

doi: 103969/j. issn. 0490-6756. 2016. 03. 015

双值噪声与方波作用下半导体层杂质 扩散诱导的随机共振

欧 剑

(绵阳职业技术学院信息工程系, 绵阳 621000)

摘 要: 研究了由双值噪声和方波作用下半导体层杂质扩散诱导的随机共振现象. 基于绝热近似条件, 利用两态理论, 得到了系统输出信噪比(SNR)的表达式. 发现环境温度对SNR影响是非单调的. 分析表明, SNR是杂质位置的标准差和系统偏置的非单调函数; 通过选择标准差和偏置可以调节系统输出SNR, 当温度较低时, 较大的偏置可以提高SNR. 同时, 在较高的温度时, SNR随方波信号的幅度及热池与冷池温度间的比例增大而增大, 而随势能量及双值噪声强度的增大而减小. 本文实验结果表明, 对于半导体的设计以及半导体层杂质扩散过程的研究有一定的理论意义.

关键词: 随机共振; 杂质扩散; 双值噪声; 方波; 信噪比

中图分类号: O211.64 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2016)02-0331-06

Stochastic resonance of impurities diffusion induced by dichotomous noise and square-wave signal in a semiconductor layer

OU Jian

(Information Engineering Department of Mianyang Vocational and Technical College, Mianyang 621000, China)

Abstract: The stochastic resonance (SR) in a semiconductor layer driven by a dichotomous noise and square-wave signal is investigated. On the assumption that the system satisfies the adiabatic approximation condition, applying the two-state theory, the expression for the output signal-to-noise ratio (SNR) of the system is obtained. The non-monotonic influence of the surrounding temperature on the SNR is found. It is shown that the SNR is a non-monotonic function of the standard deviation of the impurities' position and the system bias; By choosing the deviation and bias of the impurity, the system SNR can be tuned. For low temperature, large bias can improve the system SNR. Moreover, the SNR increases with the amplitude of the square-wave signal and the ratio between temperature of the hot and cold reservoirs for relatively high temperature, while the SNR decrease with the increase of potential energy and the strength of the dichotomous noise. The results obtained in this paper have certain theoretical significance for the semiconductor design and the investigation of the semiconductor layer process.

Key words: Stochastic resonance; Impurities diffusion; Dichotomous noise; Square-wave signal; Signal-to-noise ratio

收稿日期: 2015-05-09

基金项目: 四川省教育厅 2013 年度科研项目重点项目(13ZA0326)

作者简介: 欧剑(1964-), 男, 副教授, 研究方向为电气工程、自动控制系统、建筑智能. E-mail: duguoujian@126.com

1 引言

半导体是一种介于导体和绝缘体之间的一种材料. 半导体是现代电子产品的基础, 包括晶体管, 太阳能电池, 发光二极管(LED), 以及数字和模拟集成电路. 由半导体生产的器件可以用于信号放大、信号转换以及能量转换. 比如, 调制掺杂半导体异质结构的电子和光学性质^[1], 量子细线^[2], 和量子点^[3,4], 吸引了人们从理论和实验多方面进行研究的兴趣. 半导体可以通过引入杂质(掺杂)到其晶格以调整电导率. 半导体中的杂质在高温下电离, 然后经由晶体随机扩散. 这些带电粒子可以由外部的势能进行加速^[5,6]. Narayan^[7]等提出通过可移动的沿半导体的外部谐波势能从半导体的区域消除不需要的杂质的方法^[8]. 他们发现, 随着外部势能强度的降低, 掺杂物的扩散增加. 在高掺杂浓度时, 内部场变得更显著. 故当掺杂剂浓度增加时, 掺杂的扩散率也增大. 沿半导体杂质的迁移率的提高可以利用场的对称破缺来实现, 比如时变信号, 这可能导致随机共振现象(SR)的出现. SR现象在过去的几十年中得到广泛研究, 并用于描述非线性系统中周期调制信号与噪声间的非线性统计特性^[9-23]. SR现象是非线性系统中周期信号与噪声的协同作用的结果. SR广泛应用于许多领域, 如生物^[13,14], 物理^[15], 化学^[16]等.

