

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2019.06.012

# 组稀疏表示的双重 $l_1$ 范数优化图像去噪算法

骆 骏, 刘 辉, 尚振宏

(昆明理工大学信息工程与自动化学院, 昆明 650500)

**摘 要:** 由于图像受噪声的影响,无法从降质信号中获得准确的稀疏系数.针对此问题,对一种组稀疏表示的双重  $l_1$  范数优化图像去噪算法进行研究,该算法同时采用非局部相似图像块组稀疏表示的  $l_1$  范数和稀疏残差作为正则项对组稀疏系数进行约束,并利用一种有效的迭代收缩算法实现对模型的优化求解,以获取更鲁棒的稀疏系数,另外,为了进一步提高去噪性能,采用贝叶斯公式推导出自适应调整两个正则化参数的方法.实验结果表明,与现有的许多算法相比,新算法能够在去除噪声的同时抑制伪影,保护图像的细节信息,峰值信噪比相对经典的BM3D算法而言,最多可提高 1.24 dB.

**关键词:** 图像去噪; 组稀疏表示;  $l_1$  范数; 稀疏残差; 迭代收缩算法

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0490-6756(2019)06-1065-08

## Double $l_1$ -norm optimization image denoising algorithm via group sparse representation

LUO Jun, LIU Hui, SHANG Zhen-Hong

(Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

**Abstract:** The accurate sparse coefficients were hard to be obtained from the degraded signal due to the image noise. Aiming at this problem, a double  $l_1$ -norm optimized image denoising algorithm via group sparse representation is studied. The algorithm constrains group sparse coefficients by using the  $l_1$ -norm and sparse residual of sparse representation of non-local similar image block as regularization item, and implements an optimal solution to the model for obtaining robust sparse coefficients by an effective iterative shrinkage algorithm. In addition, in order to further improve the performance of the image denoising algorithm, a Bayesian formula is used to derive a method for adaptively adjusting two regularization parameters. Extensive experimental results show that the proposed algorithm can suppress the artifacts while removing image noise, and preserve the detail of the image compared to many existing algorithms. Compared with the BM3D algorithm, our algorithm significantly improves the performance by 1.24dB in PSNR.

**Keywords:** Image denoising; Group sparse representation;  $l_1$ -norm; Sparse residual; Iterative shrinkage algorithm

收稿日期: 2018-10-14

基金项目: 国家自然科学基金(11873027)

作者简介: 骆骏(1994-), 女, 重庆永川人, 硕士生, 研究方向为计算机视觉与图像处理研究. E-mail: 315591544@qq.com

通讯作者: 刘辉. E-mail: liuhui2169@aliyun.com

## 1 引言

噪声的存在通常会给后续的图像处理带来困难,如图像分割<sup>[1-2]</sup>图像识别.因此,对图像进行去噪预处理是提高数字成像系统中图像复原质量不可或缺的一步.然而,由于图像去噪的不适定性,复原效果往往不太理想,通常使用基于正则化的技术来规范解空间以有效提升去噪性能.

早期的正则化技术主要利用图像像素之间的局部相关性<sup>[3-4]</sup>,一个典型的代表是总变分(total variation, TV)正则化,其假设自然图像的梯度表现出重尾分布,可以用拉普拉斯或超拉普拉斯模型很好地拟合.但分段常数的假设,往往会使图像过度平滑,导致细节模糊<sup>[5]</sup>.不同于一些变换域(如:梯度域,小波域等)方法对图像统计特性进行建模,近年来,基于稀疏表示的方法在图像分割、图像去噪等领域应用广泛<sup>[6]</sup>,它将图像中每个块通过字典和稀疏系数的线性组合精确的表示,其中,该稀疏系数中的绝大多数为零或者接近于零,字典通常是从自然图像数据集中学习得到<sup>[7]</sup>.但是,基于块的稀疏表示方法通常会存在如下缺点:从自然图像中学习字典需要大量的时间并且忽略了块与块之间的相互关系<sup>[8]</sup>.

考虑自然图像中存在结构相似的图像块<sup>[9]</sup>,提出了基于非局部自相似性(nonlocal self-similarity, NSS)先验模型.相比于局部正则化方法,非局部正则化方法因注重自然图像的非局部结构冗余,在保持边缘清晰度和细节上效果较为理想.该方法最初被用于非局部均值(non-local mean, NLM)滤波算法<sup>[10]</sup>,利用 NSS 属性通过权重滤波的形式实现去噪,在一定程度上保留了细节信息.受图像 NSS 属性成功的启发,基于组的稀疏编码方法被相继提出<sup>[11-12]</sup>,但因为噪声的影响,致使清晰图像的稀疏系数和噪声图像的稀疏系数之间存在差异,从含噪图像中恢复底层清晰图像具有很大的挑战.

