

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2017.03.014

采用球面调和函数刻画岩心孔隙形态研究

韩雪, 滕奇志, 卿粼波, 吴晓红

(四川大学电子信息学院, 成都 610065)

摘要: 针对统计特征函数和传统的球面调和函数不能有效刻画岩心三维模型形态特征的问题, 提出了一种岩心球面调和函数. 首先将三维岩心分解成同心球模型, 并根据同心球的不同半径得到一系列的球面函数. 然后对生成的球面函数进行调和函数分析获得形态特征描述子. 最后通过相似性判定函数比较形态特征描述子获得不同岩心三维模型的形态相似性. 利用多组砂岩岩心样本进行了比较实验, 结果表明新算法能够有效描述岩心三维模型的形态特征, 并且比统计特征函数和传统的球面调和函数具有更为准确的刻画能力.

关键词: 岩心三维模型; 球面调和函数; 形态特征描述子; 形态相似性; 相似性判定函数; 统计特征函数

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 0490-6756(2017)03-0509-08

Characterization of the pore morphology of 3D rock models using spherical harmonic functions

HAN Xue, TENG Qi-Zhi, QING Lin-Bo, WU Xiao-Hong

(College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: Aiming at the statistical characteristic function and conventional spherical harmonic functions could not effectively describe 3D rock models, rock spherical harmonic functions were proposed. This algorithm was an improvement on the conventional spherical harmonic functions used in 3D model retrieval. Firstly, the 3D rock model was decomposed into a series of concentric spheres. On each sphere, a spherical function was obtained. By restricting the spheres to different radii, a collection of spherical functions could be obtained. Then, spherical harmonic transform was used on these functions to get morphological characteristics descriptor. Finally, a similarity comparison function was used to measure the similarity between each 3D rock models. Experiments on multi-group sandstone core samples showed that the proposed algorithm was efficient in describing 3D rock models, and that the depicting ability of the new algorithm was exacter than the statistical characteristic function and the conventional spherical harmonic functions.

Keywords: 3D rock models; Spherical harmonic functions; Morphological characteristics descriptor; Morphological similarity; Similarity comparison function; Statistical characteristic function

收稿日期: 2016-06-20

基金项目: 国家自然科学基金(61372174)

作者简介: 韩雪(1990-), 女, 四川南充人, 硕士生, 研究方向为数字图像处理. E-mail: hanxue564305002@126.com

通讯作者: 滕奇志. E-mail: qzteng@scu.edu.cn

1 引言

数字岩心^[1,2]是岩心的三维数字化图像,也称为岩心三维模型.数字岩心的获取方式主要有直接成像法^[3]和数值重建法^[4].目前经常使用两点相关函数、线性路径函数^[5,6]等统计特征函数对岩心三维模型进行刻画.但是两点相关函数和线性路径函数都是低阶的相关函数,不能包含完整的形态信息^[7],不能有效反映出岩心结构的形态特征.岩石三维形态的数学表达是一个重要的研究课题.岩石三维形态的数学表达可以有效提取岩心三维模型的形态特征,从而比较不同岩心三维模型的形态相似性,为三维岩心库的建立,岩心三维模型的分类和检索打下基础.

针对岩心三维模型的形态刻画目前还没有较为有效的方法.而在三维模型检索方面,为了对三维模型进行相似性比较,提出了一系列的模型形态刻画算法^[8-10].球面调和函数^[11-13]在三维模型检索中是一种被广泛使用的三维模型形态刻画算法,主要用于提取三维模型几何结构特征.球面调和函数将定义在球面空间上的函数通过球面调和函数从空间域变换到频域,可以提高鲁棒性、减少特征向量的维数,并且具有旋转不变的特性.由于岩心三维模型空间结构复杂,孔隙形态多样,直接使用球面调和函数并不能准确刻画岩心三维模型的形态特征.

本文首先介绍了球面调和函数的背景知识,然后介绍了基于采样的球面调和函数的算法原理和过程.针对岩心三维模型,在基于采样的球面调和函数的基础上,提出了一种岩心球面调和函数,用于岩心三维模型的形态刻画.为了验证算法的有效性,比较本文算法、统计特征函数、基于采样的球面调和函数的刻画能力,对多组砂岩岩心样本进行了实验.

2 基于采样的球面调和函数

2.1 球面调和函数

单位球面 S^2 上任意点的位置在球坐标系下的表示如图 1 所示,其中 θ 表示球面上点 P 和 Z 轴正方向的夹角, $\theta \in [0, \pi]$ φ 表示球面上点 P 在 XOY 平面上的投影和 X 轴正方向的夹角, $\varphi \in [0, 2\pi]$.