双值噪声在物理系统中广泛存在. 比如在半导体中, 界面态陷阱与氧化层陷阱是引起双值噪声(随机电报噪声)的主要原因^[24-26]. 双值噪声由单个陷阱的扑捉和释放电荷而造成的电荷迁移扰动产生, 这种电荷迁移扰动引起的双值噪声会进一步造成漏极电流和门极电压的扰动使我们不能得到准确的漏极电流和门极电压值. 另一方面, 方波信号由二进制逻辑器件产生, 广泛由于不同的系统, 如数字电路及通信系统^[27], 作为时基参考或时钟信号. 但是, 就目前关于随机共振的研究工作而言, 很少有涉及双值噪声和方波信号驱动的半导体层中的随机共振研究.

本文研究一种由双值噪声诱导的从单稳态到双稳态转换的系统, 当方波驱动时出现随机共振现象. 研究发现, 系统信噪比(SNR)随着环境温度、杂质位置的标准差而非单调变化. 分析了其他参数

对 SNR 的影响.

2 系统信噪比

考虑在一维空间运动的杂质, 其运动由下面的随机微分方程描述

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx} + \sqrt{k_B T_x} \xi(t) + f(t),$$

$$f(t) = r + \epsilon \eta(t) + A s(t), V(x) = V_0 x^2 \quad (1)$$

其中, x 和 $V(x)$ 为从一个晶格跃迁到另一个晶格陷阱、无相互作用的杂质的位置和外部单稳势能. V_0 表示势能, r 为直流场, 表示系统的偏置. $\eta(t)$ 为单位幅度、零均值、相关率为 λ 的双值噪声. $s(t)$ 是周期为 T_s 的方波信号

$$s(t) = \begin{cases} -1, & 0 < t \leq T_s/2 \\ 1, & T_s/2 < t \leq T_s \end{cases} \quad (2)$$

$\xi(t)$ 为单位强度的白噪声, k_B 为玻尔兹曼常数. T_x 是非均匀温度环境

$$T_x = T_c + T_h \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

在势能最小值附近温度高, 当杂质离开势能最小值向两侧运动时温度下降. T_h 和 T_c 分别为热池和冷池的温度, σ 表示其位置的标准差.

低杂质浓度时, 系统(1)的有效势能可以表示为^[7,8]

$$V_{eff}(x) = V_0 x^2 + 2V_0 \sigma^2 \ln\left(\frac{1 + \alpha e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{1 + \alpha}\right) - \frac{\Phi}{1 + \alpha e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}} \quad (4)$$

其中, α 为 T_h 与 T_c 的比值, $T_h = \alpha T_c$. Φ 为杂质的内部势阱深度(陷阱深度).

假设系统满足绝热近似条件^[10], 即驱动方波信号的频率 $\Omega = 2\pi/T_s$ 远小于阱内杂质的弛豫率, 系统有足够的时间在周期 T_s 内达到平衡. 在

$$\Phi > 2V_0 \sigma^2 \left(\frac{\alpha + 1}{\alpha}\right) \quad (5)$$

条件下, 系统的有效势能为双稳态, 有一个不稳定态 $x_0 = 0$ 和两个稳定态

$$x_{\pm} = \pm \sqrt{2} \sigma \sqrt{\ln\left[\alpha \left(\frac{\Phi}{2\sigma^2 V_0} - 1\right)\right]}. \quad (6)$$

在绝热极限条件下, 杂质在两态 x_{\pm} 间在转移率可以表示为^[10]

$$W_{\pm}(f(t)) = \frac{\sqrt{|V_{eff}(x_0)V_{eff}(x_{\pm})|}}{2\pi} \exp\left(-\frac{V_{eff}(x_0) - V_{eff}(x_{\pm}) \pm x_{\pm} f(t)}{D}\right) = W_0 \exp\left(\mp \frac{x_{\pm}}{D} f(t)\right), \tag{7}$$

其中, W_0 为无外力时双稳势能的特征转换频率. 利用文献[28]的方法, 可以得到系统输出相关函数的表达式

$$K(t) = [B_1(r, \epsilon, A) + B_3(r, \epsilon, A)] \exp(-\lambda |t|) + B_2(r, \epsilon, A) \varphi(t) + C(r, \epsilon, A) \delta(t), \tag{8}$$