获取更鲁棒的稀疏系数,意味着更高的图像复原质量<sup>[13]</sup>.基于稀疏表示方法普遍使用  $l_0$  范数的最优凸近似  $l_1$  范数求取稀疏系数.可是在许多与图像处理相关的逆问题中,刻画  $l_0$  范数和  $l_1$  范数最小化问题的等价条件难以满足<sup>[8]</sup>,故使用  $l_1$  范数很难获取准确的稀疏系数.于是, Dong 等人<sup>[14]</sup>进一步提出了稀疏残差的概念,利用 NSS 属性获得对原始图像稀疏系数的良好估计,并用噪声图像的稀疏系数去近似该估计,有效地保留了图像的边缘结构

信息,但是因忽略加权方式引入所带来的干扰和不准确性<sup>[15]</sup>,仍有许多细节无法准确复原.

针对上述问题,我们提出了组稀疏表示的双重  $l_1$  范数优化图像去噪算法,把  $l_1$  范数优化和稀疏残差优化两者相结合,同时对稀疏性进行约束,弥补缺单一稀疏性约束所带来的缺陷,并采用一种有效的迭代收缩算法实现对模型的优化求解,不仅如此,还通过贝叶斯公式推导出一种自适应调整两个正则化参数的方法.大量实验验证了该算法的有效性.

## 2 相关工作

文中主要是针对基于组稀疏表示进行研究,为保证论文的完整性,下面将讨论如何构建一个组,详细内容见文献<sup>[8]</sup>.首先,把一幅维度  $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$  的灰度图像  $X$  分割成  $n$  个尺寸为  $\sqrt{b} \times \sqrt{b}$  大小的图像块  $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ .其次,对于每个图像块  $x_i$ ,采取 K 近邻(K-nearest Neighbor, KNN)算法在  $M \times M$  大小的搜索窗口中寻找  $k$  个相似块并把它堆叠成一个矩阵  $X_i = \{x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,k}\}$ ,该矩阵称为相似块组.其中,  $x_{i,k}$  表示第  $i$  组的第  $k$  个相似块.

为了获得每个组  $X_i$  的组稀疏系数  $B_i$ ,需要设计一个适应于给定图像块组的字典  $D_i$ ,在字典给定的条件下,通过  $B_i = D_i^{-1} X_i$  得到最佳的稀疏系数,其中,字典  $D_i$  为一个内部原子相互正交的矩阵,组稀疏系数  $B_i$  是相似块组  $X_i$  在字典  $D_i$  映射下的矩阵,并利用以下的最小化方式进行求解.

$$\hat{B}_i = \underset{B_i}{\operatorname{argmin}} (\|X_i - D_i B_i\|_2^2 + \lambda_i \|B_i\|_p) \quad (1)$$

式中,  $\|\cdot\|_2$  表示  $l_2$  范数;  $\|\cdot\|_p$  表示  $B_i$  的稀疏性度量;  $\lambda_i$  表示第  $i$  组的正则化参数.然而,图像去噪旨在从退化图像  $Y_i$  中恢复清晰图像  $X_i$ ,因此,把(1)式的优化问题转化为

$$\hat{A}_i = \underset{A_i}{\operatorname{argmin}} (\|Y_i - D_i A_i\|_2^2 + \lambda_i \|A_i\|_p) \quad (2)$$

利用上式可获得第  $i$  组最优的组稀疏码  $\hat{A}_i$ ,第  $i$  组的清晰图像  $\hat{X}_i$  则通过  $\hat{X}_i = D_i \hat{A}_i$  重建.

### 2.1 组稀疏表示的 $l_1$ 范数最小化

上述介绍了关于组稀疏表示的基本模型,当  $p=0$  时代表  $A_i$  的零范数,即非零元素的个数,可以对稀疏系数进行很好的表征.但是,  $l_0$  范数优化问题的求解通常是 NP 难的,多数情况下,用它的最优凸近似  $l_1$  范数优化问题进行求解,即

$$\hat{A}_i = \underset{A_i}{\operatorname{argmin}} (\|Y_i - D_i A_i\|_2^2 + \lambda_i \|A_i\|_1) \quad (3)$$

式中,  $\|\cdot\|_1$  表示  $l_1$  范数, 也就是  $A_i$  中所有元素绝对值的和。

## 2.2 组稀疏残差约束

尽管凸优化方案常被认为是用于估计含噪图像中稀疏系数的标准方案, 然而, 在处理图像逆问题时, 描述  $l_0$  范数与  $l_1$  范数优化问题的等价条件难以充分满足<sup>[8]</sup>, 求取的稀疏系数不够准确, 换句话说, 通过式(1)和式(2)求得的稀疏系数之间存在一定的误差。因为稀疏残差在基于块的稀疏表示方法<sup>[14]</sup>中保留边缘结构方面的良好性质, 受此启发, 把它扩展到基于组的稀疏表示, 并定义为噪声图像的组稀疏系数  $A_i$  和清晰图像的组稀疏系数  $B_i$  间的差值。

$$R_i = A_i - B_i \quad (4)$$

在后面的叙述中,  $R_i$  统一称为组稀疏残差。为了提升组稀疏系数的精度, 当清晰图像的组稀疏系数  $B_i$  的较优估计值已知时, (2)式写为如下形式。

$$\hat{A}_i = \underset{A_i}{\operatorname{argmin}} (\|Y_i - D_i A_i\|_2^2 + \lambda_i \|A_i - B_i\|_p) \quad (5)$$