球面调和函数在三维模型检索中先根据三维模型的特征,在球面 S^2 上找出用以描述三维模型

形状信息的函数 $f(\theta, \varphi)$. 然后,对此函数进行调和函数分析,提取出函数 $f(\theta, \varphi)$ 的球面调和系数用以构造特征向量.

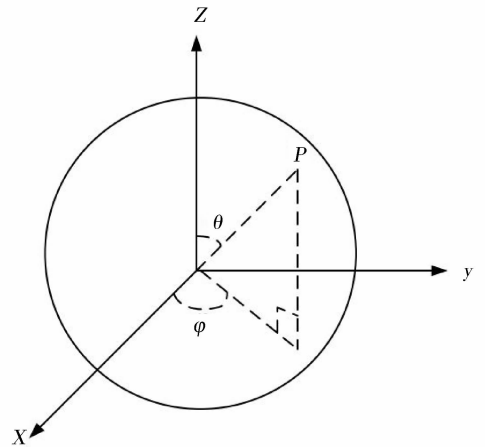


图 1 球坐标的表示

Fig. 1 Representation of spherical coordinates

球面调和基函数 $Y_m^n(\theta, \varphi)$ 是球坐标系下拉普拉斯方程角度部分的解,定义如下.

$$Y_m^n(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2m+1}{4\pi} \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!}} p_m^n(\cos\theta) e^{in\varphi} \quad (1)$$

其中, $p_m^n(\cos\theta)$ 是联合勒让德多项式; m 为频率带宽; n 为每个频带下的频率分量 ($m \geq 0, |n| \leq m$).

$Y_m^n(\theta, \varphi)$ ($m \geq 0, |n| \leq m$) 构成了球面 S^2 上平方可积函数空间 $L^2(S^2)$ 的一组标准正交基,因此球面函数 $f(\theta, \varphi)$ 可正交分解如下.

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m a_{m,n} Y_m^n(\theta, \varphi) \quad (2)$$

其中, $a_{m,n}$ 表示球面函数 $f(\theta, \varphi)$ 在 $Y_m^n(\theta, \varphi)$ 上的正交投影或者称为 (m, n) 球面调和系数,等于 $\langle f, Y_m^n \rangle$, 是 $f(\theta, \varphi)$ 和 $Y_m^n(\theta, \varphi)$ 的内积. 当球面函数 $f(\theta, \varphi)$ 具有有限带宽 B 时,对 $m \geq B$ 时, $a_{m,n} = 0$.

球面调和函数具有如下的性质.

1) 球面函数 $f(\theta, \varphi)$ 在频带 m 下的能量

$$\|SH_m(f)\| = \sqrt{\sum_{n=-m}^m |a_{m,n}|^2} \quad (3)$$

是一个与球面旋转无关的常量.

2) 如果 $f(\theta, \varphi)$ 是球面上的实函数,则球面变换所得的球面调和系数 $a_{m,n}$ 具有如下的性质.

$$a_{m,n} = (-1)^n \overline{a_{m,-n}} \Rightarrow |a_{m,n}| = |a_{m,-n}| \quad (4)$$

特征向量 f_v 可以有如下两种方式进行构建:

1) 直接利用前 l ($l < B$) 个低频带的球面调和

系数来构建:

$$f_v = (|a_{0,0}|, |a_{1,0}|/2, |a_{1,1}|, \dots, |a_{l,0}|/2, \dots, |a_{l,-l}|) \quad (5)$$

2) 根据性质 1), 利用前 $l (l < B)$ 个低频带的能量来构建:

$$f_v = \{ \|SH_0(f)\|, \|SH_1(f)\|, \dots, \|SH_l(f)\| \} \quad (6)$$

2.2 基于采样的球面调和函数

Kazhdan^[13] 通过将三维网格模型进行体素化, 将球面调和函数应用到了体素模型中来. 基于采样的球面调和函数主要步骤如下.

1) 将三维网格模型表面栅格化为 $2R \times 2R \times 2R$ 的体素格子, 如果像素在模型的表面则赋值为 1, 否则为 0. 然后将三维模型的重心移到 (R, R, R) 处, 以重心作为同心球的球心, 并进行尺度归一化使非零体素到重心的平均距离为 $R/2$.

