

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2018.04.013

# 基于四阶矩的单矢量水听器多声源定位算法

郭业才<sup>1,2</sup>, 韩金金<sup>1</sup>, 王超<sup>1</sup>

(1. 南京信息工程大学电子与信息工程学院, 南京 210044;

2. 江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 南京 210044)

**摘要:** 为了克服基于四阶累积量的矢量水听器声源定位算法的计算复杂度高、运算量大以及定位精度不高等问题,提出一种基于四阶矩的单矢量水听器多声源定位算法.该算法利用信号四阶矩的性质,将单矢量水听器阵元数和声源数进行虚拟扩展,从而得到更多的多声源定位信息;通过提取有效阵元的方法减少了冗余,利用搜索峰值方法得到期望的多声源方位.理论分析和实验结果表明,该算法有效降低了计算量、提高了定位精度,克服了基于高阶累积量的矢量水听器定位算法的不足.

**关键词:** 信息处理技术; 矢量水听器; 四阶矩; 虚拟扩展; 冗余减少

**中图分类号:** TP212      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0490-6756(2018)04-0733-06

## Multi-acoustic source localization algorithm based on four order moments for single vector hydrophone

GUO Ye-Cai<sup>1,2</sup>, HAN Jin-Jin<sup>1</sup>, WANG Chao<sup>1</sup>

(1. School of Electronic & Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China; 2. Jiangsu Collaborative Innovation Center on Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract:** In order to reduce the computational complexity of the fourth-order cumulants based vector hydrophone acoustic source location algorithm and improve its positioning accuracy, a single vector hydrophone acoustic source location algorithm based on fourth-order moments is proposed. In this proposed algorithm, the numbers of single vector hydrophone array and source are virtually expanded based on the nature of fourth-order moments to obtain more multi-acoustic source location information, the redundancy and computation loads are reduced by using extract effective array element method, and the multi-acoustic source locations can be obtained by using the search peak. The theoretical analyses and experimental results show that, the proposed algorithm can effectively reduce the computational load, improve the positioning accuracy and overcome the shortage of the higher order cumulants based vector hydrophone source location algorithm.

**Keywords:** Information processing technology; Vector hydrophone; Fourth-order moments; Virtual array; Redundancy reduce

收稿日期: 2017-10-09

基金项目: 国家自然科学基金(61673222, 61371131); 江苏省高校自然科学研究重大项目(13KJA510001); 江苏高校品牌专业建设项目(PPZY2015B134); 江苏省教育教学改革项目(2017JSJG168)

作者简介: 郭业才(1962-), 男, 教授, 博导, 研究方向为电路与系统、控制理论与控制工程、生物医学工程等. E-mail: guo-yecai@163.com

## 1 引言

1994 年, Nehorai 等人<sup>[1]</sup>首次提出声矢量传感器的概念, 使用由声压和声振速组成的输出矢量完成对声源的定位. 矢量传感器模型的提出为解决水下环境中声源定位问题提供了新的方法. 相对于常规标量水听器而言, 矢量水听器的输出信号由一个声压信息和三个振速信息组成, 拥有比单个标量信号更全面的空间信息且阵列的指向性与声源的频率无关. 因此, 即使是单矢量水听器也可对声源进行全空间无模糊的定位估计, 从而获得更高的定位精度. 随着对矢量水听器研究的深入以及其在水下声信号测量中的应用, 基于矢量水听器的声源定位算法不断涌现, 其中包括各种波束形成算法<sup>[2-5]</sup>和子空间分解方法<sup>[6-9]</sup>.

由于经典多重信号分类算法(Multiple Signal Classification, MUSIC)在低信噪比情况下定位精度会出现急剧减小, 文献[10]提出了一种基于四阶累积量的单矢量水听器信号 DOA 估计算法, 该算法在低信噪比时也能获得较好的声源定位性能, 但是由于利用接收信号的四阶累积量信息使得该算法计算量变大; 针对伪平稳信号的多声源定位问题, 文献[11]利用阵列相关矩阵矢量化和虚拟阵列扩展原理提出了基于 Khatri-Rao 子空间的声源定位算法, 该算法能够有效地得到声源方位, 但是其计算复杂度受窗函数影响较大; 针对欠定情况下高阶累积量声源定位算法计算复杂度高的问题, 文献[12]利用三阶张量分解原理提出了基于二阶统计量的 MUSIC 算法, 但该算法仅对信号采用二次互相关, 并没有对干扰项进行处理, 使得算法的定位准确性受到干扰的限制; 为了增加单矢量水听器定位算法的可定位声源个数, 文献[13]通过利用矢量信息去除信号中的冗余来增加矢量矩阵的自由度, 使基于高阶累积量的声源定位算法的可定位声源个数增多, 但是该算法仍然存在计算量较大的问题.

