

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2019.05.010

基于 Reflected-Sigmoid 径向基函数插值的 温度场重建算法

董晨龙, 周新志, 白兴都, 张若彬

(四川大学电子信息学院, 成都 610065)

摘要: 声学法测温在特殊的温度场环境中有良好的应用, 主要是利用有限的超声波传播路径上的飞行时间重构出连续分布的温度场。现有的温度场重建算法中最小二乘法是最常用的方法, 但其重建后的温度场会出现边缘信息缺失的现象。针对这一问题, 提出在最小二乘法确定温度矩阵的基础上, 结合 Reflected-Sigmoid 函数进行插值, 实现了二维平面温度场的无缺失重建。通过两种典型的单峰温度场模型的重建结果及误差分析表明, 在补全温度场边缘的条件下, 单峰对称温度场的均方根百分误差在 1.6%, 单峰偏斜温度场的均方根百分误差在 3.5%, 取得了很好的重建效果。

关键词: 声学测温; 最小二乘法; 温度矩阵; Reflected-Sigmoid 径向基函数; 温度场重建

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 0490-6756(2019)05-0851-06

Temperature field reconstruction algorithm based on Reflected-Sigmoid radial basis function interpolation

DONG Chen-Long, ZHOU Xin-Zhi, BAI Xing-Du, ZHANG Ruo-Bin

(College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: The acoustic thermometry has a good application in the special temperature field environment. That is, the continuous distribution of temperature field can be reconstructed using the flight time spent on the finite ultrasonic propagation path. The least square method is one of the acoustic temperature field reconstruction algorithms, and the reconstructed temperature field will have the phenomenon of missing edge information using this method. In order to solve this problem, an algorithm based on Reflected Sigmoid radial basis function interpolation is proposed to reconstruct the two-dimensional distribution of temperature without information loss. In this algorithm, the least square method is adopted to determine the temperature matrix and the Reflected-Sigmoid function is used to interpolate the temperature field. The reconstruction results and error analysis of two typical single peak temperature field models show that the root mean square percentage error of the symmetrical single peak temperature field is 1.6% and the root mean square percentage error of the skewed single peak temperature field is 3.5% after complementing the edge of the temperature field.

Keywords: Acoustic pyrometry; Least square method; Temperature matrix; Reflected-Sigmoid radial basis function; Temperature field reconstruction

收稿日期: 2018-08-22

基金项目: 国家“973 计划”项目(2013CB328903-2)

作者简介: 董晨龙(1995-), 男, 新疆哈密人, 硕士生, 研究方向为智能控制. E-mail: 528905564@qq.com

通讯作者: 周新志. E-mail: xz.zhou@scu.edu.cn

1 引言

基于超声波的非接触式测温方法,具有较强的抗干扰性、指向性、环境适应性、实时连续性以及测量范围广等特点^[1-2],特别适用于空间温度场测量. 根据待测区域的形状和测量要求确定超声波收发器的布置方式后,超声波的传播路径也随之确定. 在此基础上,测量出每一条超声波传播路径的传播时间,结合适当的重建算法就能够重建出温度场.

最小二乘法^[3-5]是目前被广泛采用的重建算法,具有原理简单、计算方便以及精度较高的特点. 但该算法要求被测区域划分的像素数小于有效声波传播路径数^[6],因此重建出的平均温度点数有限,并且被测区域中心点所界定的区域范围比传感器所界定的区域小得多^[7],存在重建温度场边缘信息缺失的问题. 文献[7]提出了最小二乘法和克里金插值相结合的重建方法,利用最小二乘法获得一个由少量像素描述的温度场,运用克里金内插和外推运算获得整个被测温度场的描述. 文献[8]提出了使用高斯径向基函数来重建温度场,运用高斯径向基函数,逼近超声波传播速度与温度分布的映射关系,通过矩阵奇异值分解重建被测温度场. 文献[9]针对声波飞行具有弯曲效应,提出一种遗传算法重建温度场,利用该算法对被测区域进行插值、拟合,实现对待测温度场的重建. 以上提出的方法虽然能够解决重建温度场边缘信息缺失的问题,但是重建结果存在相对较大的误差,因此在高精度重建方面还需做进一步的提高.

