

doi: 103969/j. issn. 0490-6756. 2016. 01. 019

几种时间相位展开方法的比较

赵文静, 陈文静, 苏显渝

(四川大学电子信息学院光电科学技术系, 成都 610064)

摘要: 相位场的展开是基于结构光投影光学三维面形测量方法的关键步骤, 复杂相位场的展开也是该方法面临的主要问题之一, 时间相位展开方法提供了解决这一难题的一种有效手段. 时间相位展开方法利用从多套不同频率条纹图中调解得到的三维截断相位分布, 沿时间轴方向上将每点的相位进行独立展开, 可以避免二维截断相位图展开过程中引入的误差扩散问题. 本文对比了负指数时间相位展开法、三频时间相位展开法、三频外差时间相位展开法以及一次外差时间相位展开法, 并引入分块拟合的方法来得到更准确的相位计算结果. 完成了计算机模拟和实验验证, 标准平面测量时, 采用分段拟和的相位误差远小于以前采用的全场拟和法.

关键词: 光学三维传感; 条纹分析; 相位计算; 时间相位展开

中图分类号: O438 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2016)01-0110-08

The comparison of several time phase unwrapping methods

ZHAO Wen-Jing, CHEN Wen-Jing, SU Xian-Yu

(Opto-Electronic Department, College of Electronics & Information Engineering,
Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: One of the key steps in 3D optical shape measurement based on the structured light projection is the phase unwrapping. The unwrapping issue about the complicated phase map is also the difficult step of the methods. The temporal phase unwrapping provides a useful tool to obtain the continuous phase map from the complicated wrapped phase map. Along the time direction, the temporal phase unwrapping is independently carried out from a 3D distribution demodulated from grating fringes with different pitches projected on the tested object. Therefore the problem of the error propagation in 2D phase unwrapping algorithm can be avoided. Followed by the comparison among the typical temporal phase unwrapping methods, including the negative exponential method, three pitches unwrapping method, three pitches heterodyne unwrapping method and its improved technique, a segmentation curve fitting method is used to improve the phase calculation accuracy. The computer simulations and experiments are carried out to verify that the phase error is deduced greatly through the segmentation curve fitting.

Key words: Optical 3D sensing; Fringe analysis; Phase calculation; Temporal phase unwrapping

1 引言

基于条纹投影的光学三维测量方法具有快速、

准确、无损等特点, 已被广泛应用于生物医学、机器视觉、工业检测以及航空航天等领域^[1-2], 典型的方法包括基于单帧条纹处理的变换域分析方

收稿日期: 2015-04-20

基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ49087901)

作者简介: 赵文静(1988—), 女, 山西朔州人, 硕士研究生, 主要从事三维传感方面的研究.

通讯作者: 陈文静. E-mail: chenwj0409@scu.edu.cn

法^[3-5]和基于多帧条纹处理的相移方法^[6],前者包括:傅里叶变换轮廓术^[7],窗口傅里叶变换轮廓术^[8],小波变换轮廓术^[9]和S变换轮廓术^[10]等.相移测量技术比变换域分析方法精度更高,但变换域方法由于只需采集一帧或最多两帧条纹,适合于动态过程测量.无论采用上述哪个方法,算出的相位值截断在 $(-\pi, \pi]$ 区间,通常要对其进行展开才能得到连续的相位图.

相位展开方法一般分为两大类:空间相位展开和时间相位展开.空间相位展开法比较相邻两个像素点的截断相位值,通过加减 $2n\pi$, n 为整数,使得相邻像素点的相位差落在 $(-\pi, \pi]$ 之间来实现相位展开.一个完善的截断相位图,展开过程是与路径无关的.但当条纹图中存在严重噪声,局部阴影,条纹断裂,条纹局部区域不满足抽样定理等情况下,在空域进行相位展开会因严重的误差传递问题,不能得到正确的连续相位.时间相位展开是沿时间轴方向上对3D截断相位场进行展开.通过投影多套不同频率的条纹到物体表面,CCD采集多组(每组多帧)受物体表面调制的条纹图序列,从中计算出由不同频率多帧截断相位构成的3D截断相位场,然后将同名像素点的相位沿时间轴独立进行展开,从原理上避免了空间相位展开法引起的像素点间的误差传播.

自1993年Saldner和Huntley^[11]提出了时间相位展开方法以来,人们就如何减少展开过程所需条纹数,提高展开效率问题进行研究,产生了很多展开算法.最典型算法包括:基于线性增长,指数增长,负指数增长的时间相位展开^[12-13],以及在这些算法基础上产生的改进算法,包括三频法、外差法^[14]等.其中负指数增长算法具有很高的条纹级次定位精度,所以相位展开精度高,从而重建的三维面形测量的精度也高.但是所需的数据采集量较大,数据处理时间也较长.三频展开法^[15]仅用3套条纹 $t=1, \sqrt{s}, s$ (s 为最大投影条纹数目)做时间相位展开,精度相对负指数增长算法有所降低,但缩短了测量时间.三频外差的方法^[15]将三频展开法与外差法结合起来,在保证较高相位展开可靠性的同时也具有较高的效率.在三频外差的基础上,也出现了一些展开路径不变但减少外差次数的改进的方法.