在文献<sup>[16]</sup>中已经指出, 组稀疏残差近似于拉普拉斯分布, 所以  $p=1$ 。式(5)重写为

$$\hat{A}_i = \underset{A_i}{\operatorname{argmin}} (\|Y_i - D_i A_i\|_2^2 + \lambda_i \|A_i - B_i\|_1) \quad (6)$$

## 3 组稀疏表示的双重 $l_1$ 范数优化图像去噪算法

Zha 等人<sup>[16]</sup>采用三维块匹配滤波 (block-matching and 3D filtering, BM3D) 预处理的形式获得了对清晰图像组稀疏系数  $B_i$  的较优估计值, 然而, 该算法过分依赖预处理, 若没有预处理过程, 将不具备可行性。类似于 NLM 滤波算法, 利用 NSS 属性对原始图像稀疏系数进行良好估计, 此方式得到的稀疏系数主要取决于权函数, 噪声的存在引起权重不准确, 进而稀疏系数的准确性不能保证。为使稀疏系数更鲁棒, 在此基础上, 同时采用非局部相似图像块组稀疏表示的  $l_1$  范数和稀疏残差作为正则项对组稀疏系数进行约束, 弥补单一稀疏性约束带来的弊端, 并转化为以下最小化形式。

$$\hat{A}_i = \underset{A_i}{\operatorname{argmin}} \left[ \begin{aligned} &\|Y_i - D_i A_i\|_2^2 + \lambda_{i1} \|A_i\|_1 \\ &+ \lambda_{i2} \|A_i - B_i\|_1 \end{aligned} \right] \quad (7)$$

### 3.1 估计组稀疏系数

在图像去噪中, 由于原始图像  $X$  无法得知, 实际的组稀疏编码  $B_i$  是未知的, 如何利用先验信息获取  $B_i$  的较好估计值至关重要。考虑到自然图像中包含大量重复结构, 搜索给定噪声图像块  $y_i$  的非局部相似块, 并使用类似于 NLM 的方法去估计  $B_i$  的值, 也就是利用  $A_i$  中元素  $a_{i,j}$  的加权平均值获得  $b_{i,1}$  的良好近似。具体操作见下式。

$$b_{i,1} = \sum_{j=1}^k \omega_{i,j} a_{i,j} \quad (8)$$

其中,  $b_{i,1}$  和  $a_{i,j}$  分别表示  $B_i$  中的第一个元素和  $A_i$  中的第  $j$  个元素。  $\omega_{i,j}$  表示与块  $y_i$  和块  $y_{i,j}$  之间距离成反比的权重, 即

$$\omega_{i,j} = \frac{1}{W} \exp(-\|y_i - y_{i,j}\|_2/h) \quad (9)$$

式中,  $h$  是预定义常数;  $W$  是归一化因子。然后把  $b_{i,1}$  复制  $k$  次得到  $B_i$ , 如下式。

$$B_i = \{b_{i,1}, b_{i,2}, \dots, b_{i,k}\} \quad (10)$$

### 3.2 自适应正则化参数

正则化参数  $\lambda$  用来平衡数据保真项和正则项之间的相对贡献,  $\lambda$  太小时, 会使图像过度平滑,  $\lambda$  太大时, 会使边缘和纹理过重无法有效的去除噪声, 应当自适应的选取正则化参数, 以获得更好的去噪性能。可以发现, 在小波去噪文献<sup>[17]</sup>中指出, 当添加的噪声为加性高斯白噪声时, 稀疏表示与最大后验概率估计之间的联系能很好的建立起来, 这里把这种联系推广到基于组的稀疏表示中, 并制定了以下最大后验概率估计问题。

$$(\hat{A}_i, \hat{B}_i) = \arg \max \{\log P(A_i, B_i | Y_i)\} \quad (11)$$

利用贝叶斯公式, 可以把(11)式写为

$$(\hat{A}_i, \hat{B}_i) = \arg \max_{A_i, B_i} \left\{ \begin{aligned} &\log P(Y_i | A_i, B_i) \\ &+ \log P(A_i, B_i) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

本文是在加性高斯白噪声上进行研究, 当添加的噪声方差为  $\sigma$  时, 可得到如下表达式。

$$P(Y_i | A_i, B_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|Y_i - D_i A_i\|_2^2\right) \quad (13)$$

假设  $R_i, A_i, B_i$  独立同分布, 并且已经知道  $R_i$  服从拉普拉斯分布, 所以上述联合概率密度  $P(A_i, B_i)$  写为如下形式。

$$\begin{aligned} P(A_i, B_i) &= P(A_i)P(B_i | A_i) = \\ &P(A_i)P(R_i | A_i) = \\ &\frac{c_1}{\sqrt{2}\sigma_{A_i}} \exp\left(-\frac{c_1 \times \sqrt{2} \|A_i\|_1}{\sigma_{A_i}}\right) \times \\ &\frac{c_2}{\sqrt{2}\sigma_{R_i}} \exp\left(-\frac{c_2 \times \sqrt{2} \|R_i\|_1}{\sigma_{R_i}}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

把式(13)和式(14)代入式(12)可得

$$(\hat{A}_i, \hat{B}_i) = \underset{A_i, B_i}{\operatorname{argmin}} \|Y_i - D_i A_i\|_2^2 + \frac{c_1 \times 2\sqrt{2}\sigma^2}{\sigma_{A_i}} \|A_i\|_1 + \frac{c_2 \times 2\sqrt{2}\sigma^2}{\sigma_{R_i}} \|A_i - B_i\|_1 \quad (15)$$

式中,  $\sigma_{A_i}$  和  $\sigma_{R_i}$  分别表示  $A_i$  和  $R_i$  的预估方差;  $c_1$  和  $c_2$  都是预定义常数. 和式(7)对比可以发现,  $\lambda_{i1} = c_1 \times 2\sqrt{2}\sigma^2/\sigma_{A_i}$ ,  $\lambda_{i2} = c_2 \times 2\sqrt{2}\sigma^2/\sigma_{R_i}$ .