2) 对半径为 r 的球壳, 以球面坐标 θ 和 φ 进行采样, 则采样点表示为 (θ, φ, r) , 球面坐标表示为

$$f(r, \theta, \varphi) = \text{Voxel}(r \sin(\theta) \cos(\varphi) + R, r \cos(\theta) + R, r \sin(\theta) \sin(\varphi) + R) \quad (7)$$

其中, $r \in [0, R], \theta \in [0, \pi], \varphi \in [0, 2\pi]$. 通过改变半径大小, 获得了一系列的球面函数 $\{f_0, f_1, \dots, f_R\}$, 即

$$f_r(\theta, \varphi) = f(r, \theta, \varphi) \quad (8)$$

3) 根据球面调和, 将球面函数分解为不同频率的和.

$$f_r(\theta, \varphi) = \sum_m f_r^m(\theta, \varphi) \quad (9)$$

4) 根据球面函数的 L_2 范数在旋转下保持不变, 为 f_r 定义一个旋转不变的特征: $\{\|f_r^0\|, \|f_r^1\|, \dots\}$.

5) 组合在不同半径下的不同特征, 可以得到一个三维模型的二维旋转不变球面调和描述子, 索引为 (r_0, m_0) .

6) 使用欧式距离比较两个球面调和描述子.

3 岩心球面调和函数

由于三维网格模型和岩心三维模型的存储格式和表征方式不同, 基于采样的球面调和函数在岩心三维模型中并不适用. 因此, 我们针对三维岩心图像本身的特点, 提出适合岩心三维模型的球面调和函数: 1) 选岩心三维模型的中心(中心指岩心三维模型的几何对称中心, 不同于文献[13]中的重

心)直接作为球心; 2) 不使用采样的方法, 通过在每一层球壳上保留孔隙点, 剔除骨架点形成球面函数; 3) 不使用欧式距离, 通过相似性判断函数直接得出不同模型之间的相似程度.

3.1 球心的选取

文献[13]中将三维网格模型栅格化为 $2R \times 2R \times 2R$ 的体素格子, 然后将模型的重心移到 (R, R, R) 处, 以点 (R, R, R) 作为球心. 由于传统的三维模型检索都是针对的单一三维网格模型, 而本文中球面调和函数应用到岩心三维模型的形态刻画中来, 每一个岩心结构都是 $2R \times 2R \times 2R$ ($2R$ 为岩心三维模型的边长) 的三维图像, 每幅图像中都有很多的连通孔隙, 每个连通孔隙都相当于一个独立的三维结构, 并且孔隙结构间的形态差异较大. 考虑到岩心三维模型的独特性, 本文将岩心三维模型的中心点 (R, R, R) 直接作为球心, 这样不仅简化了计算, 也符合数字岩心图像的实际.

3.2 球面函数

直接利用采样形成的球面函数不能准确刻画岩心三维模型的形态特征. 岩石空间结构较为复杂, 基于采样的方法只获取了岩心图像的一部分信息, 并不能够准确刻画岩心图像内部空间的形态特征. 基于采样的球面函数对岩心图像的形态区分度不大, 很有可能将不相似的两组三维岩心判别为相似, 或者将相似的数字岩心图像判别为不相似.

本文针对岩心三维模型的形态刻画, 提出一种适合岩心三维模型的球面函数. 岩心图像由孔隙和骨架两部分组成, 图像是二值的, 孔隙在图像中表现为白, 像素值为 255, 对应的球面函数值为 1. 骨架表现为黑, 像素值为 0, 对应的球面函数值为 0. 计算球面函数时没有使用采样的方法, 而是结合岩心图像本身的特点, 对岩心三维模型进行扫描, 剔除骨架点保留孔隙点, 求出每个孔隙点相对于球心的距离 r . 通过刻画孔隙的相似程度来获得岩心图像的相似程度. 统计每一层球壳上的孔隙点数目 n , 则半径为 r 的球壳上的球面函数 $f_r(\theta, \varphi)$ 是一个长为 n , 值为 1 的数组.

3.3 球坐标的生成

获得球面函数以后, 需要知道球面函数中每个值对应的球面坐标, 以便进行调和函数分析. 当点位于半径 r 的球面上时, 判断该点是否为孔隙点, 如果不是, 则计算下一个点; 如果是, 求出该点对应的球面坐标 (r, θ, φ) .