为了解决四阶累积量在声源定位过程中计算复杂度高、运算量大、定位精度不高的问题, 本文提出了一种基于四阶矩的单矢量水听器多声源定位算法. 该算法先采用 Kronecker 积进行阵元和信号的虚拟扩展, 然后通过提取阵列有效虚拟阵元的方法减少数据冗余, 最后计算扩展信号的协方差矩阵, 利用子空间方法构造空间谱, 搜索谱峰得到期望声源的方位估计.

## 2 基于单矢量水听器的 MUSIC 声源定位算法

### 2.1 单矢量水听器数据模型

以单矢量水听器所在位置为三维直角坐标系的原点  $O$ , 以  $x, y$  轴所在平面作为水平面,  $z$  轴正方向为从海面垂直向上指向天空. 假设空间有  $K$  个声源信号入射到矢量水听器上, 如图 1 所示.

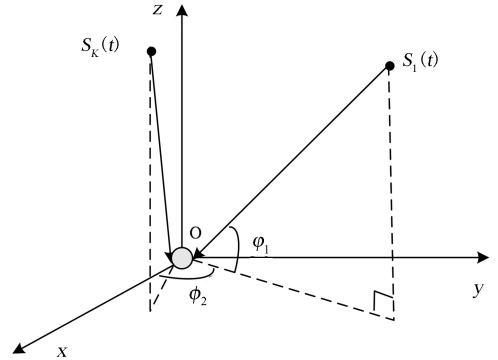


图 1 矢量水听器接收信号模型

Fig. 1 Signal model of vector hydrophone

声源的二维 DOA 为  $\theta_k = [\phi_k, \varphi_k]^T$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), 其中  $\varphi_k \in [0, \pi/2]$  为第  $k$  个声源的仰角,  $\phi_k \in [0, \pi]$  为第  $k$  个声源的方位角, 则第  $k$  个声源在矢量水听器上的阵列流型为

$$\mathbf{h}(\theta_k) = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{u}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos \phi_k \cos \varphi_k \\ \sin \phi_k \cos \varphi_k \\ \sin \varphi_k \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)中,  $\mathbf{u}_k$  为从矢量水听器指向第  $k$  个声源的单位向量,  $\mathbf{u}_k = [\cos \phi_k \cos \varphi_k \sin \phi_k \cos \varphi_k \sin \varphi_k]^T$ ,  $[\ast]^T$  为矩阵转置.

单矢量水听器输出信号可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{H}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

式(2)中,  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}(\theta_1) \mathbf{h}(\theta_2) \dots \mathbf{h}(\theta_K)]$ ;  $s_k(t)$  为第  $k$  个声源的传输信号;  $\mathbf{s}(t)$  中包含  $K$  个声源信号,  $\mathbf{n}(t)$  为接收噪声.

### 2.2 单矢量水听器 MUSIC 算法

根据式(2)给出的数据模型, 应用多重信号分类算法(MUSIC)求得声源信号的方位估计. 矢量水听器 MUSIC 算法利用子空间分解的方法可以得到比常规波束形成算法更尖锐的峰值和更低的旁瓣, 有利于得到准确的定位信息, 从而提高算法在水下环境的定位精度.

