

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2018.01.018

# 基于改进经验模态分解的三维重建

李绪琴, 陈文静, 苏显渝

(四川大学电子信息学院光电系, 成都 610064)

**摘要:** 针对传统经验模态分解(Empirical mode decomposition, EMD)在边缘易出现分解错误的问题, 本文提出一种改进的经验模态分解方法. 分别对条纹进行镜像延拓和 Gerchberg 外插迭代来实现边沿的拓展, 有效抑制条纹边沿引起的模态分解错误, 提高分解准确度. 将改进的 EMD 分解方式应用于变形结构光条纹图的分析, 能有效消除条纹中的背景分布, 得到更好的三维面形重建效果.

**关键词:** 经验模态分解; 镜像延拓; Gerchberg 外插迭代; 三维重建

**中图分类号:** O438      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0490-6756(2018)01-0111-07

## Three dimensional reconstruction based on improved empirical mode decomposition

LI Xu-Qin, CHEN Wen-Jing, SU Xian-Yu

(Opto-Electronic Department, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of the edge error caused by the traditional empirical mode decomposition(EMD)method, an improved EMD method is proposed for eliminating the decomposition error in the edge zones of the signals in this paper. A mirror extension method and Gerchberg extrapolation iteration method are introduced to eliminate the decomposition error at edges, respectively. The improved methods can effectively suppress the mode decomposition error caused by the signal edges and improve the decomposition accuracy of the EMD. When they are applied to analyze the deformed fringe pattern, a better reconstructed result of 3D surface can be obtained because the background component of the fringe is eliminated well.

**Keywords:** Empirical mode decomposition; Mirror extension; Gerchberg iteration; Three-dimensional reconstruction

## 1 引言

经验模态分解<sup>[1]</sup>是 1998 年提出的一种新的、自适应信号分析方法, 它将信号看作有限个固有模态函数(Intrinsic mode function, IMF)<sup>[2-3]</sup>的集合. 不同的 IMF 分量代表原始信号不同时间尺度的局部特征信号. EMD 分解可用于非平稳信号处理, 近年来也用于三维测量领域获得被测物体的三维面形分布<sup>[4-5]</sup>.

EMD 分解基于数据分析, 分解过程中需要计算信号的上下包络及平均包络. 然而在信号的边界处, 因缺乏数据前后的支撑而无法确定上下包络在边界的走向, 导致 EMD 分解在边界处出现较大的波动, 影响最终分解的结果. 目前提出了大量抑制边界效应的方法. 如: 假定极值点法、基于多项式拟合法、基于神经网络的延拓法, Rilling G 镜像延拓法等<sup>[6-9]</sup>. 假定极值点法<sup>[6]</sup>将信号两端点数据强制作为信号的极值点进行处理; 基于多项式拟合

收稿日期: 2017-01-11

基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ49087901); 四川省人才基金([2015] 100-12)

作者简介: 李绪琴(1992-), 女, 硕士, 主要从事光学三维传感方面的研究. E-mail: 1158223522@qq.com

通讯作者: 陈文静. E-mail: chenwj0409@scu.edu.cn

法<sup>[7]</sup>,存在拟合函数不能反映原始信号端点附近的变化趋势的情况;基于神经网络的延拓方法<sup>[8]</sup>运行速度慢,且易陷入局部最优解. Rilling G 镜像延拓法是 EMD 分解中常用的边界效应抑制法<sup>[9]</sup>,该方法利用信号两端的极值点对信号进行对称延拓处理,可以取得比较理想结果. 但 Rilling G 镜像延拓法必需根据条纹图的边缘分布特性,考虑不同的延拓方式,并可能导致端点数据的失真.

本文研究 EMD 分解在光学三维重建中的运用. 将 Gerchberg 外插迭代延拓方法<sup>[10]</sup>引入 EMD 分解中;对 Rilling G 镜像延拓和 Gerchberg 外插迭代延拓的方法降低 EMD 分解边沿误差,提高分解准确度进行对比. 将这两种延拓方式结合 EMD 分解应用到基于傅里叶变换轮廓术<sup>[11-13]</sup>的三维重建中,通过 EMD 分解得到变形条纹的背景分量,消除其对傅里叶变换轮廓术(FTP)测量的影响,从而提高 FTP 测量范围和精度.