本文对负指数时间相位展开法、三频时间相位展开法、传统三频外差时间相位展开法以及一次外差法进行了比较.对基于全域拟合的时间相位展开法进行改进,提出采用分块拟合方法提高相位计算精度,模拟和实验均验证了采用分段拟合的相位

误差远小于以前采用的全场拟合法.

2 原理

2.1 时间相位展开原理

时间相位展开利用从多组不同频率的条纹图中获得的三维相位场沿着时间轴方向分别对每个像素逐一进行相位展开.一般来说,展开过程可以分为三个步骤进行:

1)计算每套条纹测量后的截断相位图 $\varphi_w(m, n, t)$,其中 m, n 表示条纹的空域尺寸, $t=1, 2, \dots, s$,是时间变量,用于标记条纹套数, s 为投影条纹最大周期数.

2)求时间轴上相邻两套截断相位图同一点的截断相位差以及确定 2π 的不连续数 $d(m, n, t)$:

$$\Delta\varphi_w(m, n, t) = \varphi_w(m, n, t) - \varphi_w(m, n, t-1)$$

$$d(m, n, t) = NINT(\Delta\varphi_w(m, n, t)/2\pi) \quad (1)$$

其中 $NINT(*)$ 为取整运算符,总的 2π 不连续数为:

$$v(m, n, s) = \sum_{t=1}^s d(m, n, t) \quad (2)$$

3)总的展开相位差为:

$$\varphi_u(m, n, s) - \varphi_w(m, n, 0)$$

$$= \varphi_w(m, n, s) - \varphi_w(m, n, 0) - 2\pi v(m, n, t) \quad (3)$$

以标准的四步相移为例,则共需4s帧条纹图,条纹图的强度分布可表示为:

$$I_1(x, y, t) = A(x, y, t) + B(x, y, t)\cos\varphi(x, y, t)$$

$$I_2(x, y, t) = A(x, y, t) - B(x, y, t)\sin\varphi(x, y, t)$$

$$I_3(x, y, t) = A(x, y, t) + B(x, y, t)\cos\varphi(x, y, t)$$

$$I_4(x, y, t) = A(x, y, t) - B(x, y, t)\sin\varphi(x, y, t) \quad (4)$$

计算每套条纹的截断相位:

$$\varphi_w(x, y, t) = \tan^{-1}\left[\frac{\Delta I_{42}(x, y, t)}{\Delta I_{13}(x, y, t)}\right] \quad (5)$$

其中 $\Delta I_{i,j}(x, y, t)$ 表示为:

$$\Delta I_{ij}(x, y, t) = I_i(x, y, t) - I_j(x, y, t) \quad (6)$$

计算时间轴上相邻时刻(标记为 t_1 和 t_2)对应的两幅截断相位图在同一点的截断相位差 $\Delta\varphi_w(t_2, t_1)$ 及该点展开时所需的 2π 的不连续数 $d(t)$:

$$\Delta\varphi_w(t_2, t_1) =$$

$$\tan^{-1}\left[\frac{\Delta I_{42}(t_2)\Delta I_{13}(t_1) - \Delta I_{13}(t_2)\Delta I_{42}(t_1)}{\Delta I_{13}(t_2)\Delta I_{13}(t_1) + \Delta I_{42}(t_2)\Delta I_{42}(t_1)}\right] \quad (7)$$

$$d(t_2, t_1) = NINT(\Delta\varphi_w(t_2, t_1)/2\pi) \quad (8)$$

其中 $\Delta I_{ij}(t_k)$ ($k = 1, 2$)、 $\Delta\varphi_w(t_2, t_1)$ 、 $d(t_2, t_1)$ 省略了角标 (x, y) 。在时间轴上满足香浓抽样定理的前提下,第 S 幅图的展开相位差可以表示为:

$$\Delta\varphi_u(s, 0) = \sum_{t=1}^s \Delta\varphi_w(t, t-1) - 2\pi v(m, n, t),$$

$$\Delta\varphi(i, j) = \varphi_i - \varphi_j \quad (9)$$

由公式(9)可见,中间相位值 $\varphi_w(1)$ 到 $\varphi_w(s-1)$ 的随机或系统误差都会自动抵消,只有 $\varphi_w(0)$ 和 $\Delta\varphi_w(s)$ 相位图中的误差才会对展开相位差有贡献,实际 $t=0$ 时,投影条纹中每个点的相位都为零,也即 $\varphi_w(0)$ 上的相位误差可以消除。虽然中间的相位图只是被用来确定最后一幅截断相位的相位级次,但也可以利用这些中间相位值来拟合 $\varphi_u(t) = \omega t$ 序列中所有的数据点。其中 ω 表示相位随时间 t 的变化速率,对式(6)中每个像素点沿时间轴进行最小二乘拟合,就可以得到拟合斜率 $\hat{\omega}_B$:

$$\hat{\omega}_B = \frac{\sum_{t=1}^s t\varphi_u(t)}{\sum_{t=1}^s t^2} \quad (10)$$