首先,计算接收信号的协方差矩阵

$$\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} = \mathbf{H}\mathbf{R}_s\mathbf{H}^H + \delta_n^2\mathbf{I} \quad (3)$$

式(3)中,  $E\{\ast\}$  为数学期望;  $[\ast]^H$  为 Hermit 转置。

然后,对协方差矩阵进行特征分解

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{U}_s \sum_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \sum_n \mathbf{U}_n^H = \sum_{m=1}^K \xi_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H + \sum_{m=K+1}^4 \xi_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H \quad (4)$$

式(4)中,  $\mathbf{U}_s$  为信号子空间,由  $\mathbf{R}_x$  特征分解后,与声源个数  $K$  相同的最大特征值所对应的特征向量组成;  $\mathbf{U}_n$  为噪声子空间,由剩下的  $(4-K)$  个特征值所对应的特征向量组成。

最后,可以得到声源信号的空间谱<sup>[14]</sup>为

$$P(\phi, \varphi) = \frac{1}{\mathbf{h}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{h}} \quad (5)$$

对式(5)使用谱峰搜索,通过求取与谱峰所对应的  $(\phi, \varphi)$  可得到声源信号方位估计值,即在真实的声源二维到达角附近会出现谱峰,从而实现对各声源的定位估计。

### 3 基于四阶累积量的单矢量水听器声源定位算法

基于四阶累积量的单矢量水听器声源定位算法可以展宽阵列的有效孔径,增加有效阵元个数,突破了经典 MUSIC 算法对声源数的限制。

根据式(2)给出数据模型和文献[15],得到接收信号的四阶累积量矩阵

$$\mathbf{C}_{4x} = E[(\mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{x}^*(t))(\mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{x}^*(t))^H] - E[\mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{x}^*(t)]E[(\mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{x}^*(t))^H] - E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \otimes E[(\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t))^*] \quad (6)$$

式中,  $\otimes$  表示 Kronecker 积。

各个声源间完全独立,则有

$$\mathbf{C}_{4x} = \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}_{4s}\mathbf{B}(\theta) \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{B}(\theta)$  为四阶累积量虚拟阵列流型,  $\mathbf{C}_{4s}$  为声源信号的四阶累积量矩阵,

$$\mathbf{B}(\theta) = [\mathbf{b}(\theta_1)\mathbf{b}(\theta_2)\cdots\mathbf{b}(\theta_K)] = [\mathbf{h}(\theta_1) \otimes \mathbf{h}^*(\theta_1)\mathbf{h}(\theta_2) \otimes \mathbf{h}^*(\theta_2) \cdots \mathbf{h}(\theta_K) \otimes \mathbf{h}^*(\theta_K)] \quad (8)$$

$$\mathbf{C}_{4s} = E[(\mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{s}^*(t))(\mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{s}^*(t))^H] - E[\mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{s}^*(t)]E[(\mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{s}^*(t))^H] - E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)] \otimes E[(\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t))^*] \quad (9)$$

对  $\mathbf{C}_{4x}$  进行特征分解,从而得到标志声源方位的极大峰值点。从上面的推导过程可以看出,基于四阶累积量的单矢量水听器声源定位算法在声源定位过程中计算复杂度高、运算量较大。

### 4 基于四阶矩的单矢量水听器多声源定位算法

根据式(2)给出数据模型,应用 Kronecker 积,可得虚拟扩展数据模型

$$\mathbf{x}_K(t) = \mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{x}^*(t) = \tilde{\mathbf{s}}(t) + \tilde{\mathbf{n}}(t) \quad (10)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{s}}(t)$  为扩展数据模型后的接收信号,  $\tilde{\mathbf{n}}(t)$  为扩展数据模型后的噪声。

由式(10)可以推出

$$\tilde{\mathbf{s}}(t) = \sum_{i=1}^K \mathbf{h}_v(\theta_i, \theta_i) s_i^2(t) + \sum_{i=1}^K \sum_{j=i+1}^K \mathbf{h}_v(\theta_i, \theta_j) s_i(t) s_j(t) \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{h}_v(\theta_i, \theta_i) = \mathbf{h}(\theta_i) \otimes \mathbf{h}^*(\theta_i)$ ,  $\mathbf{h}_v(\theta_i, \theta_j) = \mathbf{h}(\theta_i) \otimes \mathbf{h}^*(\theta_j) + \mathbf{h}(\theta_j) \otimes \mathbf{h}^*(\theta_i)$ ,  $1 \leq i, j \leq K$ 。

$$\tilde{\mathbf{n}}(t) = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{H}^*) \cdot (\mathbf{n}(t) \otimes \mathbf{s}^*(t)) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_M) \cdot (\mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{n}^*(t)) + \mathbf{n}(t) \otimes \mathbf{n}^*(t) \quad (12)$$