### 3.3 模型求解

式(7)中给出了提出的基本模型, 由于每一个组是由相似块构成, 因此, 本文不使用过完备的字典进行学习, 而是为每一个组  $Y_i$  学习基于主成分分析 (principal component analysis, PCA) 的字典. 利用字典  $D_i$  的正特性, 即字典中任意两个原子是正交的, 可以得到:

$$\hat{A}_i = \underset{A_i}{\operatorname{argmin}} \left[ \begin{array}{l} \|E_i - A_i\|_2^2 + \lambda_{i1} \|A_i\|_1 \\ + \lambda_{i2} \|A_i - B_i\|_1 \end{array} \right] \quad (16)$$

其中,  $Y_i = D_i E_i$ . 为了得到该模型的封闭解, 借鉴文献[18]中软阈值的求取过程, 把(16)式转化为

$$\hat{A}_i = \underset{A_i}{\operatorname{argmin}} \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \|E_i - A_i\|_2^2 + \tau_{i1} \|A_i\|_1 \\ + \tau_{i2} \|A_i - B_i\|_1 \end{array} \right] \quad (17)$$

式中,  $\tau_{i1} = \lambda_{i1}/2$ ,  $\tau_{i2} = \lambda_{i2}/2$ . 当  $B_i$  值已知时, (17)式有如下形式的解决方案.

$$\hat{A}_i = \begin{cases} S_{\tau_{i1}, \tau_{i2}, B_i}(E_i) B_i \geq 0 \\ -S_{\tau_{i1}, \tau_{i2}, B_i}(-E_i) B_i < 0 \end{cases} \quad (18)$$

收缩算子可定义为

$$S_{\tau_{i1}, \tau_{i2}, B_i}(E_i) = \begin{cases} E_i + \tau_{i1} + \tau_{i2}, E_i < -\tau_{i1} - \tau_{i2} \\ 0, -\tau_{i1} - \tau_{i2} \leq E_i \leq \tau_{i1} - \tau_{i2} \\ E_i - \tau_{i1} + \tau_{i2}, \tau_{i1} - \tau_{i2} < E_i < \tau_{i1} - \tau_{i2} + B_i \\ B_i, \tau_{i1} - \tau_{i2} + B_i \leq E_i \leq \tau_{i1} + \tau_{i2} + B_i \\ E_i - \tau_{i1} - \tau_{i2}, E_i > \tau_{i1} + \tau_{i2} + B_i \end{cases} \quad (19)$$

清晰图像组  $\hat{X}_i$  可利用公式  $\hat{X}_i = D_i A \hat{X}_i$  得到, 然后, 把  $\hat{X}_i$  放回原始图像的第  $i$  个位置并平均重叠块可重构完整图像  $\hat{X}$ .

### 3.4 迭代正则化策略

为了获得更好的去噪效果, 借鉴文献[19]中的迭代正则化策略, 在第  $t+1$  次迭代中, 噪声的标准偏差被调整为

$$\sigma^{t+1} = \gamma \times \sqrt{(\sigma^2 - \|Y - \hat{X}^t\|_2^2)} \quad (20)$$

其中,  $\gamma$  是预定义小常数, 同时, 在每次迭代时将滤波后的噪声重新添加到去噪后的图像中. 算法的具

体过程如算法 1.

#### 算法 1 组稀疏表示的双重 $l_1$ 范数优化图像去噪算法

输入: 噪声图像

初始化:  $X^0 = Y, Y^0 = Y, \sigma, M, b, k, c_1, c_2, \gamma, \eta, h$

for  $t=1, 2, 3, \dots, m$  do

迭代正则化:  $Y^{t+1} = \hat{X}^t + \eta(Y - \hat{X}^t)$ ;

for  $Y^t$  中的每一个块  $y_i$  do:

找到非局部相似块去形成组  $Y_i$ ;

通过 PCA 算法获得组  $Y_i$  的字典  $D_i$ ;

利用公式  $A_i = D_i^{-1} Y_i$  更新  $A_i$ ;

利用式(8)和式(10)估计  $B_i$ ;

通过公式  $\tau_{i1} = c_1 \times \sqrt{2}\sigma^2/\sigma_{A_i}$ ,  $\tau_{i2} = c_2 \times \sqrt{2}\sigma^2/\sigma_{R_i}$

分别更新  $\tau_{i1}$  和  $\tau_{i2}$ ;

通过式(18)估计  $\hat{A}_i$ ;

利用公式  $\hat{X}_i = D_i A_i$  得到  $\hat{X}_i$ ;

end

聚合  $\hat{X}_i$  获取去噪图像  $\hat{X}^{t+1}$ ;

end

输出:  $\hat{X}$ .