拟合斜率 $\hat{\omega}_B$ 乘以最大投影条纹数 s 就可以求得展开相位,经过拟合后的测量结果在精度上要高于直接进行相位展开的结果。

2.2 几种典型时间相位展开方法

①负指数拟合法

负指数拟合法需要投影的条纹周期数分别为 $t = s, s-1, s-2, s-4, \dots, s/2$, 即条纹频率按负指数函数序列进行改变。首先定义展开运算符 $U[\varphi_1, \varphi_2]$:

$$U[\varphi_1, \varphi_2] = \varphi_1 - 2\pi NINT\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2\pi}\right) \quad (11)$$

其中 φ_1, φ_2 表示相位。

对于四步相移获取的三维截断相位,相邻两套的相位差可采用下列递归方程进行展开:

$$\Delta\varphi_u(s-t', s-2t') = U[\Delta\varphi_w(s-t', s-2t'), \Delta\varphi_u(s, s-t')] \quad (12)$$

$$\Delta\varphi_u(s, s-2t') = \Delta\varphi_u(s-t', s-2t') + \Delta\varphi_u(s, s-t')$$

式(12)中 $t' = 1, 2, 4, \dots, 2^v, \dots, s/2, v = 0, 1, 2, \dots, \log_2(s/2)$, 起始相位值满足 $\Delta\varphi_u(s, s-1) = \Delta\varphi_w(s, s-1)$, 对得到的展开相位进行最小二乘拟合,得到斜率 $\hat{\omega}_1$:

$$\hat{\omega}_1 = \frac{s\varphi_u(s) + \sum_{v=0}^{\log_2 s-1} (s-2^v)\varphi_u(s-2^v)}{s^2 + \sum_{v=0}^{\log_2 s-1} (s-2^v)^2} \quad (13)$$

②三频展开法

三频展开法投影三套条纹,条纹周期数分别为 $t=1, \sqrt{s}, s$, 得到截断相位后利用下式进行展开:

$$\varphi_u(v^k) = U[\varphi_w(v^k), v \cdot \varphi_u(v^{k-1})] \quad (14)$$

上式中 $v = \sqrt{s}$, $k=1, 2$, 起始展开相位值 $\varphi_u(1) = \varphi_w(1)$, 整个展开过程只需要两次计算,得到的最小二乘拟合斜率为:

$$\hat{\omega}_2 = \frac{\sum_{k=1}^3 v^{k-1} \varphi(v^{k-1})}{\sum_{k=1}^3 v^{2(k-1)}} \quad (15)$$

③三频外差法

三频外差展开法是将三频展开法与外差法结合起来的一种方法,它投影条纹数为 $s-\sqrt{s}, s, s+(\sqrt{s}+1)$ 三套条纹,两次外差得到的条纹频率分别为 $\frac{1}{\sqrt{s}}, \frac{1}{\sqrt{s}+1}$ 和 1, 实际处理中,相减得到的两个相位不是已展开的,而是两个相位的正切:

$$\Delta\varphi_w = \tan^{-1} \frac{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2}{1 + \tan\varphi_1 \tan\varphi_2} \quad (16)$$

条纹频率为 1 的相位分布相当于已展开的相位,以它为基准使用下式:

$$\varphi_u(k) = U[\varphi_w(k), v \cdot \varphi_u(k-1)] \quad (17)$$

进行展开,展开过程与三频展开法类似,其中 v 为第 k 阶和第 $k-1$ 阶的频率倍率。对展开得到的相位进行最小二乘拟合,得到的斜率为:

$$\hat{\omega}_3 = \frac{\sum_{i=1}^n s_i \varphi_u(i)}{\sum_{i=1}^n s_i^2} \quad (18)$$

④一次外差法

一次外差方法是在传统三频外差法需要做两次外差的基础上,减少一次外差过程得到的,需要投影的条纹周期数分别为 $s, s+\sqrt{s}, (s+\sqrt{s})+1$, 只做一次外差即可得到条纹频率 $\frac{1}{\sqrt{s}}$ 和 1, 展开路径以及后续处理与三频外差方法基本一致。

2.3 分块拟合原理

在三维面形测量过程中,为了测试算法的展开精度,通常需要对标准平面进行测量,需要获得标准参考面的拟合数据,再用重建的连续相位(高度)减去拟合参考面的相位(高度)来判断算法误差大小。