将式(11)代入式(10),得

$$\mathbf{x}_v(t) = \mathbf{H}_v \mathbf{s}_v(t) + \tilde{\mathbf{n}}(t) \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{H}_v(t) = [\mathbf{h}_v(\theta_1, \theta_1), \cdots, \mathbf{h}_v(\theta_K, \theta_K), \mathbf{h}_v(\theta_1, \theta_2), \cdots, \mathbf{h}_v(\theta_{K-1}, \theta_K)]$ ,

$\mathbf{s}_v(t) = [s_1^2(t), \cdots, s_K^2(t), s_1(t)s_2(t), \cdots, s_{K-1}(t)s_K(t)]$

由此可以看出,式(13)与数据模型中式(2)类似。另外,从  $\mathbf{s}_v(t)$  中可以看出,声源扩展之后,虚拟声源个数变为  $K(K+1)/2$ 。

根据文献[16]中 Kronecker 性质:

$$\mathbf{h}_v(\theta_i, \theta_i) = \text{vec}(\mathbf{h}^*(\theta_i) \cdot \mathbf{h}^T(\theta_i)) \quad (14)$$

式中,  $\text{vec}(\ast)$  表示矩阵的向量化,将式(1)代入上式,可得

$$\mathbf{h}^*(\theta_i) \cdot \mathbf{h}^T(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & \cos\phi_i \cos\varphi_i & \sin\phi_i \cos\varphi_i & \sin\varphi_i \\ \cos\phi_i \cos\varphi_i & \cos^2\phi_i \cos^2\varphi_i & \cos\phi_i \sin\phi_i \cos^2\varphi_i & \cos\phi_i \cos\varphi_i \sin\varphi_i \\ \sin\phi_i \cos\varphi_i & \cos\phi_i \sin\phi_i \cos^2\varphi_i & \sin^2\phi_i \cos^2\varphi_i & \sin\phi_i \sin\varphi_i \cos\varphi_i \\ \sin\varphi_i & \cos\phi_i \cos\phi_i \sin\varphi_i & \sin\phi_i \sin\varphi_i \cos\varphi_i & \sin^2\varphi_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

可以看出扩展后的阵列流型未重复项只有 10 个,即 $\mathbf{h}_v(\theta_i, \theta_i)$ 的上三角或者下三角区域所含项. 为了减少数据运算中的冗余,去除 $\mathbf{h}_v(\theta_i, \theta_i)$ 的重复项,可得

$$\mathbf{h}_{K_r}(\theta_i, \theta_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos\phi_i \cos\varphi_i \\ \sin\phi_i \cos\varphi_i \\ \sin\varphi_i \\ \cos^2\phi_i \cos^2\varphi_i \\ \cos\phi_i \sin\phi_i \cos^2\varphi_i \\ \cos\phi_i \cos\varphi_i \sin\varphi_i \\ \sin^2\phi_i \cos^2\varphi_i \\ \sin\phi_i \sin\varphi_i \cos\varphi_i \\ \sin^2\varphi_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

将式(16)代入式(13)可得

$$\mathbf{x}_{K_r}(t) = \mathbf{H}_{K_r} \cdot \mathbf{s}_{K_r}(t) + \tilde{\mathbf{n}}_{K_r}(t) \quad (17)$$

使用 MUSIC 方法对式(17)所得数据进行声源方位估计. 首先,计算扩展阵列的协方差矩阵

$$\mathbf{R}_{K_r} = E\{\mathbf{x}_{K_r}(t)\mathbf{x}_{K_r}^H(t)\} \quad (18)$$

不同于四阶累积量复杂的计算量,本文提出算法不仅运用信号的四阶矩减少了计算量,还通过减少冗余项进一步减少运算.

最后,该算法的功率谱方程为

$$P_{K_r}(\phi, \varphi) = \frac{1}{\|\mathbf{h}_{K_r}^H(\theta)\tilde{\mathbf{U}}_n\|^2} \quad (19)$$

通过功率谱方程的  $K$  个最高峰值得到期望声源的二维到达角估计.