本文提出在最小二乘法的基础上,使用 Reflected-Sigmoid 径向基函数做插值函数来重建温度场. Reflected-Sigmoid 函数是一种典型的径向基函数^[10-12],将其作为插值函数能够取得良好的效果^[13]. 通过对两种典型的模拟温度场进行实验验证,最终实现了温度场的高精度重建.

2 温度场测量及重建方法

2.1 二维声学测温方法

超声波是一种振动频率在 20 KHz 以上的机械波,可以在固体、液体、气体中传播. 超声波在介质中的传播速度会随着介质温度的变化而改变,由波动方程和热力学方程能够得出超声波传播速度和介质温度的函数关系^[14],在气体中两者的关系式如下.

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = Z \sqrt{T} \quad (1)$$

其中, c 是超声波在气体介质的传播速度 m/s ; γ 为气体绝热系数,由气体的物理性质决定; R 是摩尔气体常数,常取 $8.314\ 51\ J/(mol \cdot K)$; T 为热力学温度 K ; M 为气体相对分子质量 g/mol . 当气体环境确定时, γ 、 R 、 M 即为已知量,可将其视为常量 Z ,当气体环境为空气时, Z 常取 20.03 ^[4].

声学法测温主要是在被测区域布置多组超声波收发器,形成多条穿过被测区域的超声波传播路径. 利用超声波的飞行时间以及超声波收发器之间的距离,计算出被测区域的超声波声速,由公式(1)即可获得被测区域的温度. 测量示意图如图 1 所示.

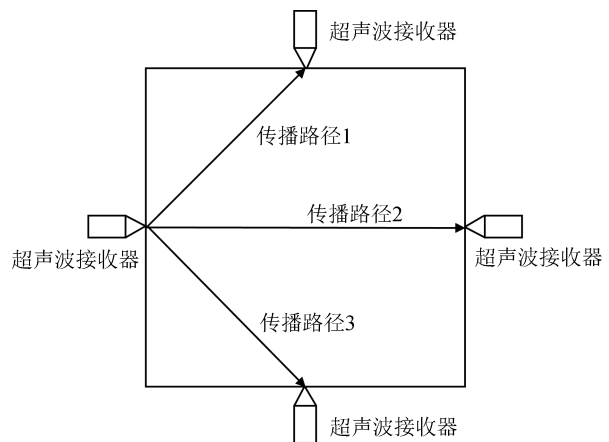


图 1 声学法测温示意图

Fig. 1 Schematic diagram of temperature measurement by acoustic method

2.2 温度矩阵的表征与计算

结合距离公式,超声波从发射器到接收器的传播时间可表示为^[4]

$$t = \int \frac{1}{c} dl = \int a dl \quad (2)$$

其中, t 为超声波的传播时间; c 为超声波的传播速度; $a = \frac{1}{c}$; l 为超声波发射器与接收器之间的路径方程.

对二维平面温度场重建,可将被测区域划分成 n 个子区域,假设超声波的传播速度 c 在各子区域内是均匀分布的,并用 a_i 表示第 i 个子区域的超声波传播速度 c 的倒数, $i=1,2,\dots,n$,用 S_{ki} 表示第 k 条超声波路径穿过第 i 个子区域的长度, $k=1,2,\dots,m$, m 为超声波的路径总数. 在区域划分时要注意划分的区域数 n 必须要小于传播路径数 m ^[7]. 则超声波在第 k 条路径的传播时间可表示为

$$t_k = \sum_{i=1}^n a_i \cdot S_{ki} \quad (3)$$

将测量到的第 k 条路径的传播时间用 t_k^{\wedge} 表示, 那么实测值和理论值的差值为

$$\epsilon_k = t_k^{\wedge} - t_k = t_k^{\wedge} - \sum_{i=1}^n a_i \cdot S_{ki} \quad (4)$$

令

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} t_1^{\wedge} \\ t_2^{\wedge} \\ \vdots \\ t_n^{\wedge} \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1} & S_{m2} & \cdots & S_{mn} \end{bmatrix}$$

则其最小二乘解的形式即为

$$A = (S^T S)^{-1} S^T t \quad (5)$$

可以得到 n 个子区域的平均温度组成的矩阵 $T^{[14]}$

$$T = \frac{1}{A^2 Z^2} \quad (6)$$

其中, $T = [T_1 \ T_2 \ \cdots \ T_n]^T$.