其中

$$\varphi(t) = \frac{4}{\pi^2} \sum_{j=0}^{\infty} (2j+1)^{-2} \exp[-i(2j+1)\Omega t], \tag{9}$$

$$B_1(r, \epsilon, A) = \frac{1}{16} [h(r + \epsilon + A) - h(r - \epsilon - A) + h(r + \epsilon - A) - h(r - \epsilon + A)]^2, \tag{10}$$

$$B_2(r, \epsilon, A) = \frac{1}{16} [h(r + \epsilon + A) - h(r - \epsilon - A) - h(r + \epsilon - A) + h(r - \epsilon + A)]^2, \tag{11}$$

$$B_3(r, \epsilon, A) = \frac{1}{16} [h(r + \epsilon + A) + h(r - \epsilon - A) - h(r + \epsilon - A) - h(r - \epsilon + A)]^2, \tag{12}$$

$$C(r, \epsilon, A) = \frac{1}{4} [C_0(r + \epsilon + A) + C_0(r - \epsilon - A) + C_0(r + \epsilon - A) + C_0(r - \epsilon + A)]^2 \tag{13}$$

$$\begin{cases} h(\mu) = \sqrt{|x_{\pm}|} \frac{W_-(\mu) - W_+(\mu)}{W_-(\mu) + W_+(\mu)}, \\ C_0(\mu) = \frac{8W_0^2}{[W_-(\mu) + W_+(\mu)]^3}. \end{cases} \tag{14}$$

功率谱定义为相关函数的傅里叶变换, 可表示为

$$S(\omega) = S_1(0) + S_2(\omega) \tag{15}$$

其中

$$S_1(0) = \frac{2}{\lambda} [B_1(r, \epsilon, A) + B_3(r, \epsilon, A)] + C(r, \epsilon, A) \tag{16}$$

$$S_2(\omega) = B_2(r, \epsilon, A) \varphi(\omega) \tag{17}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{8}{\pi} \sum_{j=0}^{\infty} (2j+1)^{-2} \delta[\omega - (2j+1)\Omega], \quad \Omega = \frac{2\pi}{T_s}. \tag{18}$$

其中, $S_1(0)$ 是噪声背景下零频率处的功率谱, $S_2(\omega)$ 为输出信号的功率谱. 输出信噪比 SNR 为信号与噪声在信号频率处的比值, 可写成

$$SNR = \frac{8}{\pi} \frac{B_2(r + \epsilon + A)}{C(r + \epsilon + A) + 2[B_1(r + \epsilon + A) + B_3(r + \epsilon + A)]/\lambda} \tag{19}$$

3 讨 论

文献[7,8]研究了正弦信号作用下半导体层中的随机共振. 众所周知, 在数字系统中的信号绝大多数都是方波信号, 数字系统受到的干扰基本上都是以双值噪声的形式出现. 同时, 直流信号在实际的物理系统中也广泛存在. 故本研究工作中, 考虑了半导体层中受方波信号、双值噪声和直流场三者的同时作用. 我们利用图 1~图 4、图 6 和图 8 来分析外部驱动力和系统参数对信噪比 SNR 的影响, 图中, 无标记曲线的是式(19)的分析结果, 有标记曲线的为数字仿真结果. 从这些图容易看出, 在每条 SNR 曲线上, 都有一个最大值出现, 即可以观察到随机共振现象. 当温度非常低 ($T_c \rightarrow 0$) 或温度很

高时, SNR 趋于零. 这是因为低的温度意味着低的噪声强度, 而高温则导致更强的噪声强度. 当噪声强度低的时候, 两势阱内粒子的切换速率很低, 而高的噪声强度时, 由于粒子两势阱间的跳跃太频繁不能与系统同步从而使系统输出非常低.

图 1 中参数为 $\lambda = 0.01$, $V_0 = 0.1$, $\alpha = 10$, $\Phi = 5$, $\sigma = 4$, $\epsilon = 0.5$, $A = 0.1$. 由图 1 可见, 随着温度 T_c 的增大, 当 T_c 较小 ($T_c < 20$) 和系统偏置 r 较小 ($r \leq 0.3$) 时, SNR 先增大, 达到最大值后再减小; 对于同样的 T_c 值和大的 r ($r \geq 0.4$), SNR 可以取得两个极值, 先取得最小值, 后达到最大值. 故当 T_c 值较小时, 大的偏置 r 可以提高系统 SNR. 系统偏置对 SNR 的非线性影响是一个新结果, 在文献[7,8]中没有研究.