球面 r 上计算球坐标的具体公式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \arccos((z-R)/r) \\ \varphi = \arccos((x-R)/(r \times \sin\theta)), \\ \quad x \geq R, y \geq R \\ \varphi = \pi - \arccos(\text{abs}(x-R)/(r \times \sin\theta)), \\ \quad x \leq R, y \geq R \\ \varphi = \pi + \arccos(\text{abs}(x-R)/(r \times \sin\theta)), \\ \quad x \leq R, y \leq R \\ \varphi = 2\pi - \arccos((x-R)/(r \times \sin\theta)), \\ \quad x \geq R, y \leq R \end{array} \right. \quad (10)$$

其中, abs 表示取绝对值; \arccos 表示取反余弦, $r \in [0, R], \theta \in [0, \pi], \varphi \in [0, 2\pi]$

通过统计半径 r 的球壳上的孔隙点获得了球面函数 $f_r(\theta, \varphi)$, 并且记录下对应的球坐标 θ 和 φ . 在半径为 r 的球壳上形成关于球面函数 $f_r(\theta, \varphi)$ 、 θ 、 φ 的三个一维数组.

3.4 相似性比较

根据式(6), 直接利用前 N 个低频带的能量来构建具有旋转不变的特征描述符 $SH(f)$. 当球面半径为 r 时, 特征向量表示为

$$SH(f) = \{ \|SH_{r_0}(f)\|, \|SH_{r_1}(f)\|, \dots, \|SH_{r_N}(f)\| \} \quad (11)$$

其中, $r \in [0, R]$. 对于整个岩心三维模型, 特征向量表示为

$$SH(f) = \left[\begin{array}{l} \|SH_{00}(f)\|, \|SH_{01}(f)\|, \dots, \|SH_{0N}(f)\| \\ \|SH_{10}(f)\|, \|SH_{11}(f)\|, \dots, \|SH_{1N}(f)\| \\ \dots \\ \|SH_{R0}(f)\|, \|SH_{R1}(f)\|, \dots, \|SH_{RN}(f)\| \end{array} \right] \quad (12)$$

通过比较特征描述符来获得两个岩心三维模型之间的形态相似性. 相似性计算公式如下.

$$\text{Sim} = \left(1 - \frac{1}{(R+1)(N+1)} \sum_{r=0}^R \sum_{i=0}^N \left| \frac{|SH_{ri}(f)| - |SH_{ri}(g)|}{|SH_{ri}(f)| + |SH_{ri}(g)|} \right| \right) \times 100/\% \quad (13)$$

其中, $SH_{ri}(f), SH_{ri}(g)$ 表示两个岩心三维模型的特征描述符; N 为调和分解的频率带宽; R 为同心球的最大半径; Sim 为两个模型的相似程度.

3.5 算法主要步骤

综上所述, 利用岩心球面调和函数刻画岩心三维模型形态相似性的主要步骤如下:

- 1) 选岩心图像的中心 (R, R, R) 作为球心;
- 2) 将岩心三维模型用半径 $r \in [0, R]$ 的同心

球模型进行分割, 在半径为 r 的同心球壳上保留孔隙点, 剔除骨架点, 记录下对应的球面函数 $f_r(\theta, \varphi)$, 并求出相应的球坐标 θ, φ ;

3) 对球面函数 $f_r(\theta, \varphi)$ 进行调和变换, 使用前 N 个低频带的能量来构建旋转不变的特征向量;

4) 组合不同半径下的不同特征, 形成一个三维模型的二维旋转不变球面调和描述子;

5) 利用相似性判定函数比较球面调和描述子, 获得不同岩心三维模型的形态相似性.

4 实验结果与分析

首先将算法应用于来自同一块岩心和来自不同岩心的四组岩心样本中, 来验证算法的有效性. 在此基础上, 将本文中岩心球面调和函数和文献[13]中基于采样的球面调和函数在四组岩心样本上进行了对比实验, 说明本文算法对于岩心三维模型的形态刻画更为准确有效. 目前, 常采用统计特征函数来刻画岩心三维模型, 文中使用了三组岩心样本, 计算了它们的两点相关函数和线性路径函数, 并和岩心球面调和函数进行了对比分析.

4.1 算法有效性验证

为了验证岩心球面调和函数对三维岩心图像形态刻画的有效性, 对三组均质岩心进行计算机断层(CT)扫描获得如图 2(a)~(d)所示的三维岩心图像, 图像的分辨率均为 $1\mu\text{m}/\text{pixel}$. 样本尺寸均为 $128 \times 128 \times 128$ 像素, 孔隙相用灰色显示, 骨架相在图中不予显示.