## 2 基本原理

### 2.1 EMD 的基本原理

经验模态分解是一种自适应的信号分解方法,能将信号分解为有限的,按照频率从高到低依次排列的一组模态函数,每一个模态函数(IMF)必须满足以下两个条件:第一,信号的极值点数目和过零点数目相等或者至多相差一个;第二,任意点处局部极大值的包络(上包络线)和局部极小值的包络(下包络线)的均值为零.

以一维 EMD 分解为例,对任意信号  $s(t)$  采用 EMD 分解后可以表示为:

$$s(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (1)$$

即信号  $s(t)$  被分解为若干个  $c_i(t)$  表示的 IMF 和一个余项  $r_n(t)$  的和. 分解过程简述如下:1) 寻找  $s(t)$  所有的局部极大值和极小值点,采用三次样条插值算法<sup>[13]</sup>分别得到信号  $s(t)$  的极大值包络  $s_{\max}(t)$  和极小值包络  $s_{\min}(t)$ ;计算上下包络的均值,即平均包络  $e(t) = \frac{s_{\max}(t) + s_{\min}(t)}{2}$ ;得到一个去除低频的信号  $h(t) = s(t) - e(t)$ ,判断  $h(t)$  是否满足 IMF 的两个条件,若满足则将  $h(t)$  作为第一个 IMF,记做  $c_1(t)$ ;若不满足,则将  $h(t)$  作为一个新的信号,重复以上步骤,直到找到满足 IMF 条件的  $c_1(t)$ . 余项记为:

$r_1(t) = s(t) - c_1(t)$ . 2) 判断  $r_1(t)$  是否满足预先设置的停止准则,若满足,则停止筛选过程;若不满足,

则将  $r_1(t)$  作为一个新的信号,重复以上步骤,依次得到模态函数  $c_i(t)$ ,直到剩余项  $r_n(t)$  满足预先设置的停止准则,停止筛选. 为了提高信号边缘分解的可靠性,需要对其边缘进行延拓. 论文分别采用基于 Rilling G 镜像延拓和 Gerchberg 外插迭代来实现边沿的拓展,提高 EMD 分解的准确性,更好消除条纹背景对 FTP 的测量影响.

### 2.2 Rilling G 镜像延拓原理

Rilling G 镜像延拓法利用边界极值点对信号进行对称延拓两到三个极值,然后采用三次样条插值获得信号的上下包络,使信号不落在极值点组成的包络之外. 以信号的左端延拓为例简述 Rilling G 镜像延拓过程.

设左端点为  $a$ ,出现的第一个极大值,设为  $b$ ;第一个极小值,设为  $c$ . 当端点后先出现极大值  $b$ ,再出现极小值  $c$ ,且  $a > c$ ,则以第一个极大值坐标位置作为对称点,将第一个极大值到第三个极大值的数据镜像复制到关于对称点对称的区域,如图 1(a)所示;若  $a < c$ ,则以端点值作为对称点,将端点到第二个极大值的数据镜像复制到关于对称点对称的区域,如图 1(b)所示. 相反,若端点后先出现极小值  $c$ ,再出现极大值  $b$ ,且  $a < b$ ,则以第一个极小值坐标位置作为对称点,将第一个极小值到第三个极小值的数据镜像复制到关于对称点对称的区域,如图 1(c)所示;若  $a > b$ ,则以端点值作为对称点,将端点到第二个极小值的数据镜像复制到关于对称点对称的区域,如图 1(d)所示.

对于一段  $s_2(t)$  信号,其由单调信号  $s_{21}(t)$ ,调频信号  $s_{22}(t)$  和分段信号  $s_{23}(t)$  组成.

$$\begin{cases} s_{21}(t) = 6t^2 \\ s_{22}(t) = \cos(10\pi t + 10\pi t^2) \\ s_{23}(t) = \begin{cases} \cos(80\pi t - 15\pi) & t > 0.5 \\ \cos(60\pi t) & other \end{cases} \\ s_2(t) = s_{21}(t) + s_{22}(t) + s_{23}(t) \end{cases} \quad (2)$$

其时域波形和是否采用镜像延拓处理得到的几种包络如图 2 所示. 其上半部分表示未对  $s_2(t)$  进行延拓处理,由三次样条插值获取信号的上下包络和平均包络. 下半部分表示采用镜像延拓方式对信号  $s_2(t)$  进行处理后,由三次样条插值获取信号的上下包络和平均包络. 可见用镜像延拓方式对边界延拓后,包络提取更准确,可有效提高 EMD 分解的准确度.

