图 3(b)), 电子最大回碰发生在 5.0 到 6.0 T (T 是 800 nm 激光周期), 与 $\beta = 0.0$ 的情况相比, 电子加速时间明显增大, 因此导致最大回碰能及谐波截止能量增加. 并且, 最大能量峰中短量子路径的贡献要大于长量子路径的贡献, 因此导致谐波谱上干涉减小. 对于 $\beta = 0.6$ 的情况(图 3(c)), 虽然电子最大回碰时间 (5.0 到 8.0 T) 明显增大, 但由于激光包络强度被啁啾调制减弱(见图 2(b)), 电子在持续加速中并未获得很大的能量, 因此导致谐波截止能量随啁啾参数持续增大而减小.

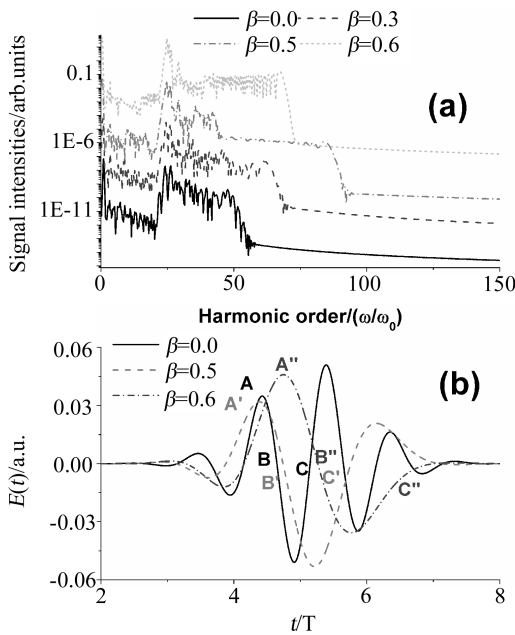


图 2 (a) He⁺ 离子在单色啁啾激光场下发射高次谐波的特点. 其它激光参数与图 1 一样. (b) 啁啾激光场在 $\beta = 0.0, 0.5, 0.6$ 时的激光包络图

Fig. 2 (a) Harmonic spectra of He⁺ driven by the chirped pulses. The other laser parameters are the same as those from Fig. 1. (b) Laser profiles of the chirped pulses with $\beta = 0.0, 0.5, 0.6$

图 4(a) 给出 He⁺ 离子在最佳啁啾场 ($\beta = 0.5$) 与单极控制场的组合场下发射高次谐波的特点. 单极激光场参数为: $k = 0.3, t_0 = 4.5, 4.7, 4.9, 5.1$ T, $\tau_{\text{uni}} = 5$ fs. 由图可知, 随着单极控制场的加入, 谐波截止能量明显延伸, 尤其当 $t_0 = 4.9$ T 时, 获得了一个 113 eV 的连续平台区. 图 4(b) 给出单极激光场强度 k 对于谐波发射的影响. 结果表明, 随着单极场强度持续增大, 谐波截止能量可以继续延伸, 但谐波截止能量附近的强度会有

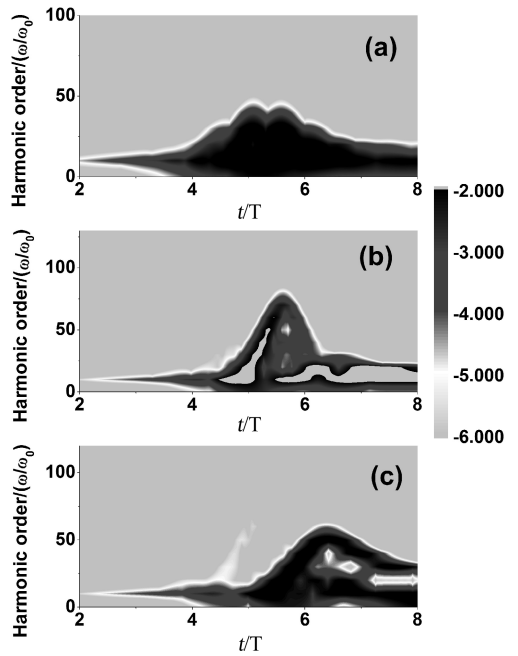


图 3 谐波发射的时间-频率分析图 (a) $\beta = 0.0$; (b) $\beta = 0.5$; (c) $\beta = 0.6$

Fig. 3 Time-frequency harmonic distributions for the cases of chirped pulses with (a) $\beta = 0.0$; (b) $\beta = 0.5$; (c) $\beta = 0.6$