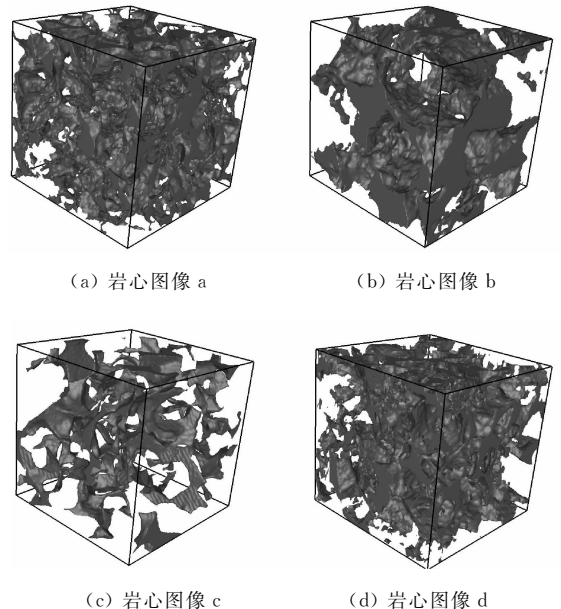


图 2 实验 1 三维数字岩心图像

Fig. 2 3D rock images in experiment 1

其中图 2(a)和(d)来自同一块岩心的不同位置,图 2(b)和(c)来自于不同岩心样本. 由于岩心样本是均质的,因此来自同一块岩心的形态相似性最高,来自不同岩心样本的形态相似度较低.

利用岩心球面调和函数获得 4 幅图像的特征描述符,然后再用相似性量化标准比较 4 幅图像之间的形态相似性,计算结果列于表 1 中.

表 1 实验 1 岩心球面调和函数相似性量化结果

Tab. 1 Result of similarity measurement using rock spherical harmonic functions in experiment 1

Image pair	Similarity(%)
a--b	0.5512
a--c	0.5923
a--d	0.7462
b--c	0.4761
b--d	0.5084
c--d	0.4984

从表中可以看出属于同一块岩石样本的岩心图像 a 和岩心图像 d 相似度最高,属于两块不同岩石样本的岩心图像 b 和岩心图像 c 相似度最低,不到 50%,岩心图像 b、c 和岩心图像 a、d 来自于不同岩石样本,它们之间的相似度也很低,不足 60%. 实验结果说明了本文算法对三维岩心图像形态刻画的有效性.

4.2 与基于采样的球面调和函数进行比较

利用 CT 扫描获得 4 幅三维岩心图像如图 3 (a)~(d)所示,图像的分辨率均为 1μm/pixel. 样本尺寸均为 128×128×128 像素,孔隙相用灰色显示,骨架相在图中不予显示.

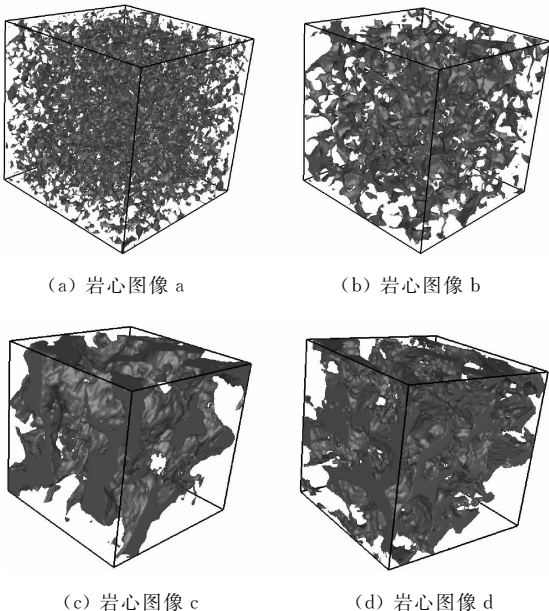


图 3 实验 2 三维数字岩心图像

Fig. 3 3D rock images in experiment 2

根据奈奎斯特采样定律,若 $f_r(\theta, \varphi)$ 的频率带宽为 B ,当采样频率大于原始信号最高频率的 2 倍时,能无失真地恢复原始信号. 实际中应保证采样频率为信号最高频率的 2.56~4 倍^[14],本文中取采样频率为最高频率的 3 倍和 4 倍进行实验. 在实际操作中一般经过试验确定 B ,文献[15]中指出当 $B = 32$ 时就能够达到较好的重构效果,本文中 choice $B = 32$.