### 2.3 条纹 Gerchberg 外插迭代延拓原理

在基于结构光投影的光学三维测量中,CCD 采集的携带物体高度的变形条纹为正弦调频信号,如

公式(3)所示,其傅里叶谱表示为:  $G(f_x, f_y) = G_0(f_x, f_y) + G_1(f_x, f_y) + G_{-1}(f_x, f_y)$ , 式中  $G_0(f_x, f_y)$ ,  $G_1(f_x, f_y)$  和  $G_{-1}(f_x, f_y)$  分别表示信号的零级谱, 一级谱和负一级谱. Gerchberg 外插迭代过程为: 对 CCD 采集的条纹图作加“0”延拓, 对延拓后的条纹图作二维傅立叶变换, 得到其频谱分布. 选择

合适的滤波窗滤出零频和正负一级频谱, 再作逆傅立叶变换, 得到一个延拓的新条纹. 将原始条纹写入新条纹中对应区域, 以保证该区域的图像不变. 重复上述步骤, 直到得到一个质量好的满场条纹, 迭代结束. 这样就将条纹的边缘进行了外延拓.

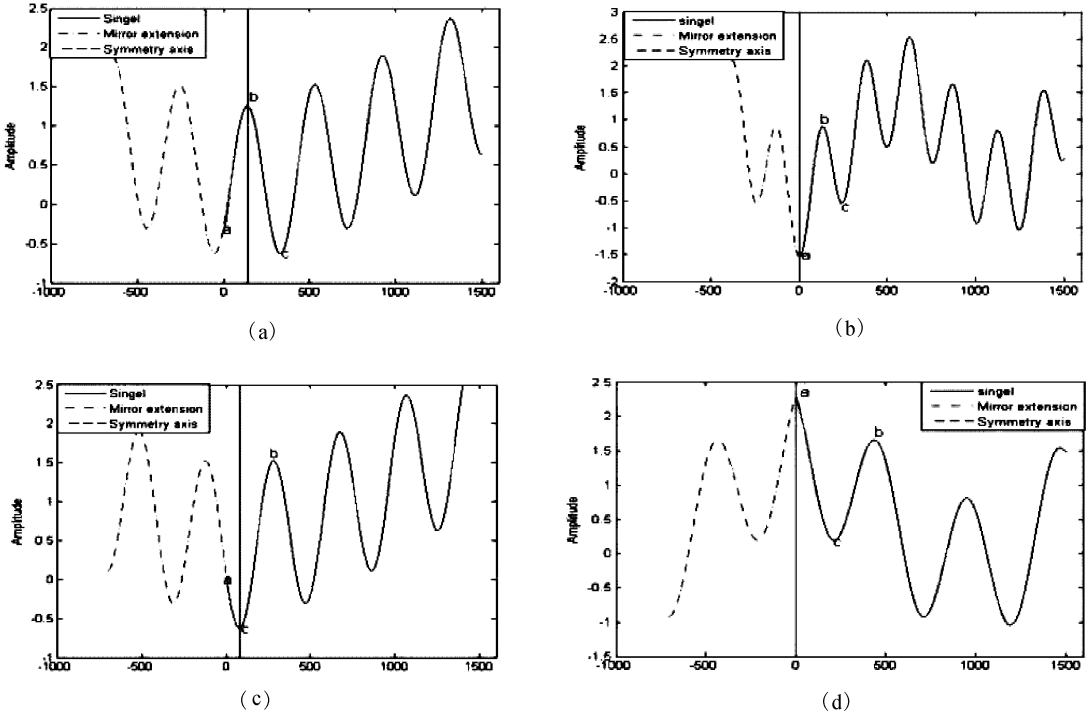


图 1 四种不同类型的边界点处理方式  
Fig. 1 Four difference processing methods of end point

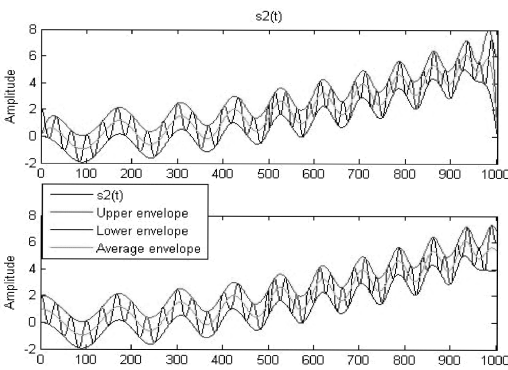


图 2 上半部分: 未对  $s_2(t)$  端点进行延拓得到的上下包络和平均包络, 下半部分: 对信号  $s_2(t)$  端点进行了镜像延拓后得到的上下包络和平均包络

Fig. 2 Upper part: the upper/lower/average envelope of a signal without mirror extension processing, lower part: the upper/lower/average envelope of a signal with mirror extension processing

Rilling G 镜像延拓原理和 Gerchberg 外插迭代延拓均可以将 EMD 分解在边界处的误差降低, 提高了分解的准确度.