拟合就是利用一个区域上的有限采样点的函数值构造函数 $y = g(x)$, 使其去逼近函数的真实分布

$f(x)$, 要求曲线 $g(x)$ 上的点能尽量地靠近其真实分布 $f(x)$, 即: 使误差 $\delta_i = g(x_i) - f(x_i)$ ($i=1, 2, \dots, n$) 在某种意义上达到最小. 由于相邻的数据具有更多的相似度, 我们采用分块拟合的方式来提高拟合平面的精度. 先将整个相位场大小进行分块, 然后再对每个子区域进行拟合, 这样得到的拟合平面比整场拟合更加逼近原来的 $f(x)$, 测量精度更高.

3 计算机模拟和分析

时间相位展开方法是将每个像素点的相位沿时间序列独立展开, 相位展开精度与物体面形的复杂程度无关. 我们分别选表面不连续的物体和平面进行模拟实验, 物体大小为 512×512 (像素), $S=64$, 并用四步相移法获取每套条纹的截断相位.

3.1 四种时间相位展开方法的比较

首先对比了负指数拟合法、三频展开法、三频外差法以及一次外差法的三维重建效果. 选用表面不连续的物体 (如图 1(a) 所示) 进行计算机模拟, 为了使测量结果更具一般性, 我们在参考条纹和变形条纹中加入 2% 的随机噪声. 图 1(b) 给出了四种方法重建结果的剖面图 (第 256 行), 图 1(c) 所示为四种方法重建结果的误差图 (第 256 行). 表 1 所示为各方法恢复结果的复查标准差. 可见时间相位展开方法可以对不连续物体进行正确的相位展开, 四种方法都具有较好的重建结果. 其中负指数展开法的精度最高, 三频外差法和在此基础上改进的一次外差法精度也相对较高, 而三频展开法相对于前几种方法的误差相对较大.

表 1 四种方法的误差标准差

Tab. 1 Standard errors of different methods

方法	负指数法	三频展开法	三频外差法	一次外差法
误差标准差	0.010882	0.022528	0.014323	0.016464

3.2 分块拟合方法模拟验证

平面的模拟用于验证分块拟合的效果, 条纹中同样加入 2% 的随机噪声, 图 2(a) 为待测平面. 图 2(b), 2(c), 2(d), 2(e) 是用负指数拟合法、三频展开法、三频外差法和一次外差法对待测平面进行相位展开所得结果的第 256 行误差图. 表 2 给出的是用分块拟合和直接全场四次拟合的误差标准差, 由实验结果可见, 先分块再进行拟合比直接进行全场拟合具有更高的精度.

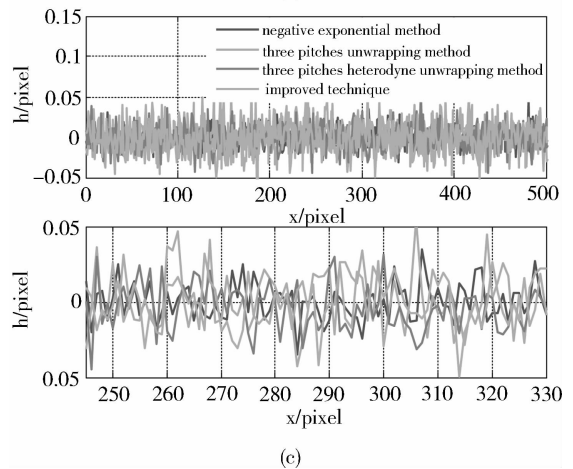
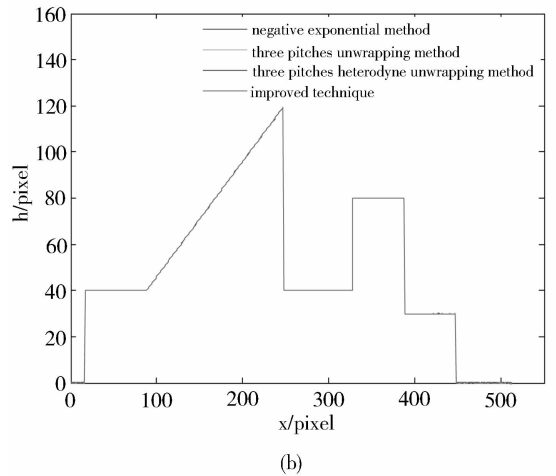
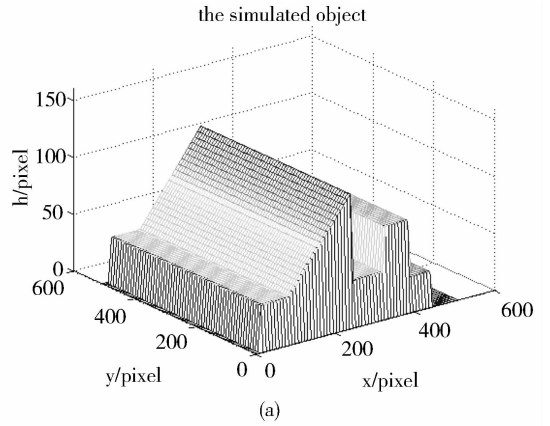