利用图 2 和图 3 分析双值噪声和方波对 SNR 的影响. 图 2 中参数为 $\lambda = 0.001, V_0 = 0.2, \alpha = 8, \Phi = 4, \sigma = 2, r = 0.1, A = 0.1$. 图 3 其他参数为 $\lambda = 0.001, V_0 = 0.2, \alpha = 5, \Phi = 3, \sigma = 2, r = 0.1, \epsilon = 0.5$. 比较图 2 和图 3 可以发现, 双值噪声与方波信号对系统输出的影响是不同的. SNR 随着双值噪声幅度的增大而减小, 随着方波幅度的增大而增大. 因此, 双值噪声对系统输出起抑制作用, 而方波信号幅度的增大可以提高 SNR.

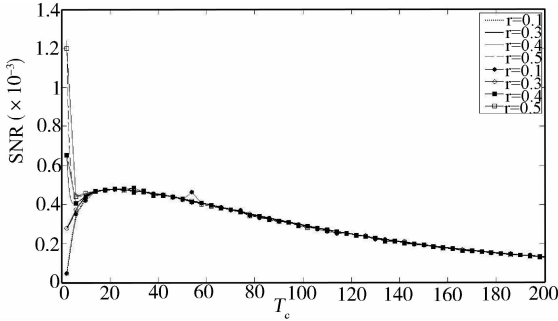


图 1 系统偏置 r 取不同值时 SNR 与 T_c (单位开尔文) 的关系曲线
Fig. 1 The SNR versus T_c in a unit of Kelvin for varied system bias r

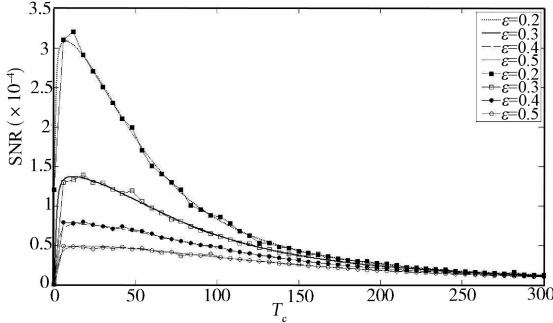


图 2 双值噪声幅度 ϵ 取不同值时 SNR 与 T_c (单位开尔文) 的关系曲线
Fig. 2 The SNR versus T_c in a unit of Kelvin for varied amplitude ϵ of the dichotomous noise

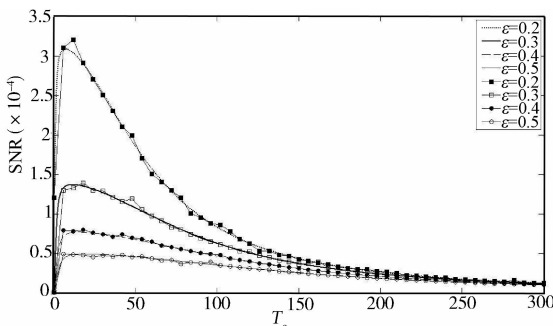


图 3 信号幅度 A 取不同值时 SNR 与 T_c (单位开尔文) 的关系曲线
Fig. 3 The SNR versus T_c in a unit of Kelvin for varied signal amplitude A

图 4 参数为 $\lambda = 0.001, V_0 = 0.2, \alpha = 10, \Phi = 3, r = 0.1, \epsilon = 0.5, A = 0.1$. 由图 4 分析位置标准差 σ 对 SNR 的影响. 由图可见 SNR 也是 σ 的非单调函数. 实际上, 对于较大的 T_c ($T_c > 20$), 对应的 SNR 值在 $\sigma = 2.3$ 时大于 $\sigma = 2.4$ 时的值, 而小于 $\sigma = 1.7$ 时的 SNR 值. 该结果与文献 [7] 和 [8] 所得到的结果是不同的, 在这两个文献中, 对于较高的温度 T_c , 系统输出 (谱幅度) 随 σ 的增大而减小. 该现象可以利用势能函数 $V_{eff}(x)$ 即式 (6) 解释. 如图 5 为标准差 σ 取不同值时势能函数曲线, 参数为 $V_0 = 0.1, \alpha = 10, \Phi = 5, A = \epsilon = r = 0$. 由该图可见, 随着 σ 的减小, 两最小值间的距离变短, 而势垒变高, 故存在某个 σ 值使杂质粒子运动与输入信号同步, 从而系统输出达到最大, SNR 取得最大值. 对于较小的 σ 值, 无论势垒变高还是两极小值间的距离变长, 杂质粒子都不能越过势垒或需要更多的时间从一个稳态运动到另外一个稳态, 所以系统输出信号很小, 信噪比 SNR 变低.