### 2.4 结构光投影 FTP 方法基本原理

基于三角原理的主动三维测量, 投影正弦条纹到被测物体表面, 在与投影光轴成一定夹角的方向, 成像设备记录受物体高度调制的变形条纹和参考条纹, 分别表示为:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (3)$$

$$g_0(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi_0(x, y)] \quad (4)$$

式中  $f_0$  是空间载频,  $a(x, y)$  是背景光强,  $b(x, y)$  是条纹对比度,  $\varphi(x, y)$  为由物体高度分布  $h(x, y)$  引起的相位调制,  $\varphi_0(x, y)$  为初始相位. 对公式(3)和(4)分别进行傅里叶变换, 滤出条纹基频分量并进行逆傅里叶变换, 可以得到条纹中携带对应被测物体高度分布的截断相位信息, 表示为:

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi(x, y) - \varphi_0(x, y) \quad (5)$$

利用相位展开算法<sup>[13]</sup>和高度—相位映射关系, 就可重建物体的三维面形.

为了提高 FTP 的测量精度和范围,需要抑制条纹不均匀背景对测量的影响. 对采集到的变形条纹进行 EMD 分解,可以提取条纹不均匀背景分布. 将其从条

纹中减掉,可以提高 FTP 的测量精度和范围. Rilling G 镜像延拓和 Gerchberg 外插迭代延拓可以将 EMD 分解在边界处的误差降低,提高了分解的准确度.

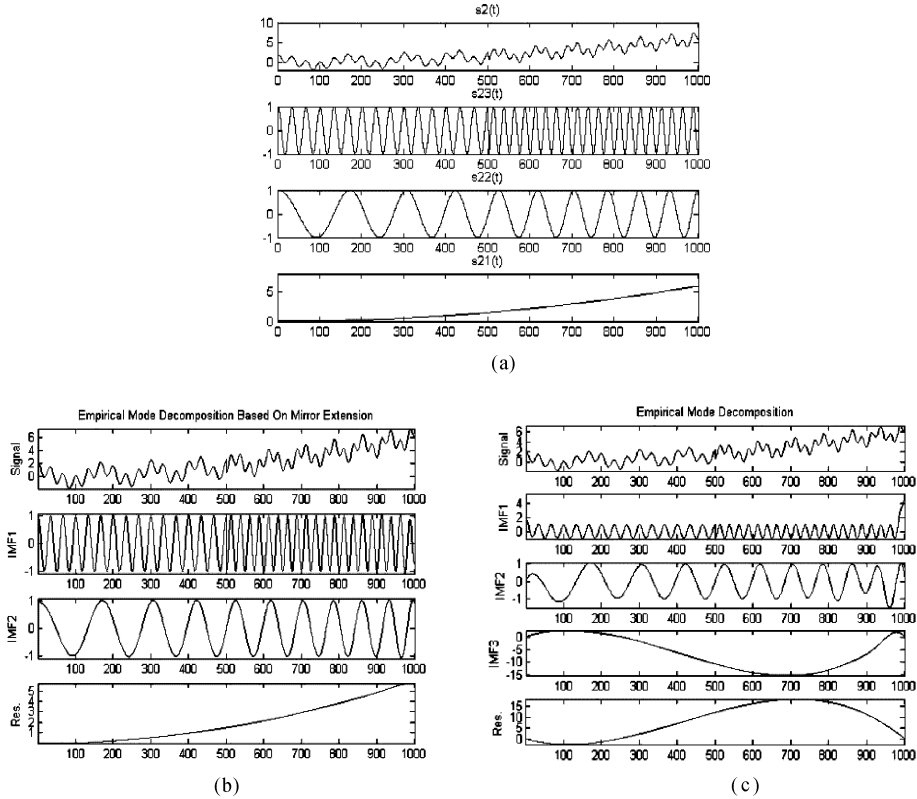


图 3 (a)  $s_2(t)$  及其组成部分; (b) 改进 EMD 对  $s_2(t)$  分解; (c) 传统 EMD 对  $s_2(t)$  的分解  
Fig. 3 (a)  $s_2(t)$  and its components; (b) decomposition result of  $s_2(t)$  using improved EMD; (c) decomposition result of  $s_2(t)$  using traditional EMD