明显减弱, 这不利于高强度阿秒脉冲的输出. 因此, 本文选取 $k = 0.7$ 作为合适的单极控制场强度, 并且可以获得一个带宽在 198 eV 的连续区. 图 4(c) 给出啁啾场, 单极控制场, 以及组合场的激光包络图. 由图可知, 单极激光场相当于只有半个周期的激光场, 因此适当引入单极激光场后, 激光包络只在特定的半个周期内发生变化而不影响其它周期内激光的波形, 这一现象非常有利于控制电子的加速-回碰过程. 例如, 图 4(c) 中单极控制场延迟时间为 $t_0 = 4.9$ T 时, 组合场的 B-C 过程比单啁啾基础场明显增强, 这导致电子在加速-回碰中会获得更多的能量, 进而导致谐波截止能量的延伸. 图 4(d) 给出最佳组合场下 ($\beta = 0.5, k = 0.7, t_0 = 4.9$ T, $\tau_{\text{uni}} = 5$ fs) 谐波发射的时频分析图. 由图可知, 电子最大回碰能量峰由单一短量子路径贡献生成, 因此导致谐波谱图上干涉明显减小. 图 5(a) 给出 He⁺ 离子在最佳空间均匀 ($s = 0$) 与非均匀 ($s = 1$) 组合场下的高次谐波谱图. 从图中可知, 随着空间非均匀效应的引入, 谐波截止能量得到进一步延伸, 并且获得一个 320 eV 的超长平台连续区. 图 5(b) 给出上述最佳空间非均匀场下谐波发射的时频分析图. 从图中可知, 由等离子体共振增强效应引起的空间非均匀性导致电

子在加速一回碰中获得更多的能量,进而辐射出能量更高的谐波. 而且对于最大能量峰,只有短量子

路径对谐波发射起作用,这对于孤立阿秒脉冲的输出是非常有利的.