## 4 实验结果

为了证明算法的有效性, 选取了具有代表性的 16 幅名为 fingerprint, Bahoon, straw, pentagon, Fence, starfish, flower, Leaves, Monarch, Barbara, Boats, Parrots, plants, House, Foreman, J. Bean 的自然图像进行仿真实验, 将结果与几种相关的经典去噪算法 AGMM<sup>[20]</sup>, MSE-PLL<sup>[21]</sup>, NCSR<sup>[14]</sup>, PGPD<sup>[22]</sup>, BM3D<sup>[23]</sup>, NLM<sup>[10]</sup> 对比分析. 并用峰值信噪比 (peak signal to noise ratio, PSNR) 和结构相似度 (structural similarity, SSIM) 作为衡量去噪效果的客观评价指标. 它们的值越高, 则去噪效果越好.

### 4.1 实验环境及参数设置

本次实验环境为 CPU: Intel (R) Xeon (R) CPU E3-1245 v5 @3.59 GHz; 内存: 32 GB; 系统: Window 7; 实验软件 Matlab R2016a. 对于参数的设置, 如表 1 所示. 其中包括搜索窗口大小  $M$ , 相似块大小  $b$ , KNN 数量  $k$ , 以及  $h, \eta, \gamma, c_1, c_2$ .

### 4.2 客观性能比较

为了定量分析去噪效果, 如图 1~图 4 中用折线图分别展示了 16 幅图像的 PSNR 值以更直观地对比去噪结果. 可以发现, 不管是噪声强度相对

较高的噪声还是偏低的噪声, 相对传统的稀疏去噪方法, 提出的算法去噪精度提升较为明显. 以  $\sigma = 40$  为例, 与 AGMM, MSEPLL, NCSR, PGPD, BM3D, NLM 相比, 16 幅图像的平均 PSNR 分别提高了 0.43, 0.62, 0.41, 0.29, 0.74, 2.19 dB 最高分别可达到 1.11, 1.61, 0.73, 0.64, 1.24, 3.61 dB 的提高. 从表 2 中列出的 SSIM 值可看到, 在 SSIM 上也取得了一定程度上的提升.

表 1 参数设置

Tab. 1 Parameter settings

	$M$	$b$	$k$	$h$	$\eta$	$\gamma$	$c_1$	$c_2$
$\sigma \leq 20$	25	6	60	45	0.2	0.6	0.5	0.8
$20 < \sigma \leq 30$	25	7	60	60	0.1	0.5	0.1	1
$30 < \sigma \leq 40$	25	7	70	80	0.1	0.5	0.2	0.8
$40 < \sigma \leq 50$	25	7	80	115	0.1	0.5	0.2	0.7