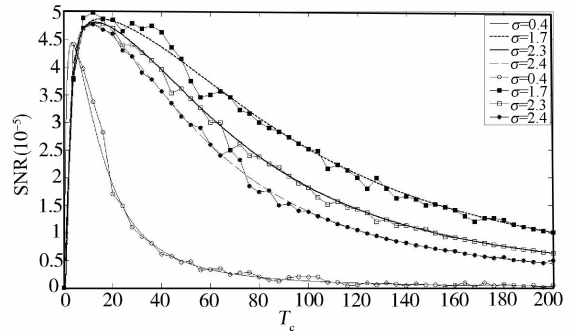


图 4 标准差 σ 取不同值时 SNR 与 T_c (单位开尔文) 的关系曲线
Fig. 4 The SNR versus T_c in a unit of Kelvin for varied standard deviation σ

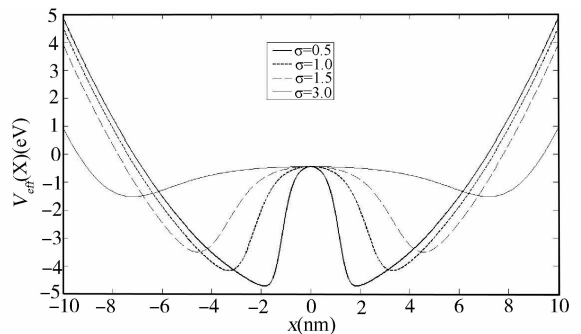


图 5 标准差 σ 取不同值时势能 $V_{eff}(x)$ 与杂质粒子位置 x 的关系曲线
Fig. 5 The potential energy $V_{eff}(x)$ versus the position x for varied standard deviation σ

图 6 中参数为 $\lambda = 0.001, V_0 = 0.2, \Phi = 3, \sigma = 2, r = 0.01, \epsilon = 0.5, A = 0.1$. 由图 6 可见, 随着 α 的增大, SNR 的最大值缓慢增大, 其峰值向高的温度 T_c 方向移动. 意味着对于较高的 T_c ($T_c > 20$), 为了取得最佳的 SNR 值, 应选择较大的 α 值. 该现象可以解释如下: 如图 7 (参数为 $V_0 = 0.1, \sigma = 1, \Phi = 3, A = \epsilon = r = 0$), 虽然 α 的增大导致更高的势垒和两态间距离的增大, 但 α 的增大同时意味着更高的温度 T_h 和 T_x , 所以杂质粒子可以从周围环境温度 T_x 获得更多的能量, 即对于高温情况, 杂质粒子可以很容易地越过势垒而到达另外一个稳态, 从而提高系统信噪比. 图 8 (参数为 $\lambda = 0.001, \alpha = 4.5, \Phi = 3.5, \sigma = 2, r = 0.1, \epsilon = 0.25, A = 0.1$) 表明, 随着势能 V_0 的增大, 对于较大的 T_c ($T_c > 10$), SNR 的峰值向低温方向移动. 故在较高 T_c 时, 相对低的势能 V_0 可以提高信噪比 SNR.