2.3 基于 Reflected-Sigmoid 径向基函数的重建方法

将待测区域中的温度场用函数 $T(x, y)$ 表示^[15], 用 n 个 Reflected-Sigmoid 函数的线性组合来表示温度场 $T(x, y)$, 即温度场 $T(x, y)$ 数学模型为

$$T(x, y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x, y) \quad (7)$$

其中, $f_i(x, y)$ 为 Reflected-Sigmoid 径向基函数^[16], 其在二维平面的表达式为

$$f_i(x, y) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{a^2}\right]} \quad (8)$$

其中, (x_i, y_i) 为子区域中心点. 将 2.2 节中求出的式(6)温度矩阵 T 代入到式(7)中, 即可得到如下方程组.

$$\begin{cases} T_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x_1, y_1) \\ T_2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x_2, y_2) \\ \vdots \\ T_n = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x_n, y_n) \end{cases} \quad (9)$$

将其改写为矩阵形式.

$$T = \alpha \cdot F \quad (10)$$

其中, $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \cdots \ \alpha_n]^T$ 是待求解的 n 个 Reflected-Sigmoid 函数的系数矩阵; F 是各个 Reflected-Sigmoid 函数在 n 个子区域几何中心的函数数值矩阵, 矩阵表达式如式(11).

$$F = \begin{bmatrix} f_1(x_1, y_1) & f_2(x_1, y_1) & \cdots & f_n(x_1, y_1) \\ f_1(x_2, y_2) & f_2(x_2, y_2) & \cdots & f_n(x_2, y_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(x_n, y_n) & f_2(x_n, y_n) & \cdots & f_n(x_n, y_n) \end{bmatrix} \quad (11)$$

由上可知, 在已知二维平面区域的划分情况下并且通过相关数值实验确定了 Reflected-Sigmoid 径向基函数的形状参数后, 式(10)中的唯一未知量为 α 系数矩阵, 求解该矩阵得

$$\alpha = F^{-1} \cdot T \quad (12)$$

将求出的 α 矩阵代入到式(7)中, 即可求得整个二维平面的温度场分布 $T(x, y)$.

3 仿真结果及分析

仿真实验中, 试验区域为 $1.2 \text{ m} \times 1.2 \text{ m}$ 的正方形区域, 将该区域划分为 9 个子区域. 超声波发射器的布局如图 2 所示, 其中 $S_1 \sim S_8$ 表示的是 8 个收发一体的超声波探头. 一共 12 条超声波传播路径. 超声波探头的具体位置坐标如表 1 所示.

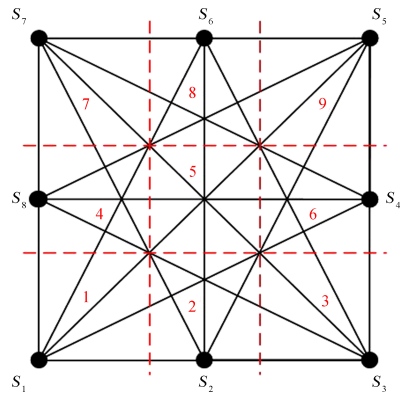


图 2 超声波探头的位置分布以及平面区域划分情况
Fig. 2 Position distribution of ultrasonic probe and partition of plane area

表 1 超声波探头的位置坐标

Tab. 1 Position coordinates of ultrasonic probe

超声波探头编号	位置坐标
S_1	(0, 0)
S_2	(0.6, 0)
S_3	(1.2, 0)
S_4	(1.2, 0.6)
S_5	(1.2, 1.2)
S_6	(0.6, 1.2)
S_7	(0, 1.2)
S_8	(0, 0.6)

仿真环境假设为气体常数为 20.03 的稳定环境, 干扰噪声为 0, 用于仿真的单峰对称和单峰偏斜的温度场模型如式(13)和式(14)所示.

单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$ 的函数表达式.

$$TM_1(x, y) = 500 + 500 \times \exp\left[-\frac{(x-0.6)^2 + (y-0.6)^2}{0.3}\right] \quad (13)$$

单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$ 的函数表达式.

$$TM_2(x, y) = 500 + 500 \times \exp\left[-\frac{(x-0.8)^2 + (y-0.8)^2}{0.3}\right] \quad (14)$$

两种温度场对应的函数图像如图 3 所示.