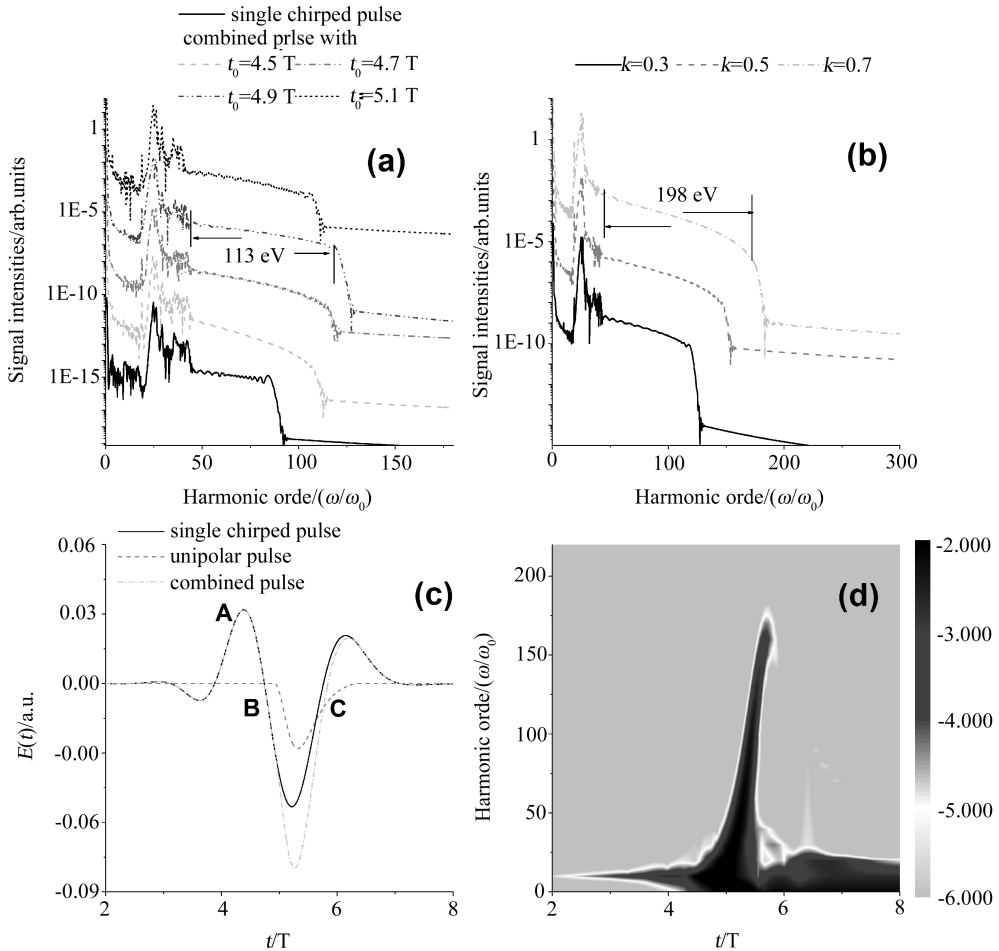


图 4 (a) He⁺ 在啁啾场 ($\beta = 0.5$) 和单极控制场的组合场下发射谐波的特点. 单极激光场参数为: $k = 0.3, t_0 = 4.5, 4.7, 4.9, 5.1$ T, $\tau_{\text{uni}} = 5$ fs. (b) 单极控制场强对谐波发射的影响. (c) 啁啾场 ($\beta = 0.5$), 单极场 ($k = 0.7, t_0 = 4.9$ T) 以及组合场的激光包络图. (d) 最佳组合场 ($\beta = 0.5, k = 0.7, t_0 = 4.9$ T, $\tau_{\text{uni}} = 5$ fs) 下发射谐波的时间-频率分析图

Fig. 4 (a) Harmonic spectra of He⁺ driven by the chirped pulse ($\beta = 0.5$) combined with the unipolar pulse. The parameters of the unipolar pulse are chosen to be $k = 0.3, t_0 = 4.5, 4.7, 4.9, 5.1$ T, $\tau_{\text{uni}} = 5$ fs. (b) Intensity of the unipolar pulse effect on the harmonic generation. (c) Laser profiles of the single chirped pulse ($\beta = 0.5$), single unipolar pulse ($k = 0.7, t_0 = 4.9$ T) and the combined field. (d) Time-frequency harmonic distribution for the case of optimal combined field ($\beta = 0.5, k = 0.7, t_0 = 4.9$ T, $\tau_{\text{uni}} = 5$ fs)

图 6(a) 给出叠加最佳空间非均匀组合场下产生的谐波后获得的阿秒脉冲时域包络曲线. 例如, 叠加 70 th~120 th 谐波, 120 th~170 th 谐波, 170 th~220 th 谐波后, 可以获得 3 个持续时间在 45, 45, 48 as 的孤立 X 射线脉冲. 为了比较本方案下获得阿秒脉冲的增强效果, 图 6(b) 给出 He⁺ 离子基态作为初始态时, 在无啁啾激光场下所产生的脉冲. 显然, 在本文采用的方案下, 不仅可以获得更短的脉冲, 而且脉冲强度也有 5~6 个数量级的

提高.