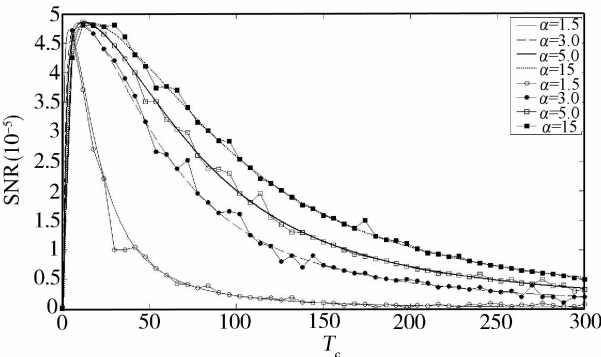


图 6 参数 α 取不同值时 SNR 与 T_c (单位开尔文) 的关系曲线

Fig. 6 The SNR versus T_c in a unit of Kelvin for varied parameter α

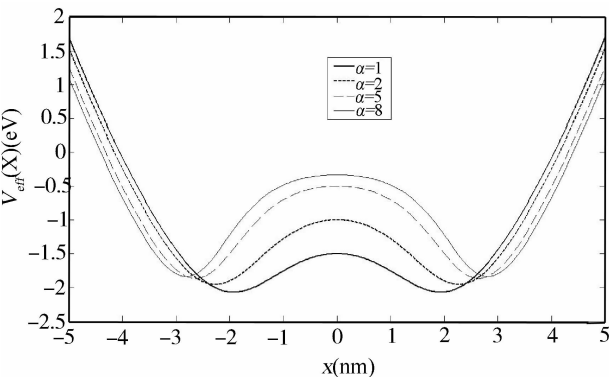


图 7 参数 α 取不同值时势能 $V_{\text{eff}}(x)$ 与杂质粒子位置 x 的关系曲线

Fig. 7 The potential energy $V_{\text{eff}}(x)$ versus the position x for varied parameter α

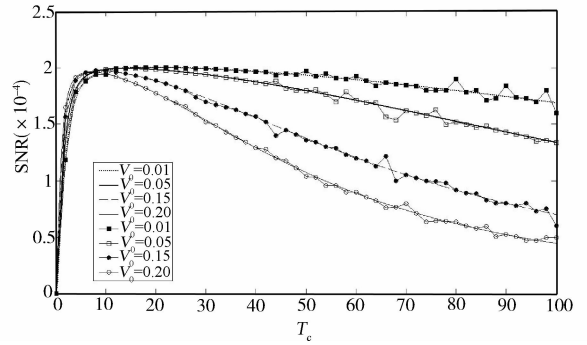


图 8 势能 V_0 取不同值时 SNR 与 T_c (单位开尔文) 的关系曲线

Fig. 8 The SNR versus T_c in a unit of Kelvin for varied potential energy V_0

4 结束语

综上所述, 我们研究了白噪声、双值噪声和方波作用下半导体层中杂质粒子导致的随机共振现象. 势能最小值附近的非均匀温度在某种条件下 (式(5)) 可以使外部势能变为双稳有效势能. 研究结果表明, (1) SNR 与温度、杂质粒子的位置标准差和系统偏置成非单调依赖关系; (2) SNR 随着方波幅度及在较高温度时的热池与冷池的温度比值而增大, 但 SNR 随着势能和双值噪声强度的增大而减小; (3) 随机共振现象可以通过改变系统偏置和双值噪声幅度进行控制调节. 由于方波的广泛应用, 本研究工作中的模型可以实用于不同的领域, 比如通信系统等. 本文的研究结果对于弱信号检测的理论研究及实验设计都有着很好的补充作用.

参考文献:

- [1] Sanders G D, Chang Y C. Optical properties in modulation-doped GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs quantum wells [J]. Phys Rev B, 1985, 31(10): 6892.
- [2] Reboredo F A, Proetto C R. Modulation-doped quantum-well wires: Elementary excitation spectra [J]. Phys Rev B, 1994, 50 (8): 15174.
- [3] Gumbs G, Huang D, Qiang H. Electromodulation spectroscopy of an array of modulation-doped GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs quantum dots: Experiment and theory [J]. Phys Rev B, 1994, 50 (4): 10962.
- [4] Inoshita T, Ohnishi S, Oshiyama A. Electronic structure of a modulation-doped spherical semiconductor heterostructure with mesoscopic dimensions [J]. Phys Rev B, 1998, 38: 3733.
- [5] Pell E M. Ion Drift in an n - p Junction [J]. J Ap-