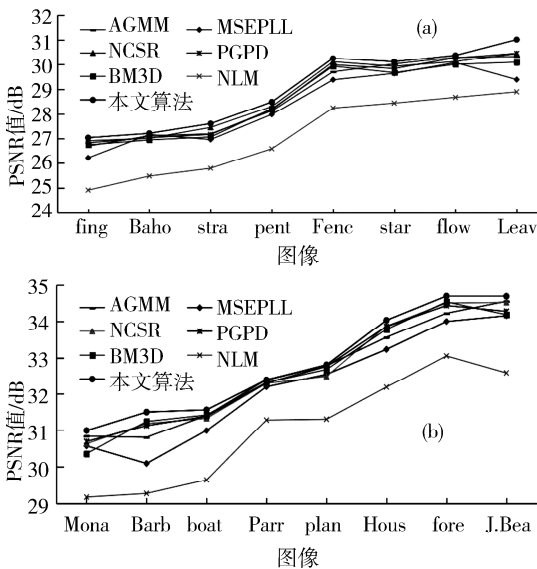


图 1  $\sigma=20$  时不同去噪算法的 PSNR 值

Fig. 1 PSNR values of different denoising algorithms at  $\sigma=20$

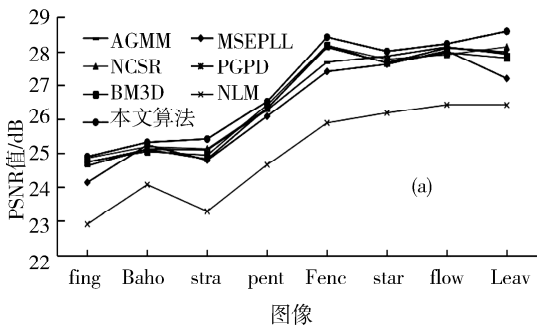


图 2  $\sigma=30$  时不同去噪算法的 PSNR 值

Fig. 2 PSNR values of different denoising algorithms at  $\sigma=30$

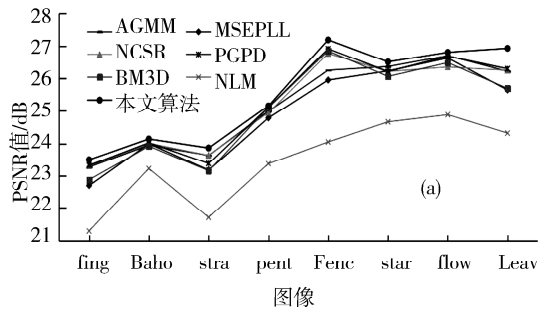


图 3  $\sigma=40$  时不同去噪算法的 PSNR 值

Fig. 3 PSNR values of different denoising algorithms at  $\sigma=40$

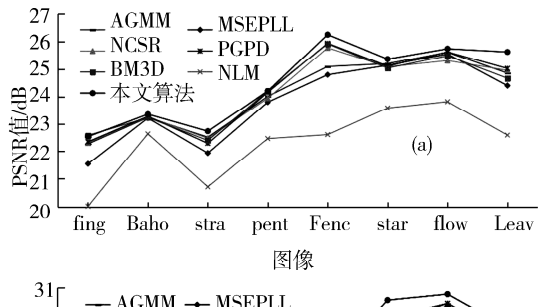


图 4  $\sigma=50$  时不同去噪算法的 PSNR 值

Fig. 4 PSNR values of different denoising algorithms at  $\sigma=50$

表 2 16 幅图像 SSIM 的平均值

Tab. 2 Average value of SSIM of 16 images

	$\sigma=20$	$\sigma=30$	$\sigma=40$	$\sigma=50$
AGMM	0.891 8	0.842 7	0.797 4	0.755 9
MSEPLL	0.888 0	0.837 9	0.790 0	0.746 8
NCSR	0.890 6	0.843 5	0.798 0	0.761 9
PGPD	0.887 2	0.839 8	0.799 3	0.762 0
BM3D	0.889 8	0.842 7	0.797 0	0.764 5
NLM	0.837 5	0.759 5	0.687 4	0.622 1
本文	0.894 9	0.851 9	0.812 4	0.776 7

4.3 主观性能比较

为了从主观视觉效果上比较去噪性能,图 5~图 8 中显示了 4 幅图像去噪效果图,在每幅图像的右下角,显示了其局部放大图像。从放大的局部图和整体去噪效果图中可以看出,与原始图像相比,对于结构相对丰富的 Leaves 图像而言,AGMM, MSEPLL, PGPD, BM3D 产生了不同程度的伪影,而 NCSR, NLM 则存在细节的丢失,对于结构相对单一的 House 图像来说,AGMM, MSEPLL, BM3D, PGPD 在边缘部分出现了模糊的情况, NLM 则出现了比较严重的伪影,与上述几种算法相比,本文算法能够更好地降低振铃效应,保留图像的本真特征。

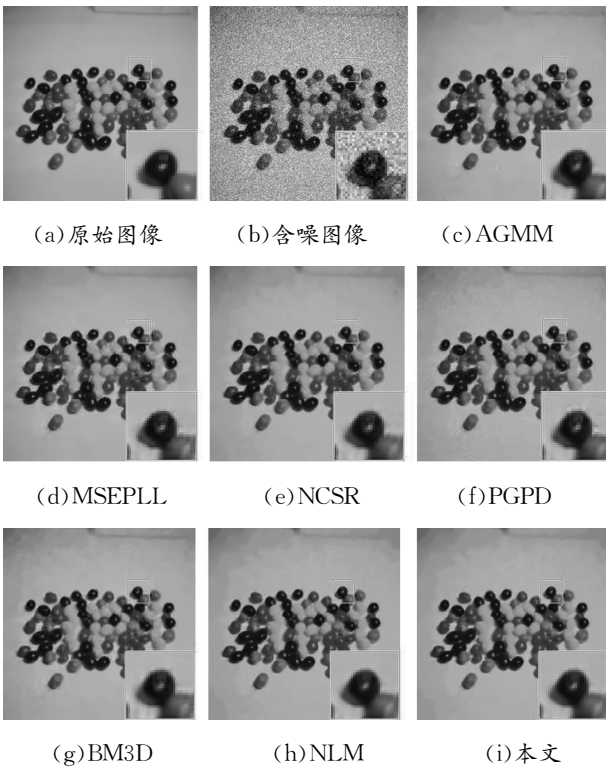


图 5 噪声方差  $\sigma=20$  时 J. Bean 图像去噪效果图  
Fig. 5 J. Bean image denoising effect when the noise variance is  $\sigma=20$