图 1 不连续物体模拟实验结果

(a) 模拟物体; (b) 剖面图; (c) 256 行误差

Fig. 1 The simulation result of discontinuous object
(a) The simulated object; (b) Phase distribution of 256 row;
(c) The phase error of 256 row

表 2 四种方法的误差标准差

Tab. 2 Standard errors of different methods

误差标准差	负指数法	三频展开法	三频外差法	一次外差法
全场拟合	0.0039089	0.0090925	0.0051699	0.0054728
分块拟合	0.0029178	0.0067722	0.0038638	0.0040814

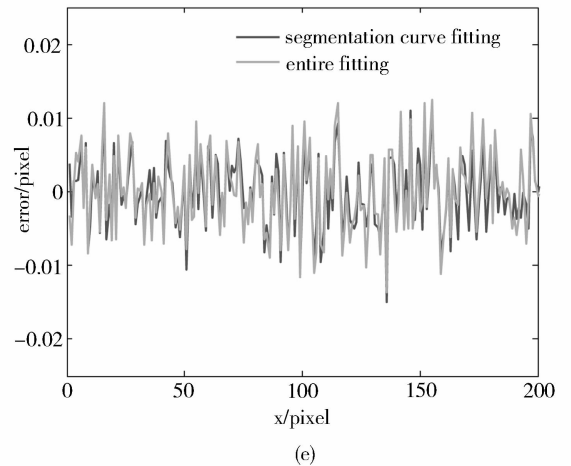
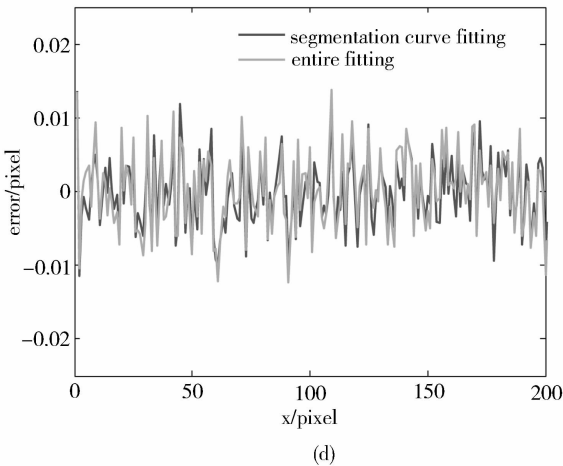
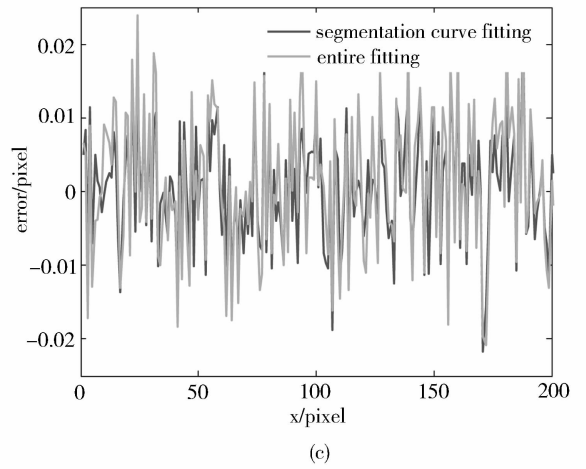
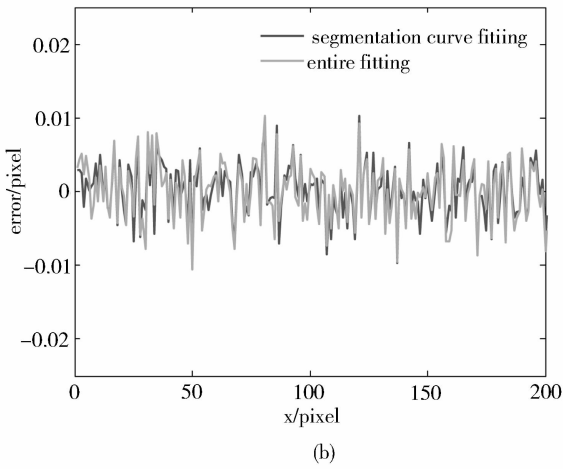
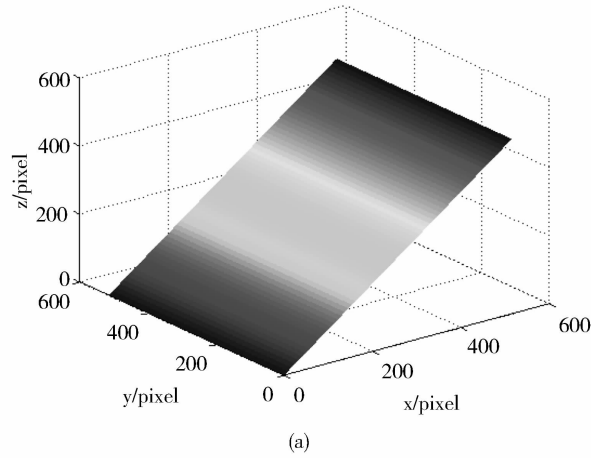