- pl Phys, 1960, 31(7): 291.
- [6] Popovici G, Sung T, Khasawinah S, *et al.* Forced diffusion of impurities in natural diamond and polycrystalline diamond films [J]. J Appl Phys, 1995, 77 (6): 5625.
- [7] Narayan V, Willander M. Proposed experiments to grow nanoscale p-n junctions and modulation-doped quantum wires and dots [J]. Phys Rev B, 2002, 65 (12): 125330.
- [8] Narayan V, Willander M. Monte Carlo simulation of controlled impurity diffusion in semiconductors using split gates [J]. Phys Rev B, 2002, 65 (11): 075308.
- [9] McNamara B, Wiesenfeld K, Roy R. Observation of Stochastic Resonance in a Ring Laser [J]. Phys Rev Lett, 1988, 60 (9): 2626.
- [10] McNamara B, Weksenfeld K. Theory of stochastic resonance [J]. Phys Rev A, 1989, 39 (3): 4854.
- [11] Hu G, Nicolis G and Nicolis C. Periodically forced Fokker-Planck equation and stochastic resonance [J]. Phys Rev A, 1990, 42 (10): 2030.
- [12] Zhou T, Moss F, Jung P. Escape-time distributions of a periodically modulated bistable system with noise [J]. Phys Rev A, 1990, 42 (6): 3161.
- [13] Valenti D, Fiasconaro A, Spagnolo B. Stochastic resonance and noise delayed extinction in a model of two competing species [J]. Phys A, 2004, 331 (8): 477.
- [14] Joshi A, Xiao M. Stochastic resonance in atomic optical bistability [J]. Phys Rev A, 2006, 74 (9): 13817.
- [15] Huelga S F, Plenio M B. Stochastic resonance phenomena in quantum many-body systems [J]. Phys Rev Lett, 2007, 98 (12): 170601.
- [16] Zhong W R, Shao Y Z, He Z H. Pure multiplicative stochastic resonance of a theoretical anti-tumor model with seasonal modulability [J]. Phys Rev E, 2006, 73 (11): 60902.
- [17] Guo F, Zhou Y R. Stochastic resonance in a stochastic bistable system subject to additive white noise and dichotomous noise [J]. Phys A, 2009, 388 (13): 3371.
- [18] Guo F, Cheng X F, Li H. Effect of entropic stochastic resonance in a confined structure driven by square-wave signal [J]. Phys A, 2011, 390 (21): 3687.
- [19] Burada P S, Schmid G, Reguera D, *et al.* Entropic stochastic resonance [J]. Phys Rev Lett, 2008, 101(7): 130602.
- [20] Guo F, Cheng X F, Li S F. Entropic stochastic resonance in a confined structure driven by dichotomous noise and white noises [J]. Chin Phys B, 2012, 21 (9): 080502.
- [21] Gandhimathi V M, Rajasekar S, Kurths J. Vibrational and stochastic resonances in two coupled overdamped anharmonic oscillators [J]. Phys Lett A, 2006, 360 (8): 279.
- [22] 屠浙, 白文斯密, 彭皓, 等. 基于同时调节参数和噪声强度的随机共振性能分析[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2012, 49 (6): 1023.
- [23] 王会琦, 吕王勇, 彭皓. 基于广义随机共振的 Chirp 信号检测性能分析[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2014, 46 (3): 116.
- [24] Denais M, Huard V, Parthasarathy C, *et al.* Interface traps and oxide traps creation under NBTI and PBTI in advanced CMOS technology with a 2 nm gate-oxide [J]. Integrated Reliability Workshop, 2003, 2 (6): 1.
- [25] Doyle B, Faricelli J, Mistry K, Vuillaume D. Characterization of oxide trap and interface trap creation during hot-carrier stressing of n-MOS transistors using the floating gate technique [J]. IEEE Electron Device Lett, 1993, 14 (2): 63.
- [26] Lohv W, Cho B, Li M. Correlation between interface traps and gate oxide leakage current in the direct tunneling regime [J]. Appl Phys Lett, 2002 (81): 379.
- [27] Thompson A R, Moran J M, Swenson G W Jr. Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy [M]. New York: Wiley, 1986.
- [28] Ginzburg S L, Pustovoit M A. Stochastic resonance in two-state model of membrane channel with comparable opening and closing rates [J]. Phys Rev E, 2002, 66 (8): 21107.