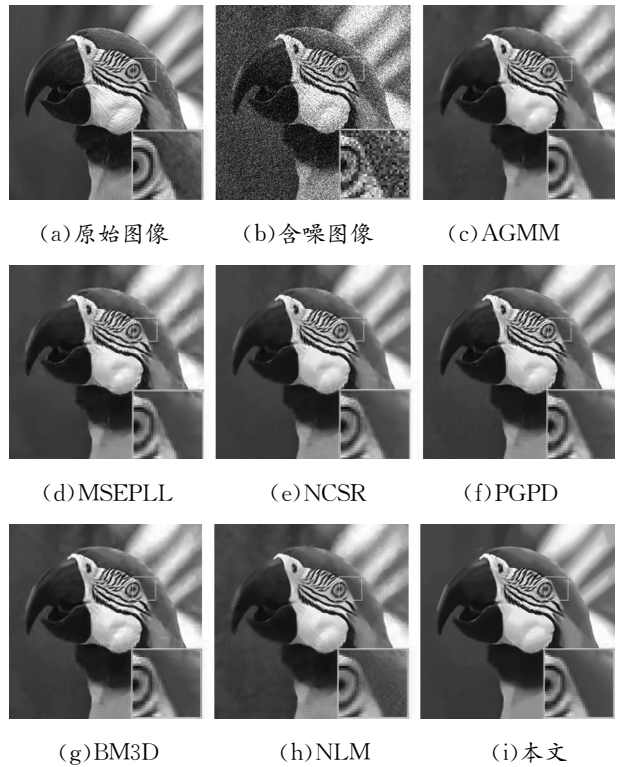


图 6 噪声方差  $\sigma=30$  时 Parrots 图像去噪效果图  
Fig. 6 Parrots image denoising effect when the noise variance is  $\sigma=30$

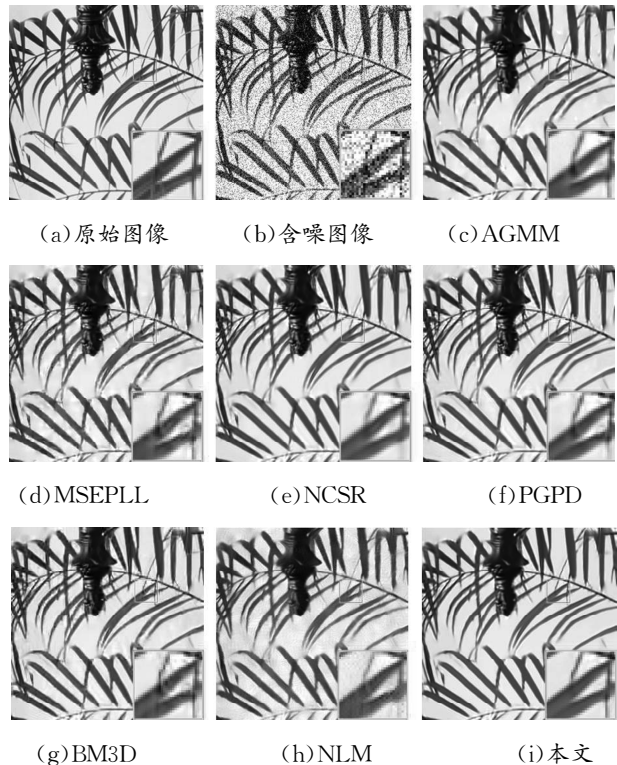


图 7 噪声方差  $\sigma=40$  时 Leaves 图像去噪效果图  
Fig. 7 Leaves image denoising effect when the noise variance is  $\sigma=40$

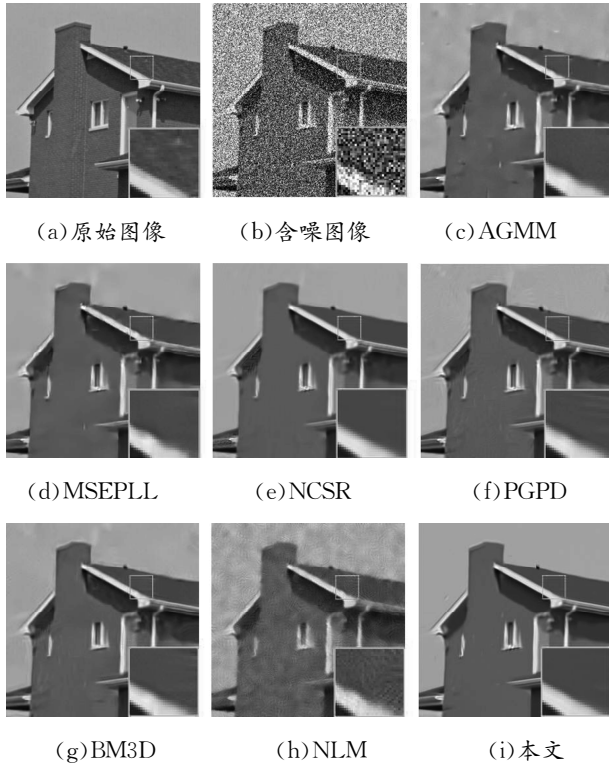


图 8 噪声方差  $\sigma=50$  时 House 图像去噪效果图  
Fig. 8 House image denoising effect when the noise variance is  $\sigma=50$

#### 4.4 运行时间比较

为了进一步验证本文算法的有效性与可行性,同时也对上述 16 幅图像在各种算法下的平均运行时间进行了比较,所有实验均在同一硬件环境和软件环境下完成,如文中 4.1 节所示.表 3 中显示了平均运行时间,从表中数据可以看到,本文提出的算法时间复杂度低于 AGMM, MSEPLL 以及 NCSR 算法,需要指出的是 BM3D 算法是通过 C++ 语言实现的,其余算法均是采用 Matlab 语言实现, PGPD 算法中并没有考虑字典学习阶段所花费的时间开销,而 NLM 算法尽管运行时间低于本文算法,但是在 PSNR 值 SSIM 值和视觉效果上远远不如本文算法.