### 3 计算机模拟

#### 3.1 基于镜像延拓的 EMD 分解模拟

计算机模拟验证改进的 EMD 分解方法的有效性. 采用传统的 EMD 分解和改进的 EMD 分解对信号  $s_2(t)$  的分解结果如图 3 所示. 图 3(a) 为信号  $s_2(t)$  及其组成部分, 采用 Rilling G 镜像延拓对信号的边界进行处理并进行 EMD 分解, 分解结果如图 3(b) 所示, 分解出来的各分量较准确. 而采用传统 EMD 分解结果, 在第一个模态分量的边界处出错, 误差向后传递, 导致在第三个模态分量没有任何意义, 图 3(c) 所示.

#### 3.2 基于镜像延拓的 EMD 分解用于三维重建

模拟物体由 peaks 函数表示, 其表达式为:

$$Z = 3(1-x)^2 \exp(-x^2 - (y+1)^2) - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) \exp(-x^2 - y^2) - \frac{1}{3} \exp(-(x+1)^2 - y^2) \quad (6)$$

考虑到物体表面反射率对条纹采集到的条纹的背景光场的影响, 模拟的变形条纹表示为:

$$I(x, y) = 0.1 * Z + 0.5 \cos(2\pi f_0 x + \beta * Z) + N(x, y) \quad (7)$$

其中, 载频  $f_0 = 1/12$ ,  $N(x, y)$  为随机噪声, 图像的尺寸是  $512 \times 512$  pixels. 图 4(a) 表示  $\beta = 1.5$ , 添加了 3% 随机噪声的变形条纹图. 为了提高分解准确性, 对含噪图像进行小窗口滤波, 既有效的保留信号, 又抑制了噪声对分解的影响. 利用镜像延拓结合 EMD 分解, 可以消除背景对 FTP 的影响. 图 4(b) 表示变形条纹第 256 行的传统 EMD 分解图, 图 4(c) 表示同一行镜像延拓后 EMD 分解图. 图 4(d) 表示传统的 EMD 分解后重构的三维面形, 图 4(e) 表示重构误差, 其恢复结果的标准偏差为 0.0361, 最大误差为 0.6883. 图 4(f) 和图 4(g) 分别表示采用改进的 EMD 分解消除条纹背景后 FTP 的重建结果与误差, 其标准偏差为 0.0129, 最大误差为 0.0845. 可见 FTP 重建精度提高了.