## 5 仿真实验分析

### 5.1 角度估计

仿真实验中,两个窄带不相关声源信号的方位分别为 $(30^\circ, 60^\circ)$ 和 $(160^\circ, 10^\circ)$ ,信噪比分别为 20 dB、0 dB、-5 dB,快拍数为 500. 仿真结果如图2~4所示.

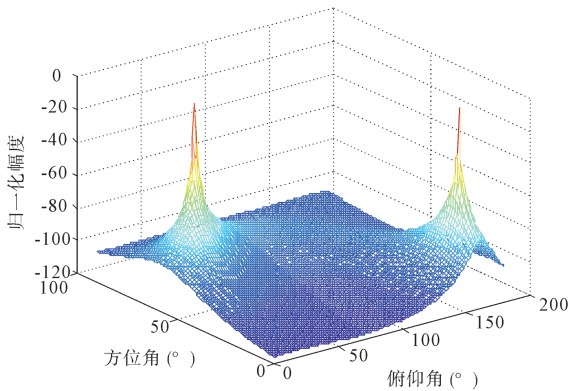


图 2 本文算法的估计结果(SNR=20 dB)  
Fig. 2 Simulation results (SNR=20 dB)

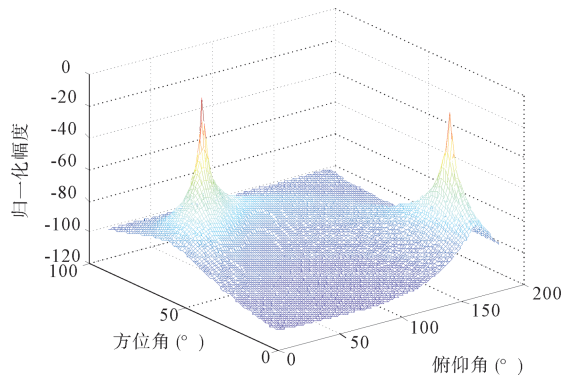


图 3 本文算法的估计结果(SNR=0 dB)  
Fig. 3 Simulation results (SNR=0 dB)

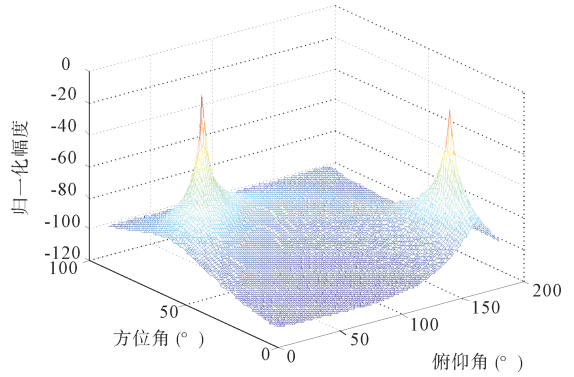


图 4 本文算法的估计结果(SNR=-5 dB)  
Fig. 4 Simulation results (SNR=-5 dB)

图 2~4 表明,本文提出的算法可准确地得到两个声源信号的方位估计值. 通过对比可知,在高信噪比情况下,本文提出的方法能够准确给出两个声源的方位,在低信噪比情况下,虽然估计准确度有所下降,但是依然可以清晰地分辨出两个声源的峰值.

### 5.2 计算量与定位精度对比

为了验证算法的有效性和运算性能的优劣,对基于四阶矩的单矢量水听器多声源定位算法进行仿真试验,并与基于 MUSIC 的单矢量水听器多声源定位算法(MUSIC)<sup>[14]</sup>、基于高阶累积量的单矢量水听器多声源定位算法(HOSMUSIC)<sup>[10]</sup>和基于 Khatri-Rao 的单矢量水听器多声源定位算法(KRMUSIC)<sup>[11]</sup>在计算量和定位精度上进行对比.

5.2.1 计算时间和复杂度分析 在信噪比为 20 dB、谱峰搜索步长为  $1^\circ$  的情况下,两个声源的俯仰角和方位角分别为 $(30^\circ, 60^\circ)$ 和 $(160^\circ, 10^\circ)$ ,分别使用 MUSIC、HOSMUSIC、KRMUSIC 和本文算法进行方位估计,计算各个算法定位所用时间和运算复杂度,如表 1 和表 2 所示.