表 3 16 幅测试图像的平均运行时间(s)

Tab. 3	Average running time(s) on the 16 test images			
	$\sigma=20$	$\sigma=30$	$\sigma=40$	$\sigma=50$
AGMM	138.23	138.56	138.78	139.50
MSEPLL	61.23	61.45	61.58	61.78
NCSR	166.33	165.09	378.55	376.08
PGPD	8.82	9.79	10.48	10.54
BM3D	0.38	0.40	0.41	0.59
NLM	16.88	16.16	16.32	16.93
本文	22.47	38.32	54.79	63.97

## 5 结 论

针对加性高斯白噪声,提出了一种组稀疏表示的双重  $l_1$  范数优化图像去噪算法,采用非局部相似图像块组稀疏表示的  $l_1$  范数和稀疏残差作为正则项同时对稀疏系数进行约束,把图像去噪问题转化为获取更鲁棒的稀疏系数问题.实验结果表明,所使用的方法不仅可以获得更高的客观评价指标而且能有效降低振铃效应,保留图像的本真特征.本文的研究也有待改进的地方,噪声的存在使从图像中学习的先验知识不够准确,如何通过外部先验信息来引导内部先验学习将是进一步研究方向.

#### 参考文献:

- [1] 夏欣, 葛龙, 孟宏源. 基于改进 CV 的图像分割[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2017, 54: 1185.
- [2] 刘洋. 基于改进粒子群优化算法的图像分割[J]. 吉林大学学报: 理学版, 2018, 232: 203.
- [3] Liu H, Xiong R, Zhang J, *et al.* Image denoising via adaptive soft-thresholding based on non-local samples [C]//Computer Vision and Pattern Recognition. [S. l.]:IEEE, 2015.
- [4] 杨桃, 封磊, 孙怀江, 等. 基于低秩和全变差正则化的图像压缩感知重构[J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2017, 38:575.
- [5] 潘卫军, 罗杰, 王少杰. 基于跑滑系统约束的航空器滑行跟踪算法[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2019, 56: 843.
- [6] 李亚峰. 一种基于多字典学习的图像分割模糊方法[J]. 电子学报, 2018, 46: 1700.
- [7] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. IEEE T Image Process, 2006, 15: 3736.
- [8] Zhang J, Zhao D, Gao W. Group-based sparse representation for image restoration[J]. IEEE T Image Process, 2014, 23:3336.
- [9] Xu J, Zhang L, Zhang D. External prior guided internal prior learning for real-world noisy image denoising [J]. IEEE T Image Process, 2017, 1: 99.
- [10] Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising [C]//Proceedings of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR). [S. l.]: IEEE Computer Society, 2005.
- [11] Dong W, Shi G, Ma Y, *et al.* Image restoration via simultaneous sparse coding: where structured sparsity meets gaussian scale mixture [J]. Int J Comput Vision, 2015, 114: 217.

- [12] Zha Z, Liu X, Huang X, *et al.* Analyzing the group sparsity based on the rank minimization methods [C]//2017 IEEE International Conference on Multimedia and Expo(ICME). [S. l.]:IEEE, 2017.
- [13] 李佳, 高志荣, 熊承义, 等. 加权结构组稀疏表示的压缩感知重构[J]. 通信学报, 2017, 38: 196.
- [14] Dong W, Zhang L, Shi G, *et al.* Nonlocally centralized sparse representation for image restoration [J]. IEEE T Image Process, 2013, 22: 1620.
- [15] Zhang X, Burger M, Bresson X, *et al.* Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction [J]. Siam J Imaging Sci, 2010, 3: 253.
- [16] Zha Z, Liu X, Zhou Z, *et al.* Image denoising via group sparsity residual constraint [C]//2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing(ICASSP). [S. l.]: IEEE, 2017.
- [17] Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency [J]. IEEE T Image Process, 2002, 50: 2744.
- [18] Daubechies I, Defrise M, De Mol C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint [J]. Commun Pur Appl Math, 2004, 57: 1413.
- [19] Osher S, Burger M, Goldfarb D, *et al.* An iterative regularization method for total variation-based image restoration [J]. Siam J Multiscale Model Simul, 2005, 4: 460.
- [20] Luo E, Chan S H, Nguyen T Q. Adaptive image denoising by mixture adaptation [J]. IEEE T Image Process, 2016, 25: 4489.
- [21] Pappyan V, Elad M. Multi-scale patch-based image restoration [J]. IEEE T Image Process, 2015, 25: 249.
- [22] Xu J, Zhang L, Zuo W, *et al.* Patch group based non-local self-similarity prior learning for image denoising [C]// IEEE International Conference on Computer Vision. [S. l.]: IEEE Computer Society, 2015.
- [23] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, *et al.* Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering [J]. IEEE T Image Process, 2007, 16: 2080.

#### 引用本文格式:

中文: 骆骏, 刘辉, 尚振宏. 组稀疏表示的双重  $l_1$  范数优化图像去噪算法[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2019, 56: 1065.

英文: Luo J, Liu H, Shang Z H. Double  $l_1$ -norm optimization image denoising algorithm via group sparse representation [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2019, 56: 1065.