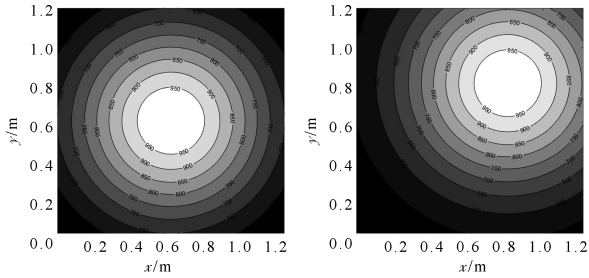


图 3 两种模拟温度场的等温图

Fig. 3 Isothermal diagram of two simulated temperature fields

每条路径的超声波飞行时间的计算可以通过联立式(1)和式(2)得到

$$t_k = \int \frac{1}{Z \sqrt{TM_i(x, y)}} dl_k, \quad i=1, 2 \quad (15)$$

式中, $k=1, 2, \dots, m$, m 为路径总数 t_k 为每条超声波传播路径的飞行时间; l_k 为每条超声波传播路径的直线方程; $TM_i(x, y)$ 为温度场模型.

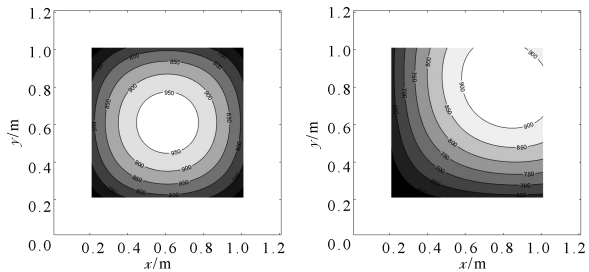


图 4 最小二乘法结合三次多项式插值的重建结果

Fig. 4 Reconstruction results of least squares combined with three degree polynomial interpolation

Reflected-Sigmoid 径向基函数的形状参数通过数值实验确定为 $a^2=0.55$. 重建结果如图 4~图 6 所示, 其中, 图 4 为最小二乘法结合三次多项式插值重建后的结果, 图 5 为最小二乘法结合克里金

插值法(以下简称克里金法)^[7]的重建结果, 图 6 为本文最小二乘法结合 Reflected-Sigmoid 径向基函数插值(以下简称 RS 基函数)的重建结果.

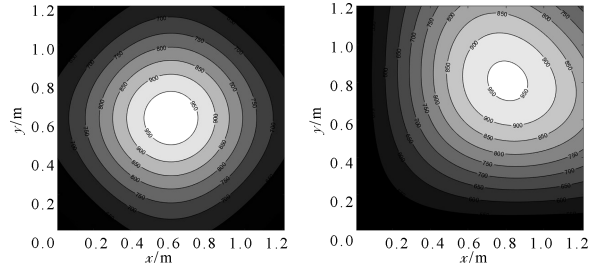


图 5 最小二乘法结合克里金法插值的重建结果

Fig. 5 Reconstruction results of least squares combined with Kriging interpolation

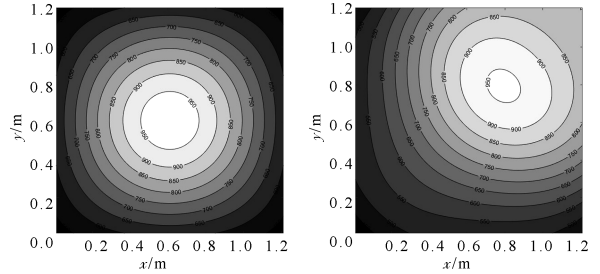


图 6 最小二乘法结合 Reflected-Sigmoid 径向基函数插值的重建结果

Fig. 6 Reconstruction results of least squares combined with Reflected-Sigmoid radial basis function interpolation

本文通过使用最大绝对误差、最小绝对误差、平均绝对误差以及均方根百分误差四个误差数据来评估温度场重建效果, 误差函数定义如下.

$$E_{\max} = \max |TR_i - TM_i| \quad (16)$$

$$E_{\min} = \min |TR_i - TM_i| \quad (17)$$

$$E_{\text{mean}} = \frac{\sum_{i=1}^n |TR_i - TM_i|}{n} \quad (18)$$

$$E_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (TR_i - TM_i)^2}}{TM_{\text{mean}}} \times 100\% \quad (19)$$

其中, TM_{mean} 为模拟温度场的平均温度. 误差分析结果如表 2~表 8 所示.