图 2 平面测量结果

(a) 模拟待测平面; (b) 负指数拟合法; (c) 三频展开法; (d) 三频外差法; (e) 一次外差法

Fig. 2 The simulation result of plane

(a) The simulated plane; (b) Negative exponential method; (c) Three pitches unwrapping method; (d) Three pitches heterodyne method; (e) The improved technique.

4 实验和分析

实验装置如图 3 所示, 实验所用数字投影仪

(型号: EPSON CBX-25) 的分辨率为 1024x768, CCD(型号为: IDS UI-1545LE-M) 的分辨率为 1280X1024. 采用四步相移法, 数字投影仪分别投

影多套条纹, 每套条纹包括四帧 $\frac{\pi}{2}$ 的相移条纹, 由 CCD 拍摄后传至计算机进行计算分析。

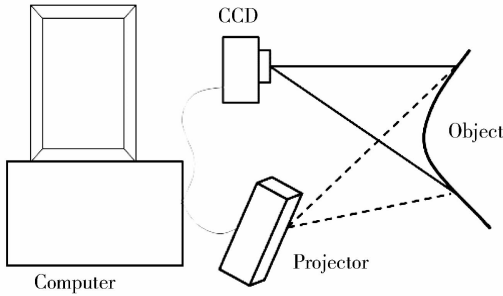


图 3 实验装置简图

Fig. 3 The schematic of experimental equipment

4.1 平面实验

选用平面进行测量以验证分块拟合方法的优点. 将计算机生成的分别符合负指数拟合法、三频展开法、三频外差法以及一次外差法等要求的多套正弦条纹投影到标准平面, 由 CCD 采集后计算截断

相位和展开相位, 最后比较展开结果与拟合平面得到绝对误差的标准差. 表 3 给出了这些方法中分别用二次拟合和分块拟合处理所得结果的误差标准差. 图 4(a), (b), (c), (d) 给出了四种展开方法误差图(其中每幅图的上半部分为整场误差分布的对比, 下半部分画出了对应误差分布的第 300 行). 对于实际平面的测量, 由于系统误差和光场不均匀性的影响, 测得的重建误差在边缘较大, 直接利用全场拟合的方法拟合整个标准平面, 所得误差在边缘部分变化较为明显, 而分块拟合后误差分布变小并较为均匀.

表 3 四种方法的标准差

Tab. 3 Standard errors of different methods

误差标准差	负指数法	三频展开法	三频外差法	一次外差法
直接拟合	0.03323	0.036535	0.033449	0.051993
分块拟合	0.0029098	0.006861	0.004065	0.0033662