4 结论

综上所述, 本文以 He⁺ 离子为模型, 理论提出了一种利用啁啾场与单极控制场延伸谐波能量及增强谐波强度的方法. 计算结果表明, 选取 He⁺ 基态与第一激发态的叠加态为初始态时, 谐波强度可以比单基态时增强 7 个数量级. 并且在啁啾场及单极控制场的作用下, 谐波截止能量明显增强, 谐

波干涉结构明显减小. 随后通过引入空间非均匀效应, 谐波截止能量进一步扩展, 形成了一个 320 eV 的连续区, 并且获得 3 个持续时间为 45, 45, 48 as 的 X 射线脉冲. 这些脉冲比 He⁺ 离子基态作为初始态时所产生的脉冲增强 5 ~ 6 个数量级.

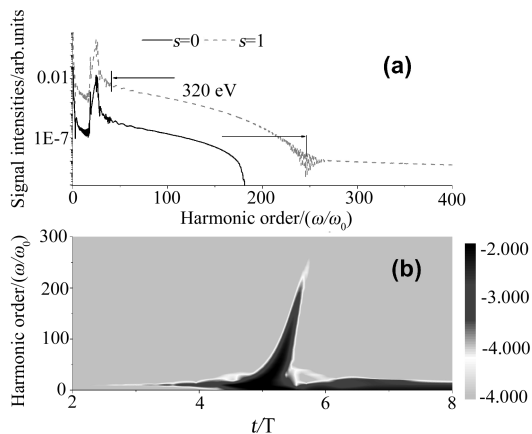


图 5 (a) He⁺ 离子在最佳空间均匀 ($s = 0$) 与非均匀 ($s = 1$) 组合场下发射谐波的特点. (b) 最佳空间非均匀 ($s = 1$) 组合场下发射谐波的时间-频率分析图

Fig. 5 (a) Harmonic spectra of He⁺ driven by the spatial homogeneous ($s = 0$) and inhomogeneous ($s = 1$) combined fields. (b) Time-frequency harmonic distribution for the case of optimal spatial inhomogeneous ($s = 1$) combined field

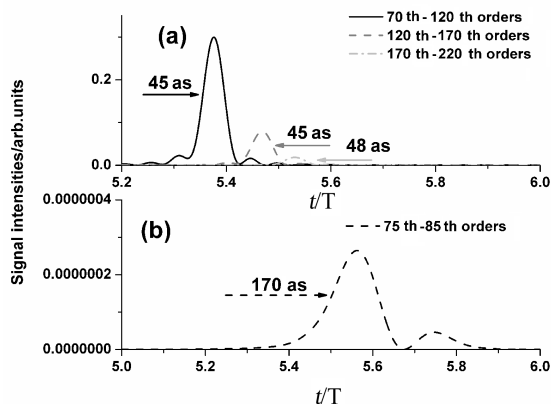


图 6 叠加谐波产生的阿秒脉冲时域包络曲线 (a) 最佳空间非均匀激励光场; (b) 基态作为初始态, $\beta = 0.0$

Fig. 6 (a) Temporal profiles of the attosecond pulses by superposing harmonics from (a) the optimal spatial inhomogeneous combined field; (b) the single ground initial state with $\beta = 0.0$

参考文献:

[1] Krausz F, Ivanov M. Attosecond physics [J]. Rev Mod Phys, 2009, 81: 163.

[2] Uiberacker M, Uphues T, Schultze M, *et al.* Attosecond real-time observation of electron tunnelling in atoms [J]. Nature, 2007, 446: 627.

[3] Goulielmakis E, Schultze M, Hofstetter M, *et al.* Single-cycle nonlinear optics [J]. Science, 2008, 320: 1614.

[4] Brabec T, Krausz F. Intense few-cycle laser fields: frontiers of nonlinear optics [J]. Rev Mod Phys, 2000, 72: 545.

[5] Corkum P B. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization [J]. Phys Rev Lett, 1993, 71: 1994.

[6] Lewenstein M, Balcou P, Ivanov M Y, *et al.* Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields [J]. Phys Rev A, 1994, 49: 2117.

[7] Tikman Y, Yavuz I, Ciappina M F, *et al.* High-order-harmonic generation from Rydberg atoms driven by plasmon-enhanced laser fields [J]. Phys Rev A, 2016, 93: 023410.