表 1 运算时间比较

Tab. 1 Computational time comparison

算法名称	MUSIC	HOSMUSIC	KRMUSIC	本文算法
运算时间	0.4488 s	1.1071 s	0.4790 s	0.5631 s

表 2 运算复杂度比较

Tab. 2 Computational complexity comparison

算法名称	构造方差矩阵/ 累积量矩阵	特征值分解	谱峰搜索
MUSIC	8000	64	162000
HOSMUSIC	224000	4096	3855600
KRMUSIC	8064	64	162000
本文算法	50000	1000	1425600

从表 1 中可以看出,完成声源定位所需时间最短的是 MUSIC,耗时最长的是 HOSMUSIC,但是 MUSIC 有局限性,它无法在低信噪比和声源数过多时使用.从虚拟扩展的角度来看,本文算法在同等定位情况下,所需计算时间比四阶累积量定位算法要少.

从表 2 中可以看出,完成声源定位所需计算量最少的是 MUSIC,计算复杂度最高的是 HOSMUSIC.通过应用四阶矩和冗余减少的方法,本文算法各个部分的计算复杂度都比 HOSMUSIC 少.但是相比 KRMUSIC,本文算法在构造虚拟阵列的过程中运算复杂度较高.

5.2.2 定位精度分析 角度估计的均方根误差为

$$RMSE =$$

$$\sqrt{\frac{1}{MC} \sum_{mc=1}^{MC} [(\hat{\phi}_{k,mc} - \phi_k)^2 + (\hat{\psi}_{k,mc} - \psi_k)^2]}$$

式中,  $MC$  表示蒙特卡罗试验次数;  $\hat{\phi}_{k,mc}$  和  $\hat{\psi}_{k,mc}$  表示  $mc$  次试验中第  $k$  个目标的到达角估计值.为了验证算法的性能,取信噪比范围为  $-5 \text{ dB} \sim 20 \text{ dB}$ ,蒙特卡罗实验次数为 200 次,快拍数为 500,比较本文算法在不同信噪比下与 MUSIC、HOSMUSIC 和 KRMUSIC 的均方误差和成功分辨率,验证各个算法的定位估计性能.试验得到的均方误差和成功分辨率仿真图如图 5 和图 6 所示.

图 5 表明,在不同信噪比下,本文算法与 HOSMUSIC、KRMUSIC 从整体上比经典 MUSIC 的定位误差小;在低信噪比情况下,MUSIC 定位性能有所下降,而本文算法比 HOSMUSIC 和 KRMUSIC 的定位误差略小一些,定位性能较稳定.

图 6 表明,本文算法与 HOSMUSIC、KRMUSIC 在整体上相差不大,但是比传统 MUSIC 成功分辨率高;在低信噪比情况下,本文算法比 HOSMUSIC 和 KRMUSIC 成功估计的性能稳定.