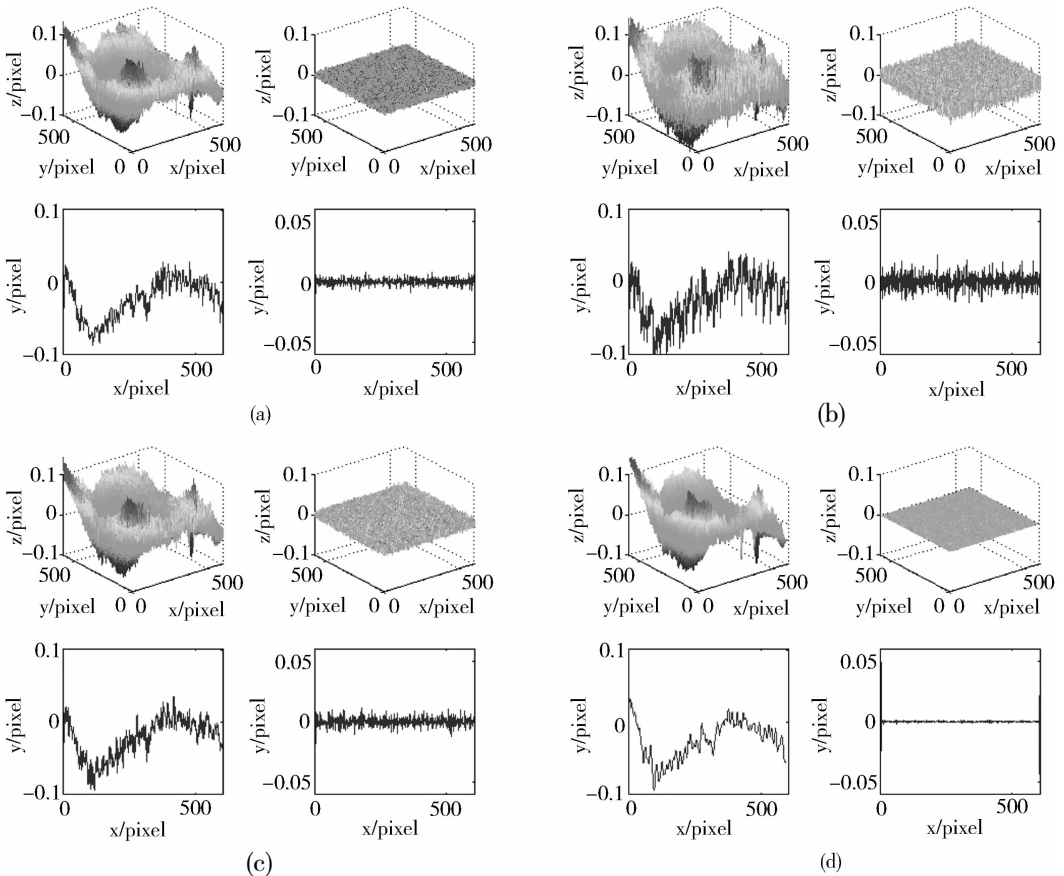


图 4 平面测量结果

(a) 负指数拟合法; (b) 三频展开法; (c) 三频外差法; (d) 一次外差法

Fig. 4 The measurement result of plane

(a) Negative exponential method; (b) Three pitches unwrapping method; (c) Three pitches heterodyne method; (d) The improved technique

4.2 孤立面形实验

对孤立物体(鼠标、米奇头像、空心圆)进行测量,对比各时间相位展开方法的测量结果.图5所示为直接空间相位展开方法和四种时间相位展开方法各自的重建结果.实验结果进一步表明,除阴影遮挡等无法建立正确截断相位图

的区域外,以上所选的几种时间相位展开方法都能有效的重建物体的三维形貌.而阴影遮挡等区域的错误信息也不会影响有效区域的三维测量结果.时间相位展开方法在孤立物体的测量中优势明显.