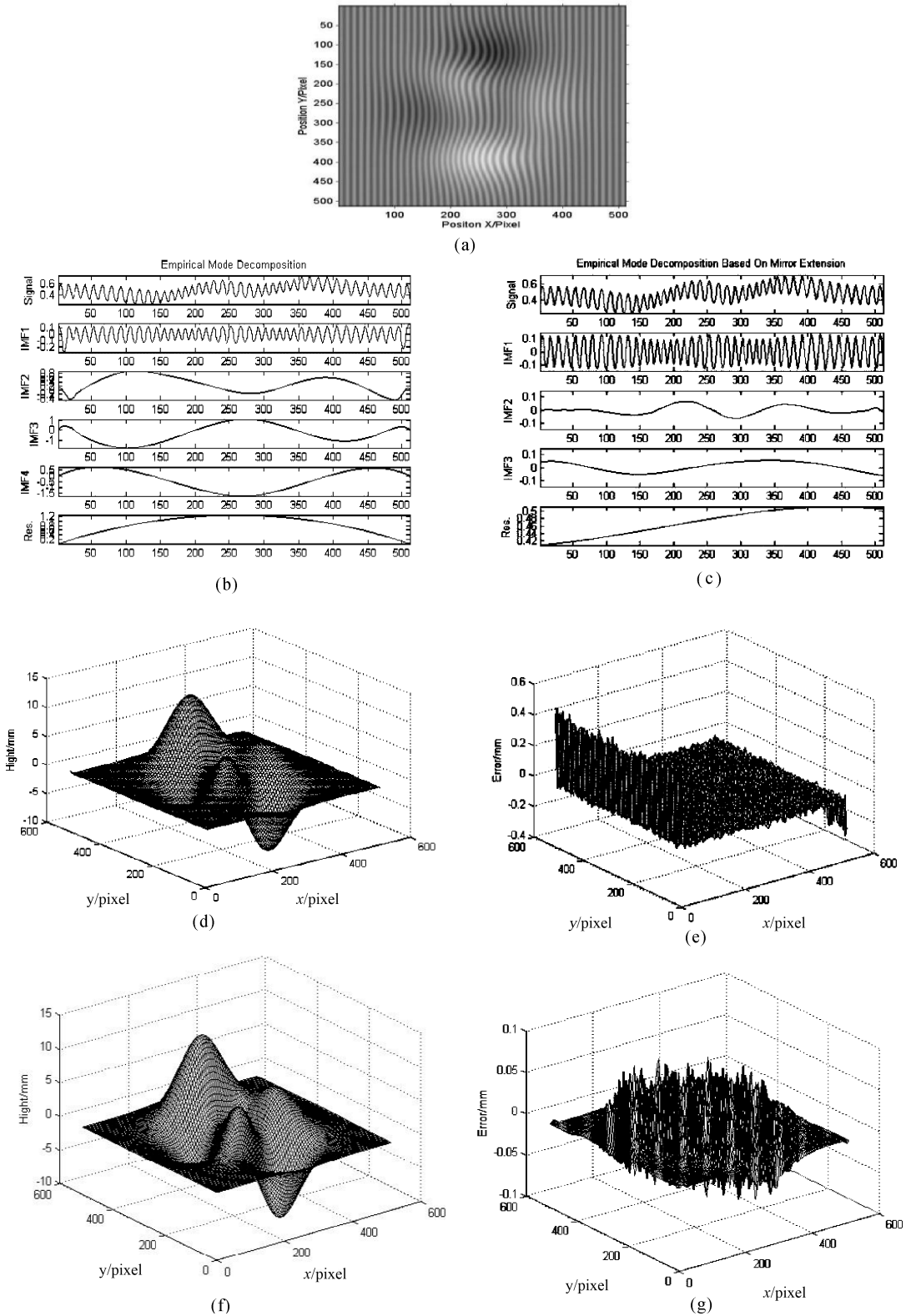


图 4 传统 EMD 与镜像延拓 EMD 重建结果对比

(a)  $\beta = 1.5$  时变形条纹图; (b) 变形条纹第 256 行传统的 EMD 分解; (c) 变形条纹第 256 行镜像延拓的 EMD 分解; (d) 和 (e) 传统的 EMD 恢复的结果与误差; (f) 和 (g) 镜像延拓的 EMD 恢复的结果与误差。

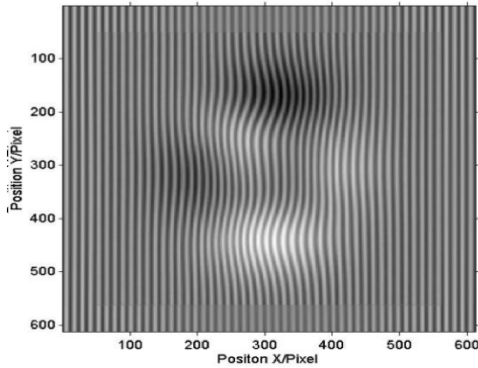
Fig. 4 Comparison between the traditional EMD and the EMD based on mirror extension

(a) deformed fringe pattern when  $\beta = 1.5$ ; (b) decomposition result of the 256th row of the deformed fringe by traditional EMD; (c) decomposition result of the 256th row of the deformed fringe by EMD based on mirror extension; (d) & (e) the reconstruction results and errors by the traditional EMD; (f) & (g) the reconstruction results and errors by EMD based on mirror extension.

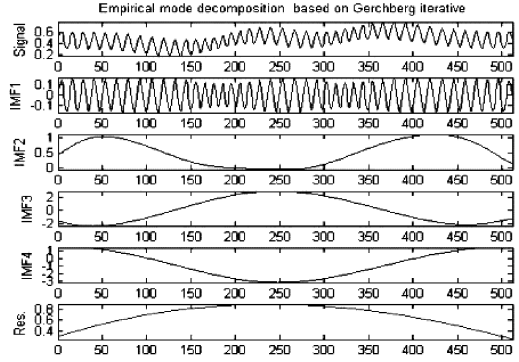
### 3.3 基于 Gerchberg 外插迭代的经验模态分解

对变形条纹图 4(a)进行 Gerchberg 迭代外插延拓,得到延拓后图像大小为  $600 \times 600$  pixels,如图 5(a)所示. 迭代后,对结果条纹图进行 EMD 分解,图 5(b)画出了图 4 中同一行条纹的经验模态分解结果(对应条纹有效区域). 利用 EMD 分解消