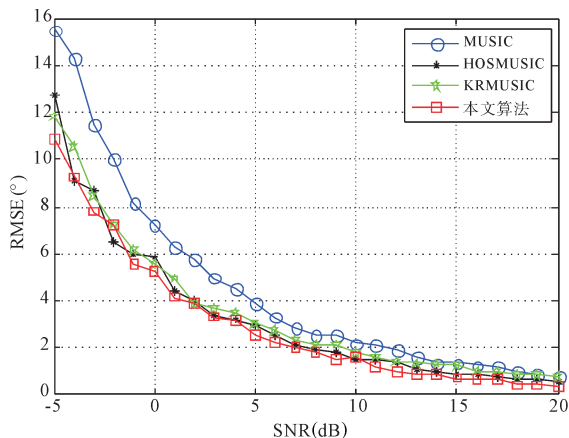


图 5 四种算法均方根误差比较

Fig. 5 RMSE comparison of four algorithms

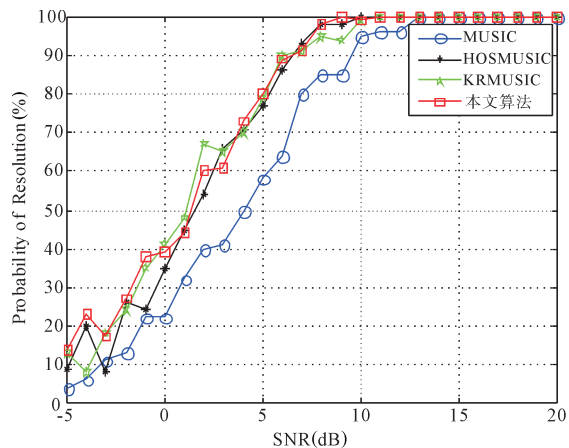


图 6 分辨成功率与信噪比关系

Fig. 6 Probability of Resolution comparison of four algorithms

6 结论

本文研究一种基于四阶矩的单矢量水听器多声源定位算法,通过 Kronecker 积将接收信号进行虚拟阵列扩展,可以增加声源定位过程中接收信号的空间矢量信息.另外,通过阵元和虚拟声源的冗余减少,减少因重复信息而带来的运算量.实验仿真结果表明,该算法可以实现单矢量水听器多声源定位,且计算时间较少,定位精度和性能较好,即使在低信噪比情况下得到的声源信号估计值准确性较高.

## 参考文献:

- [1] Nehorai A. Acoustic vector sensor array processing [J]. *IEEE Trans Signal Proces*, 1994, 42: 2481.
- [2] Najeem S, Kiran K, Malarkodi A, *et al*. Open lake experiment for direction of arrival estimation using acoustic vector sensor array [J]. *Appl Acoust*, 2017, 119: 94.
- [3] Liang G L, Zhang K, Fu J, *et al*. Modified MVDR algorithm for DOA estimation using acoustic vector hydrophone [C]//*IEEE International Conference on Computer Science and Automation Engineering*. Shanghai, China: IEEE, 2011.
- [4] 李楠松, 朴胜春, 邢传玺. 单矢量水听器对海面目标高分辨定位方法研究[J]. *传感器与微系统*, 2015, 34: 37.
- [5] 时洁, 杨德森. 基于矢量阵宽带 MVDR 聚焦波束形成的水下噪声源定位方法[J]. *信号处理*, 2010, 26: 687.
- [6] 王绪虎, 陈建峰, 韩晶, 等. 基于 ESPRIT 算法的矢量水听器阵方位估计性能分析[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35: 481.
- [7] 朱敏, 何培宇. 一种新的基于四阶累积量的 DOA 估计算法[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2011, 48: 343.
- [8] 刘来财, 何培宇. 一种新的虚拟均匀线阵的构造方法[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2012, 49: 341.
- [9] 王超, 笪良龙, 韩梅, 等. 单矢量水听器的高分辨目标方位跟踪算法研究[J]. *应用声学*, 2017, 34: 54.
- [10] 袁志勇, 顾晓东. 单矢量水听器四阶累积量 MUSIC 算法对信号 DOA 的估计[J]. *舰船科学技术*, 2010, 32: 64.
- [11] Ma W K, Hsieh T H, Chi C Y. DOA estimation of quasi-stationary signals with less sensors than sources and unknown spatial noise covariance: a Khatri-Rao subspace approach [J]. *IEEE Trans Signal Proces*, 2010, 58: 2168.
- [12] Zhu L W, Wang Y, Wang X, *et al*. Underdetermined Direction-of-Arrival estimation from second order statistics [C]// *Proceedings of the 2014 7th International Congress on Image and Signal Processing*. Dalian, China: IEEE, 2014.
- [13] Agarwal A, Kumar A, Agrawal M, *et al*. Higher order statistics based direction of arrival estimation with single acoustic vector sensor in the under-determined case [C]// *OCEANS '16 MTS/IEEE Monterey*. [s. l.]: IEEE, 2016.
- [14] 陈建军. 单矢量水听器二维 DOA 估计算法[J]. *声学技术*, 2012, 31: 322.
- [15] Dogan M C, Mendel J M. Application of cumulants to array processing-Part I: Aperture extension and array calibration [J]. *IEEE Trans Signal Proces*, 1995, 43: 1200.
- [16] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

## 引用本文格式:

中文: 郭业才, 韩金金, 王超. 基于四阶矩的单矢量水听器多声源定位算法[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2018, 55: 733.

英文: Guo Y C, Han J J, Wang C. Multi-acoustic source localization algorithm based on four order moments for single vector hydrophone [J]. *J Sichuan Univ: Nat Sci Ed*, 2018, 55: 733.