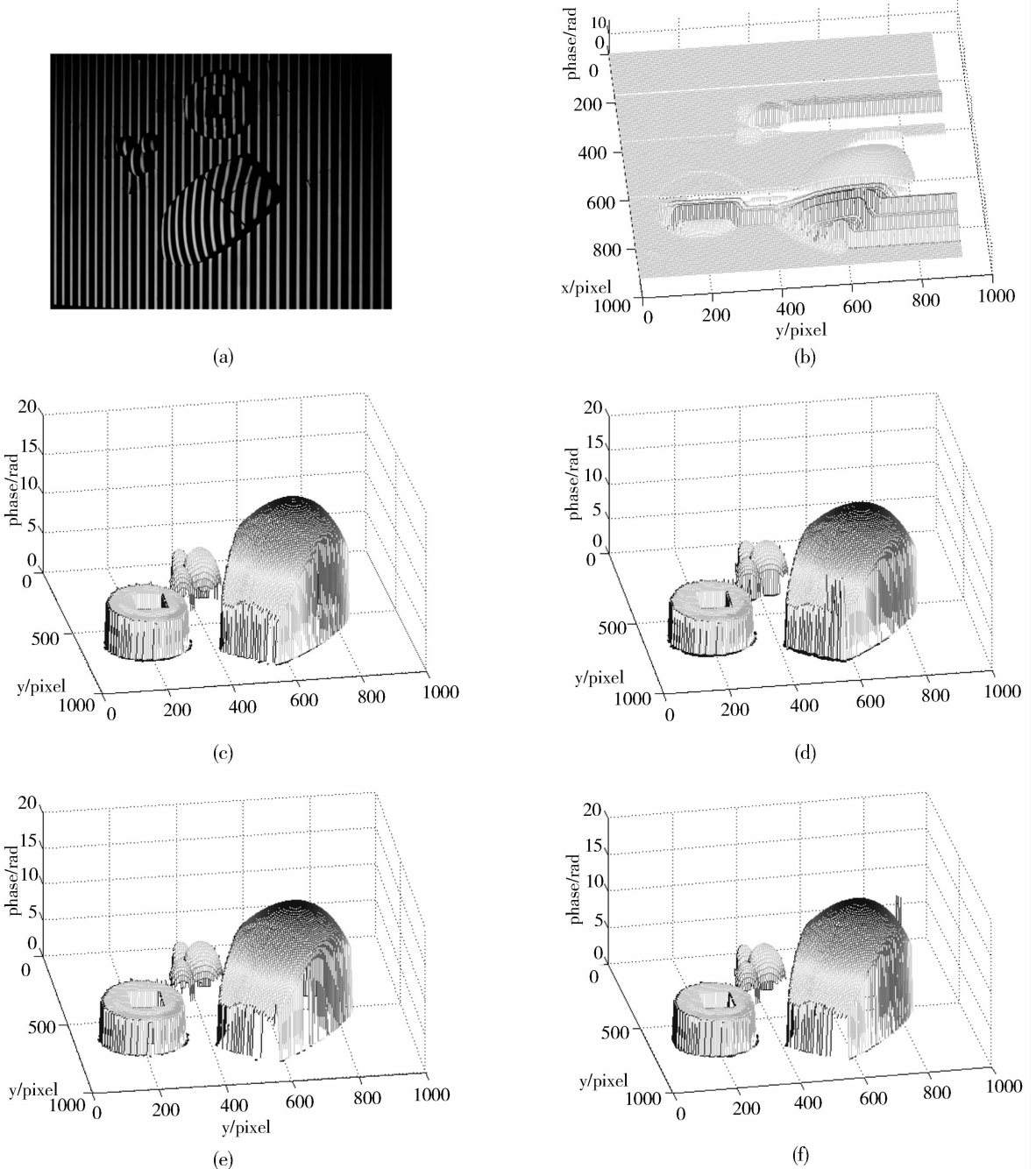


图5 面形恢复结果

(a)变形条纹图;(b)空间展开法恢复面形;(c)负指数法恢复面形;(d)三频展开法恢复面形;(e)三频外差法恢复面形;(f)一次外差法恢复面形.

Fig. 5 Reconstruction of the object

(a)Deformed fringe pattern;(b) Spatial phase unwrapping;(c) Negative exponential method;(d) Three pitches unwrapping method;(e) Three pitches heterodyne method;(f) The improved technique.

5 结 论

本文对时间相位展开方法展开研究. 对比了几种典型的时间相位展开方法在对连续物体和台阶物体进行测量的结果, 比较了不同的时间相位展开方法的测量精度, 并引入分块拟合的方法来得到更准确的相位计算结果. 计算机模拟和实验结果均证明了, 采用分段拟合的相位误差远小于以前采用的全场拟合法.

参考文献:

- [1] Chen F, Brown G M, Song M. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods [J]. *Optical Engineering*, 2000, 39(1): 10.
- [2] 边心田, 苏显渝, 陈文静. 基于条纹投影的三维坐标测量方法[J]. *光学学报*, 2010, (2): 416.
- [3] Takeda M, Mutoh K. Fourier-transform profilometry for the automatic measurement of 3D object shapes[J]. *Appl Opt*, 1983, 22(24): 3977.
- [4] Su X, Chen W. Reliability-guided phase unwrapping algorithm: a review[C]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2004.
- [5] Zhong M, Su X, Chen W, *et al.* Modulation measuring profilometry with auto-synchronous phase shifting and vertical scanning[J]. *Optics Express*, 2014, 22: 31620.
- [6] 李万松, 苏礼坤, 苏显渝. 相位检测面形术在大尺度三维面形测量中的应用[J]. *光学学报*, 2000, 20(6): 792.
- [7] 毛先富, 陈文静, 苏显渝. 傅里叶变换轮廓术新理论研究[J]. *中国激光*, 2007, 34(1): 99.
- [8] Qian K M, Wang H X, Gao W J. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: theoretical analyses[J]. *Applied Optics*, 2008, 47(29): 5408.
- [9] 孙娟, 陈文静, 苏显渝, 等. 小波变换轮廓术的测量范围研究[J]. *光学学报*, 2007, 27(4): 647.
- [10] 蒋模华, 陈文静, 郑志平. 基于 S 变换的解相技术研究[J]. *光学学报*, 2011, (4): 93.
- [11] Huntley J M, Saldner H O. Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis [J]. *Applied Optics*, 1993, 32(17): 3047.
- [12] 岳慧敏. 基于时间相位展开的三维轮廓测量研究[D]. 成都: 四川大学, 2005.
- [13] Huntley J M, Saldner H O. Error-reduction methods for shape measurement by temporal phase unwrapping [J]. *J Opt Soc Am A*, 1997, 14(12): 3188.
- [14] Ohtsuka Y. Real-time electro-optical heterodyne signal processors [J]. *Opto-electronics*, 1974, 6(3): 235.
- [15] 徐珍华, 苏显渝. 一种时间相位展开算法[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2008, 45(3): 537.
- [16] 李璐璐, 苏显渝, 窦蕴甫, 等. 时间相位展开的误差分析与算法设计[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2012, 49(1): 438.