对半径为 r 的球壳,以球面坐标 θ 和 φ 进行采样,采样方式为

$$\left\{ (\theta_i, \varphi_j) \mid \theta_i = (i+0.5)\frac{\pi}{N_s}, \varphi_j = \frac{2j\pi}{N_s}, 0 \leq i, j < N_s \right\} \quad (14)$$

式(14)中, N_s 为采样率.

从图 3 中可知,岩心图像 a 和岩心图像 b 的孔隙尺寸较小,孔隙连通性较差,岩心图像 c 和岩心图像 d 的孔隙尺寸较大,孔隙连通性较好. 从直观形态上可知岩心图像 a、岩心图像 b 相似,岩心图像 c、岩心图像 d 相似,岩心图像 a、b 与岩心图像 c、d 均不相似. 基于采样的球面调和函数和岩心球面调和函数进行相似性刻画的对比结果列于表 2 中.

表 2 实验 2 相似性量化结果

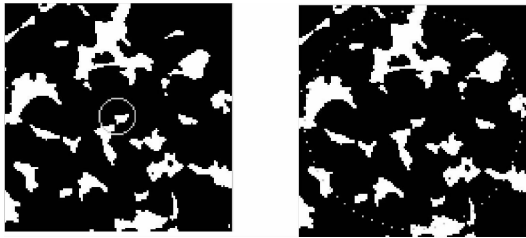
Tab. 2 Result of similarity measurement using two algorithms in experiment 2

Image pair	Similarity(%)		
	Sample method $N_s=96$	Sample method $N_s=128$	Our method
a--b	0.5381	0.5386	0.6513
a--c	0.5408	0.5430	0.5440
a--d	0.5158	0.5112	0.5328
b--c	0.5383	0.5442	0.5806
b--d	0.5822	0.5773	0.5945
c--d	0.5706	0.5668	0.6946

从表 2 可以看出,基于采样的算法相似性量化结果判定岩心图像 a 和岩心图像 c 相似,岩心图像 b 和岩心图像 d 相似,岩心图像 c 和岩心图像 d 相似,岩心图像 d 和岩心图像 b 相似. 本文算法量化结果表明岩心图像 a 和岩心图像 b 相似,岩心图像 b 和岩心图像 a 相似,岩心图像 c 和岩心图像 d 相似,岩心图像 d 和岩心图像 c 相似. 从实验结果可以看出,输入四幅岩心三维图像,基于采样的算法对于岩心图像 a、b、d 的判定结果都是错误的,仅能正确判定岩心图像 c,而本文算法可以正确的判定四幅图像之间的形态相似性. 因此本文提出的岩心

球面调和函数对于岩心三维模型的形态刻画更为有效。

基于采样的算法对于不同半径大小的同心球,采样的点数是一定的。当同心球的半径较小时,在同一个体素中会有多个采样点;当同心球半径过大时,相邻的采样点之间又会间隔较多的体素,将该过程反映到二维岩心图上如图 4 所示。采样后的点和直角坐标系中的体素并不能一一对应,这样会带来很大的采样误差。这种采样带来的采样误差会直接影响特征向量的形成,从而影响实验结果。



(a) $r=10$ (b) $r=60$

图 4 采样算法在二维岩心图中示意

Fig. 4 An illustration for the sample-based algorithm in 2D rock images

将两种算法的计算时间列于表 3 中,本次实验采用 2.9 GHz Windows 计算机环境。从表 3 中可知,采样算法的计算时间和样本的复杂度无关,而与采样率相关。当采样率为球面函数频率带宽的 3 倍时,所需的时间为 64 s。当采样率为球面函数频率带宽的 4 倍时,所需的时间为 165 s。基于采样的球面调和函数算法随着采样率的增加运算时间会大大增加。本文算法的时间花销和样本的复杂度呈正相关,当样本的孔隙尺寸较小时所需时间较少,如岩心图像 a 需要 11 s;当样本的孔隙尺寸较大时所需的时间比较多,如岩心图像 d 需要 19 s。从实验结果可知本文算法比采样算法具有更低的运算复杂度,需要更少的计算时间。

表 3 实验 2 两种算法运算时间对比

Tab. 3 The time expense using two algorithms in experiment 2

Core image	Time(s)		
	Sample method $N_S=96$	Sample method $N_S=128$	Our method
a	64	165	11
b	64	165	13
c	64	165	16
d	64	165	19

4.3 和统计特征函数进行比较

利用 CT 扫描获得 3 幅三维岩心图像如图 5

(a)~(c) 所示,图像的分辨率均为 $1 \mu\text{m}/\text{pixel}$ 。样本尺寸均为 $128 \times 128 \times 128$ 像素,孔隙相用灰色显示,骨架相在图中不予显示。