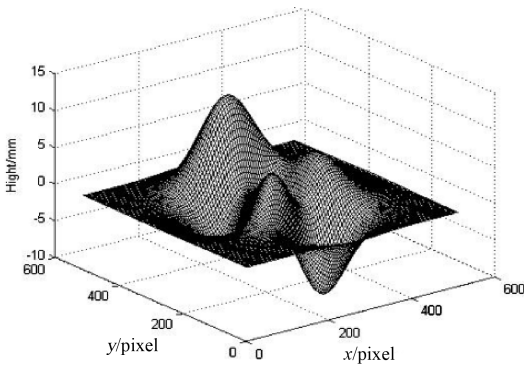
除条纹背景后,采用 FTP 方法得到恢复面形如图 5(c)所示,误差如图 5(d)所示. 其恢复结果的标准偏差为 0.0135,最大误差为 0.0955. 可见基于 Gerchberg 外插迭代的三维面形重建误差和上述基于 Rilling G 延拓的误差在同一量级,但 Gerchberg 外插迭代原理更简单,处理速度更快.



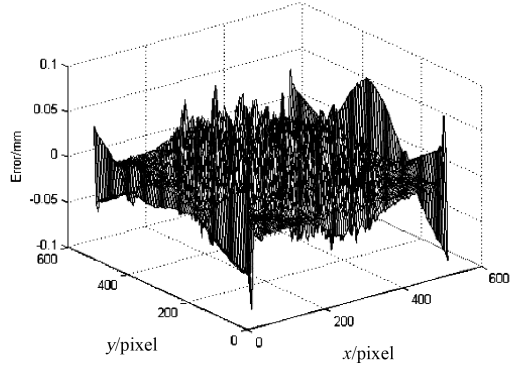
(a)



(b)



(c)



(d)

图 5 (a) 迭代后的变形条纹,(b) 第 307 行的经验模态的分解,(c) 恢复物体,(d) 恢复物体误差

Fig. 5 (a) Deformed fringe after iteration; (b) empirical mode decomposition of 307th row; (c) recover object; (d) recover object error

## 4 实验

实验验证了所提改进方法的可行性. 实验中所用数字投影仪(型号:EPSON CBX-25)的分辨率为  $1024 \times 768$ , CCD(型号为:IDS UI-1545LE-M)的分辨率为  $1280 \times 1024$ . 被测物体是“米奇”头像,截取 CCD 采集的  $350 \times 350$  图像区域进行处理,条纹如图 6(a)所示. 对比了采用传统的 EMD 分解和改进的 EMD 分解消除条纹背景后 FTP 的测量结果. 图 6(b)是传统的 EMD 分解消除条纹背景后 FTP 重建结果;图 6(c)是 Rilling G 镜像延拓结合 EMD 分解消除条纹背景后 FTP 重建结果;6(d)是 Gerchberg 外插迭代结合 EMD 分解消除条纹背景后 FTP 重建结果. 可见采用边界沿延拓方法结合

EMD 分解能更准确提取条纹背景,提高 FTP 三维重建精度.

## 5 结论

论文讨论利用改进的 EMD 分解来提高 FTP 测量方法的精度和范围. 通过对变形条纹分别采用 Rilling G 镜像延拓和 Gerchberg 外插迭代来提高 EMD 分解的准确性,将改进的 EMD 分解方法用于三维测量中,更好消除条纹背景分量对 FTP 测量的影响. 完成了改进的 EMD 分解结果和传统 EMD 分解结果的对比,以及他们用于 FTP 测量时得到的三维重建结果和误差对比. 模拟和实验都证明了改进的经验模态分解用于 FTP 测量时,可以提高 FTP 测量精度和范围.