为了评估本文方法对于温度场边缘区域的重建结果, 可以通过分析边缘区域的重建误差来判断边缘信息的保留情况, 分别计算克里金插值法以及 RS 基函数对于温度场中心区域以及边缘区域的重建误差. 其中温度场中心区域即最小二乘法重建出的区域, 误差结果如表 5 和表 6 所示. 温度场边缘区域误差如表 7 和表 8 所示.

表 2 最小二乘法结合三次多项式插值重建结果误差分析
Tab. 2 Error analysis of reconstruction results based on least square method combined with three degree polynomial interpolation

误差分析	单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$	单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$
E_{max}/K	16.9140	53.5585
E_{min}/K	0.0190	0.0028
E_{mean}/K	5.6276	18.9669
$E_{rms}/\%$	0.8092	2.8779

表 3 最小二乘法结合克里金插值法重建结果误差分析
Tab. 3 Error analysis of reconstruction results based on least square method combined with Kriging interpolation

误差分析	单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$	单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$
E_{max}/K	42.5855	63.5733
E_{min}/K	0.0079	0.0051
E_{mean}/K	11.5837	17.1558
$E_{rms}/\%$	1.7757	3.1442

表 4 最小二乘法结合 Reflected-Sigmoid 径向基函数插值重建结果误差分析

Tab. 4 Error analysis of reconstruction results based on least square method combined with Reflected-Sigmoid radial basis function interpolation

误差分析	单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$	单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$
E_{max}/K	33.8565	144.1298
E_{min}/K	1.4318	0.0016
E_{mean}/K	10.1960	19.2518
$E_{rms}/\%$	1.6395	3.1266

表 5 最小二乘法结合克里金插值法重建温度场中心区域结果误差分析

Tab. 5 Error analysis of reconstruct temperature field center area results based on least square method combined with Kriging interpolation

误差分析	单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$ 中心区域 克里金法重建结果	单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$ 中心区域 克里金法重建结果
E_{max}/K	17.1253	37.9514
E_{min}/K	2.9542	0.0051
E_{mean}/K	14.0194	10.4302
$E_{rms}/\%$	1.6741	1.8283

表 6 最小二乘法结合 Reflected-Sigmoid 径向基函数重建温度场中心区域结果误差分析

Tab. 6 Error analysis of reconstruct temperature field center area results based on least square method combined with Reflected-Sigmoid radial basis function interpolation

误差分析	单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$ 中心区域 RS 基函数重建结果	单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$ 中心区域 RS 基函数重建结果
E_{max}/K	16.9140	45.1532
E_{min}/K	1.4318	0.0016
E_{mean}/K	6.3542	11.7103
$E_{rms}/\%$	0.8621	2.0913

表 7 最小二乘法结合克里金插值法重建温度场边缘区域结果误差分析

Tab. 7 Error analysis of reconstruct temperature field edge area results based on least square method combined with Kriging interpolation

误差分析	单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$ 边缘区域 克里金法重建结果	单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$ 边缘区域 克里金法重建结果
E_{max}/K	42.5855	63.5733
E_{min}/K	0.0079	0.0110
E_{mean}/K	9.6058	22.6170
$E_{rms}/\%$	0.3709	0.8249

表 8 最小二乘法结合 Reflected-Sigmoid 径向基函数重建温度场边缘区域结果误差分析

Tab. 8 Error analysis of reconstruct temperature field edge area results based on least square method combined with Reflected-Sigmoid radial basis function interpolation

误差分析	单峰对称温度场 $TM_1(x, y)$ 边缘区域 RS 基函数重建结果	单峰偏斜温度场 $TM_2(x, y)$ 边缘区域 RS 基函数重建结果
E_{max}/K	33.8565	144.1298
E_{min}/K	2.9731	0.0591
E_{mean}/K	13.3155	25.3755
$E_{rms}/\%$	0.3521	0.8210