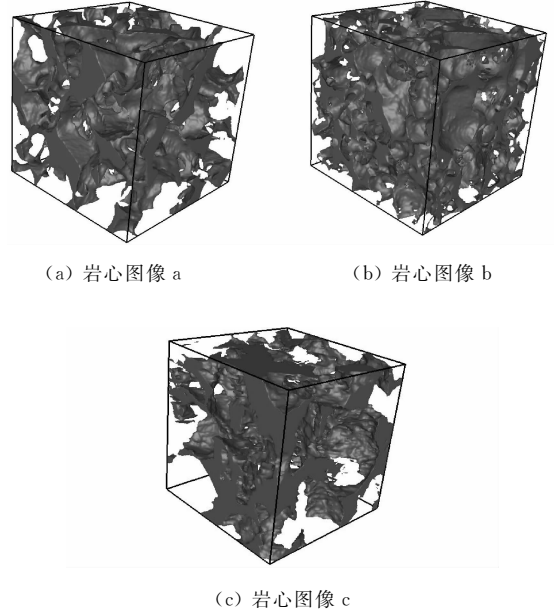


图 5 实验 3 三维数字岩心图像
Fig. 5 3D rock images in experiment 3

岩心分为孔隙相和骨架相,因此岩心的相函数可表示为

$$Z(x) = \begin{cases} 1, & x \in V_0 \\ 0, & x \notin V_0 \end{cases} \quad (15)$$

其中, x 表示统计空间的任意一点; V_0 表示孔隙相。

两点相关函数 $S(r)$, 刻画了像素点之间的相关性,定义为岩心中任意相距 r 像素的两点均属于孔隙相的概率,数学表达式为

$$S(r) = \frac{\langle [Z(x) - \varphi][Z(x+r) - \varphi] \rangle}{\varphi - \varphi^2} \quad (16)$$

其中, $\varphi = \langle Z(x) \rangle$ 为孔隙度。

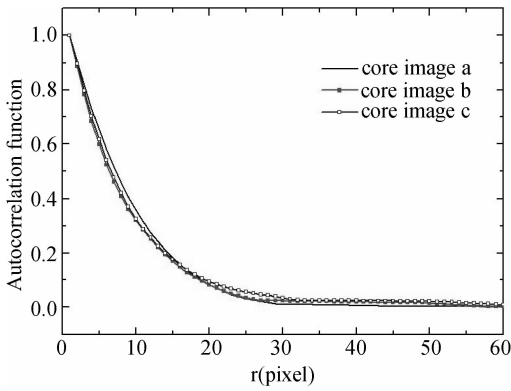
线性路径函数 $L(r)$ 表示岩心中端点为 \vec{x} 和 $\vec{x} + \vec{r}$ 的线段均属于孔隙相的概率,表征孔隙连通特征,数学表达式为。

$$L(r) = \overline{P(\vec{u}, \vec{u} + \vec{r})} \quad (17)$$

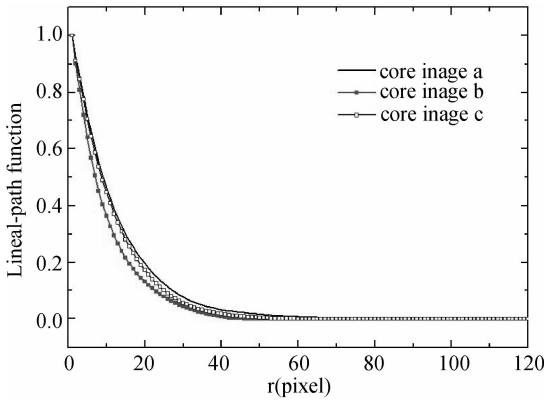
$$P(\vec{u}, \vec{u} + \vec{r}) = \begin{cases} 1, & \vec{r}_x \in V_0 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (18)$$

其中, \vec{r}_x 为连接端点 \vec{u} 和 $\vec{u} + \vec{r}$ 线段上的任意点。

3 幅图像的两点相关函数和线性路径函数如图 6(a), (b) 所示,从函数曲线图上可以看见三幅图像具有相似的统计特性。



(a) 两点相关函数



(b) 线性路径函数

图 6 实验 3 岩心样本统计特征函数

Fig. 6 Statistical characteristic curve of three 3D rock samples in experiment 3

观察图 5 中的岩心图像,可以发现虽然统计特征函数十分接近,但是它们的形态具有一定的差异性.为了直观地展示岩心图像在形态上的差异,取图 5(a)~(c)中同一层的二维岩心图像,如图 7(a)~(c)所示.图 7(a)(c)中孔隙数量较少,孔隙尺寸较大.图 7(b)中孔隙数量较多,但是孔隙尺寸较小.从二维图中可以直观的看见岩心图像 a 和岩心图像 c 在形态上更加相似.