[8] Wang Y H, Yu C, Shi Q, *et al.* Reexamination of wavelength scaling of harmonic yield in intense midinfrared fields [J]. Phys Rev A, 2014, 89: 023825.

[9] Sansone G, Benedetti E, Calegari F, *et al.* Isolated single-cycle attosecond pulses [J]. Science, 2006, 314: 443.

[10] Chang Z. Chirp of the single attosecond pulse generated by a polarization gating [J]. Phys Rev A, 2005, 71: 023813.

[11] 冯立强. 双色场驱动不对称分子产生超短 X 射线光源 [J]. 原子与分子物理学报, 2015, 32: 269.

[12] Lu R F, He H X, Guo Y H, *et al.* Theoretical study of single attosecond pulse generation with a three-colour laser field [J]. J Phys B: At Mol Opt, 2009, 42: 225601.

[13] Feng L Q, Chu T S. Generation of an isolated sub-40-as pulse using two-color laser pulses: combined chirp effects [J]. Phys Rev A, 2011, 84: 053853.

[14] Li P C, Zhou X X, Wang G L, *et al.* Isolated sub-30-as pulse generation of an He⁺ ion by an intense few-cycle chirped laser and its high-order harmonic pulses [J]. Phys Rev A, 2009, 80: 053825.

[15] Feng L Q, Liu H. Unipolar pulse assisted generation of the coherent XUV pulses [J]. Opt Commun, 2015, 348: 1.

[16] Feng L Q, Chu T S. Intensity enhancement in attosecond pulse generation [J]. IEEE J Quant Elect, 2012, 48: 1462.

- [17] Feng L Q, Chu T S. Intensity improvement in the attosecond pulse generation with the coherent superposition initial state [J]. *Phys Lett A*, 2012, 376: 1523.
- [18] Kim S, Jin J, Kim Y J, *et al.* High-harmonic generation by resonant plasmon field enhancement [J]. *Nature*, 2008, 453: 757.
- [19] Shaaran T, Ciappina M F, Lewenstein M. Quantum-orbit analysis of high-order-harmonic generation by resonant plasmon field enhancement [J]. *Phys Rev A*, 2012, 86: 023408.
- [20] Ciappina M F, Pérez-Hernández J A, Shaaran T, *et al.* Electron-momentum distributions and photoelectron spectra of atoms driven by an intense spatially inhomogeneous field [J]. *Phys Rev A*, 2013, 87: 063833.
- [21] Yavuz I. Gas population effects in harmonic emission by plasmonic fields [J]. *Phys Rev A*, 2013, 87: 053815.
- [22] Feng L Q. Molecular harmonic extension and enhancement from H_2^+ ions in the presence of spatially inhomogeneous fields [J]. *Phys Rev A*, 2015, 92: 053832.
- [23] Lu R F, Zhang P Y, Han K L. Attosecond-resolution quantum dynamics calculations for atoms and molecules in strong laser fields [J]. *Phys Rev E*, 2008, 77: 066701.
- [24] Xue S, Du H C, Xia Y, *et al.* Generation of isolated attosecond pulses in bowtie-shaped nanostructure with three-color spatially inhomogeneous fields [J]. *Chin Phys B*, 2015, 24: 054210.
- [25] Burnett K, Reed V C, Cooper J, *et al.* Calculation of the background emitted during high-harmonic generation [J]. *Phys Rev A*, 1992, 45: 3347.
- [26] Antoine P, Piraux B, Maquet A. Time profile of harmonics generated by a single atom in a strong electromagnetic field [J]. *Phys Rev A*, 1995, 51: R1750.
- [27] Mohebbi M, Batebi S. Two states hydrogenlike model for high-order harmonic generation and an isolated attosecond pulse generation in a He^+ ion [J]. *Opt Commun*, 2013, 296: 113.
- [28] Mairesse Y, Bohan A D, Frasinski L J, *et al.* Attosecond synchronization of high-harmonic soft X-rays [J]. *Science*, 2003, 302: 1540.