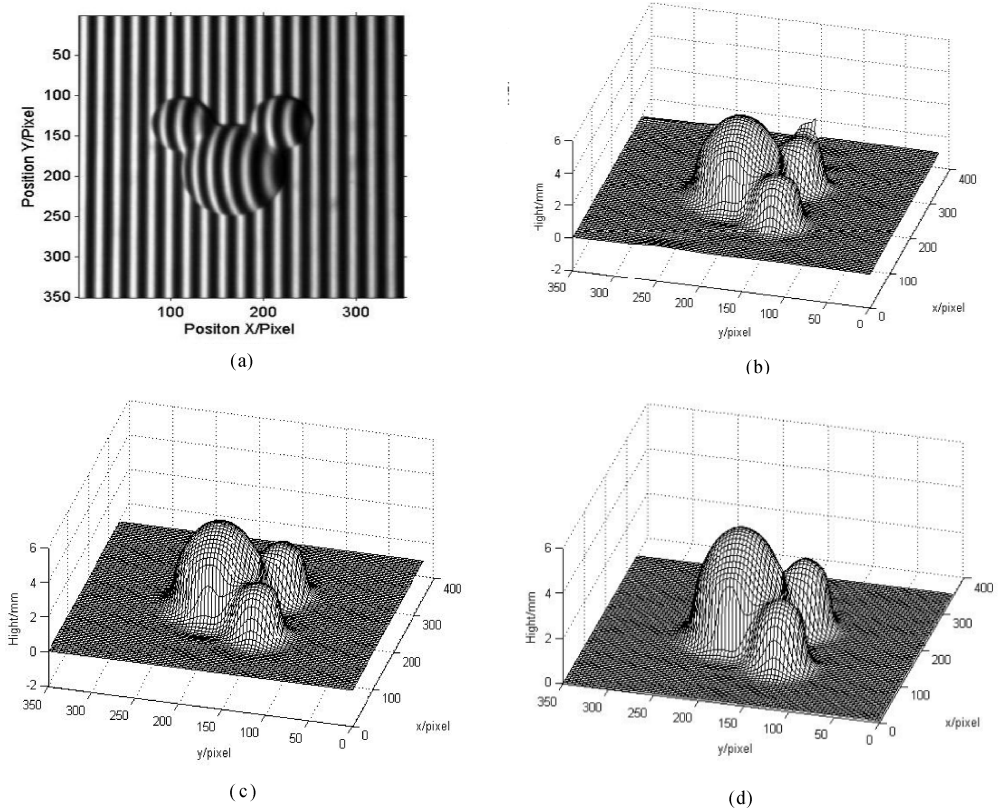


图 6 (a) 变形条纹, (b) 传统的经验模态分解重建的三维面形; (c) 镜像延拓的经验模态重建的三维面形; (d) Gerthberg 迭代后重建的三维面形

Fig. 6 (a) Deformed fringe; (b) reconstruction by traditional EMD; (c) reconstruction by EMD based on mirror extension; (d) reconstruction by EMD based on Gerthberg iteration

## 参考文献:

- [1] Huang N E, Shen Z, Long S R, *et al.* The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis [J]. Proc R Soc Lond A, 1998, 454: 903.
- [2] Flandrin P, Rilling G, Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank [J]. IEEE Signal Proc Lett, 2004, 11: 112.
- [3] 刘禄波, 罗懋康, 赖莉. Hilbert-Huang 变换在线性正则域的新推广[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2016, 53: 980.
- [4] 郑素珍, 曹益平. 基于一维经验模态分解的非等步在线三维面形测量[J]. 光电子·激光, 2014, 25: 1527.
- [5] 郑素珍, 曹益平. 基于二维经验模态分解的五步非等步在线三维检测[J]. 中国激光, 2014, 41: 182.
- [6] Altamirano-Altamirano A, Vera A, Leija L, *et al.* Myoelectric signal analysis using Hilbert-Huang Transform to identify muscle activation features [C]. [S.l.]: IEEE, 2016: 1.
- [7] 王红军, 付瑶. 基于多项式拟合的 EMD 端点效应处理方法研究[J]. 机械设计与制造, 2010(10): 197.
- [8] 韩建平, 钱炯, 董小军. 采用镜像延拓和 RBF 神经网络处理 EMD 中端点效应[J]. 振动. 测试与诊断, 2010, 30: 414.
- [9] Rilling G, Flandrin P. On the influence of sampling on the empirical mode decomposition [C]. [S.l.]: IEEE, 2006: 444.
- [10] Gerchberg R W. Super-resolution through error energy reduction [J]. Opt Acta; Int J Opt, 1974, 21: 709.
- [11] 陈文静, 苏显渝, 曹益平, 等. 傅里叶变换轮廓术中抑制零频的新方法[J]. 中国激光, 2004, 31: 740.
- [12] 戴豪民, 许爱强. 瞬时频率计算方法的比较研究和改进[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2014, 51: 1197.
- [13] 赵文静, 陈文静, 苏显渝, 等. 几种时间相位展开方法的比较[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2016, 53: 110.
- [14] 张涛, 张欣. 三次样条插值在小波去噪中的应用[J]. 计算机应用与软件, 2016, 33: 88.