利用岩心球面调和函数进行形态刻画的结果列于表 4 中,实验结果也表明了岩心图像 a 和岩心图像 c 相似程度最高,岩心图像 b 和岩心图像 a、岩心图像 c 之间的相似度都较低.实验结果说明统计



(a) 二维岩心图像 a

(b) 二维岩心图像 b



(c) 二维岩心图像 c

图 7 实验 3 二维岩心图像

Fig. 7 2D rock images in experiment 3

特征函数曲线相近的岩心三维模型可以具有不同的形态特征.利用岩心球面调和函数可以有效的刻画岩心三维模型的形态相似性,并且比统计特征函数拥有更为准确的刻画能力.

表 4 实验 3 岩心球面调和函数相似性量化结果

Tab. 4 Result of similarity measurement using rock spherical harmonic functions in experiment 3

Image pair	Similarity(%)
a--b	0.5324
a--c	0.6987
b--c	0.5469

5 结 论

本文提出了一种岩心球面调和函数来刻画岩心三维模型的形态特征.选模型的中心直接作为同心球的球心.在球面函数形成过程中没有采用采样的方法,而是通过在球壳上保留孔隙点、剔除骨架点来形成球面函数.对生成的球面函数进行调和变换获得特征向量,利用相似性判定函数比较不同岩心之间的形态相似性.对多组砂岩岩样进行了实验,实验结果表明该算法比统计特征函数和传统的球面调和函数有更为准确的刻画能力,能够有效刻画复杂岩心三维模型的形态相似性.

参考文献:

[1] 王晨晨,姚军,杨永飞,等.基于 CT 扫描法构建数字岩心的分辨率选取研究[J].科学技术与工程, 2013, 13(4): 1049.

[2] 李华阳,李潮流,周灿灿,等.致密砂岩储层测井数字岩石物理研究需求、进展与挑战[J].测井技术, 2014, 38(2): 125.

[3] 关振良,谢丛姣,董虎,等.多孔介质微观孔隙结构三维成像技术[J].地质科技情报, 2009, 28(2): 115.

[4] Chen D, He X, Teng Q, et al. Reconstruction of

- multiphase microstructure based on statistical descriptors[J]. *Phys A*, 2014, 415(C): 240.
- [5] Gao M, He X, Teng Q, *et al.* Reconstruction of three-dimensional porous media from a single two-dimensional image using three-step sampling. [J]. *Phys Rev E*, 2015, 91(1): 13308.
- [6] 左琛, 滕奇志, 何小海, 等. 快速多点地质统计三维重建算法[J]. *四川大学学报:自然科学版*, 2016, 53(2): 337.
- [7] Yeong C L Y, Torquato S. Reconstructing random media[J]. *Phys Rev E*, 1998, 57(1): 495.
- [8] Shih J L, Chen H Y. A 3D model retrieval approach using the interior and exterior 3D shape information [J]. *Multimed Tools Appl*, 2009, 43(1): 45.
- [9] Pascucci V, Scorzelli G, Bremer P T, *et al.* Robust on-line computation of Reeb graphs: simplicity and speed[J]. *ACM TOG*, 2007, 26(3): 58.
- [10] Frejlichowski D. 3D Shape description algorithms applied to the problem of model retrieval[J]. *Cent Eur J Eng*, 2011, 1(1): 117.
- [11] Vranic D V, Saupe D, Richter J. Tools for 3d-object retrieval: Karhunen-Loeve transform and spherical harmonics: multimedia signal processing [C]. Cannes, France: IEEE, 2001.
- [12] Vranic D V. An improvement of rotation invariant 3D-shape descriptor based on functions on concentric spheres: proceedings of the international conference on image processing [C]. Barcelona, Spain: IEEE, 2003.
- [13] Funkhouser T, Min P, Kazhdan M, *et al.* A search engine for 3D models[J]. *ACM TOG*, 2003, 22(1): 83.
- [14] 吴天行, 华宏星. 机械振动[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014.
- [15] 谭晓. 一种基于球面调和分析的三维模型检索算法[J]. *计算机工程与应用*, 2011, 47(19): 194.