重建结果可以看出, 三种温度场重建算法均能正确反映温度场, 热源位置与温度场模型相符且温度分布的变化趋势也与温度场模型相近. 综合两种温度场模型, 经典的最小二乘法重建误差较小, 但是存在较严重的温度场缺失, 无法得到待测区域边缘的温度分布. 本文的重建算法能够在最小二乘法较精准的重建结果基础上, 有效避免了待

测区域边缘温度信息缺失的问题,并且保留了最小二乘法计算简便,准确的特点;与克里金插值法相比,单峰对称温度场中心区域的重建精度提高了 48.5%,边缘区域的重建精度提高了 5%,总体精度提高了 7.6%,单峰偏斜温度场中心区域的重建精度虽然降低了 14.38%,但是边缘区域的重建精度提高了 0.47%,整体精度提高了 0.6%。

4 结 论

本文主要针对经典的最小二乘温度场重建算法在待测区域边界出现的温度信息缺失问题开展研究,在保留了最小二乘法原理简单、计算方便的基础上,将最小二乘法与 Reflected-Sigmoid 径向基函数插值相结合,有效解决了最小二乘温度场重建算法边缘信息缺失的问题。通过对单峰对称温度场以及单峰偏斜温度场的重建结果表明,重建后的温度平均绝对误差在 20 K 以内,均方根百分误差在 4%以内,证明了最小二乘法结合 Reflected-Sigmoid 径向基函数插值能够实现二维平面温度场的高精度重建。

参考文献:

- [1] 李冰清, 赵子健, 常发亮. 超声波 CT 温度场重建算法研究综述[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30: 1.
- [2] 颜华, 陈冠男, 刘丽钧, 等. 声层析成像仓储粮食温度监测方法[J]. 沈阳工业大学学报, 2013 (5): 541.
- [3] 张华宇, 谢凤芹, 李强. 超声波在空气温度场重建中的应用[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版, 2012, 31: 94.
- [4] Ruixi J, Qingyu X. Two-dimensional temperature field distribution reconstruction based on least square method and radial basis function approximation [J]. Math Probl Eng, 2017, 2017: 1.
- [5] Jia L N, Gao Y, Lu D C. Two-dimension temperature field reconstruction in furnace by acoustic method [J]. Appl Mech Mater, 2012, 249-250: 170.
- [6] 宋璐, 冯艳平, 卫亚博. 基于灰度 DAG 熵最大化量化分辨率医学图像增强[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2018, 55: 316.
- [7] 颜华, 李欣, 王善辉. 基于最小二乘法和克里金插值的三维温度场重建[J]. 沈阳工业大学学报, 2014, 36 :303.
- [8] Jia R, Xiong Q, Xu G, *et al.* A method for two-dimensional temperature field distribution reconstruction [J]. Appl Therm Eng, 2017, 111: 961.
- [9] 阚哲, 孟国营, 王晓蕾, 等. 基于遗传算法的炉膛温度场重建算法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28: 1149.
- [10] 许楠, 李树政. 基于 Reflected Sigmoid 激励混沌神经元的图像加密技术研究[J]. 网络安全技术与应用, 2017(2): 45.
- [11] 左言言, 张海峰, 庄婷. 车内声品质主客观评价模型对比分析[J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2017, 38: 403.
- [12] 鲁江坤, 万聿枫, 曹龙汉. 一种基于图像识别的燃气表远程直读系统研究[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2018, 30: 627.
- [13] 田丰, 刘再胜, 孙小平, 等. 基于 RBF 神经网络的温度场重建算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27: 1460.
- [14] Jia R, Xiong Q, Wang L, *et al.* Study of ultrasonic thermometry based on ultrasonic time-of-flight measurement [J]. Aip Advances, 2016, 6: 23.
- [15] 沈雪华. 基于声学测温的温度场重建算法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2016.
- [16] 陈根妃, 符雪桐. 人工神经网络控制的 Sigmoidal 函数研究[J]. 系统仿真学报, 1996(4): 26.

引用本文格式:

中文: 董晨龙, 周新志, 白兴都, 等. 基于 Reflected Sigmoid 径向基函数插值的温度场重建算法[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2019, 56: 851.

英文: Dong C L, Zhou X Z, Bai X D, *et al.* Temperature field reconstruction algorithm based on Reflected Sigmoid radial basis function interpolation [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2019, 56: 851.