

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2018.04.002

非高斯噪声激励的肿瘤增长系统的 多重随机共振现象

张晓燕, 岳红云

(西安建筑科技大学数学系, 西安 710055)

摘要: 本文研究了以捕食-食饵模型为基础的肿瘤增长系统在非高斯噪声及高斯噪声联合作用下的随机共振, 根据路径积分法及绝热近似理论得到了信噪比的解析表达式, 进而研究了关联非高斯噪声与高斯噪声及周期信号对系统随机共振的影响. 研究结果表明: 信噪比曲线在乘性噪声强度、加性噪声强度及非高斯参数 q 的影响下均出现了多重随机共振现象. 此外, 噪声关联强度和噪声自关联时间都能够增强随机共振现象.

关键词: 多重随机共振; 肿瘤增长系统; 非高斯噪声; 信噪比

中图分类号: O29 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2018)04-0667-06

Stochastic multi-resonance in a cancer growth system with non-Gaussian noise

ZHANG Xiao-Yan, YUE Hong-Yun

(Department of Mathematics, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: Stochastic resonance and stochastic multi-resonance of a cancer growth model modulated by non-Gaussian noise and Gaussian noise are investigated in terms of the path integral approach and the adiabatic limit. The expression of signal-to-noise ratio (SNR) is obtained. The numerical results indicate that the SNR exhibits stochastic multi-resonance behavior when the SNR is a function of the multiplicative noise intensity, additive noise intensity, or the parameter of non-Gaussian noise q . Meanwhile, it is also shown that the cross-correlation intensity and the self-correlation time can enhance the stochastic resonance.

Keywords: Stochastic multi-resonance; Cancer growth system; Non-Gaussian noise; Signal-to-noise ratio

1 引言

随机共振由 Benzi^[1,2] 等人于 1981 年提出, 主要被用于解释地球冰川期的周期现象. 在过去的三十多年中, 随机共振在理论和实验方面取得了大量成果^[3-15]. 近年来, 在对肿瘤细胞增长问题的研究中, 人们发现噪声可以起到积极作用, 能产生大量奇异现象, 如噪声诱导相变^[16-17]、随机共振^[18-19]、噪声增强稳定性及激活共振^[20-21]等. 这些研究进

一步加深了人们对肿瘤细胞增长问题的理解. 其中, Wang 等^[18] 研究了关联噪声驱动下肿瘤增长模型的随机共振问题, Fiasconaro 等^[20] 考虑了带免疫响应的肿瘤增长系统并分析了噪声强度对平均首次穿越时间与首次穿越时间的不同影响, Yang 等^[22] 研究了色噪声激励下 Logistic 模型的亚稳态稳定性.

具有双稳态的捕食-食饵模型可被用于描述两个相互作用种群的生物系统的演化, 是研究生物系

收稿日期: 2017-06-27

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(11702206); 国家自然科学基金天元基金(11626183); 陕西省教育厅基金(2013JK0585, 16JK1435); 西安建筑科技大学校基金(QN1437)

作者简介: 张晓燕(1982-), 女, 河南漯河人, 博士, 主要研究方向为非线性随机动力系统及随机共振. E-mail: zmzm320@126.com

统相关性质的常见模型之一. 在本文中, 我们采用捕食-食饵模型来描述肿瘤细胞增长系统. 在之前的研究中, 多数研究者考虑高斯噪声对生物系统的影响^[16-22], 但大量的实验研究表明生物系统中的噪声是非高斯噪声^[23,24]. 本文研究了基于关联非高斯噪声与高斯噪声激励的捕食-食饵模型的随机共振问题, 分析了噪声与信号对该肿瘤增长相关问题的影响.

2 模型

考虑如下郎之万方程所描述的非高斯噪声影响下的随机肿瘤增长模型:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -U'(x) - \frac{x}{1+x}\xi(t) + \eta(t) + A\cos\Omega t \quad (1)$$

$$U(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}\theta x^3 + \beta x - \beta \ln(1+x) \quad (2)$$

这里 $U(x)$ 为势函数. 当 $\theta < 1, 0 < \beta < \frac{(1+\theta)^2}{4\theta}$ 时, 该系统是双稳的且有一个不稳定态 x_0 和两个稳定态 x_+, x_- ,

$$x_+ = \frac{1-\theta + \sqrt{(1+\theta)^2 - 4\beta\theta}}{2\theta},$$

$$x_- = 0,$$

$$x_0 = \frac{1-\theta - \sqrt{(1+\theta)^2 - 4\beta\theta}}{2\theta}.$$

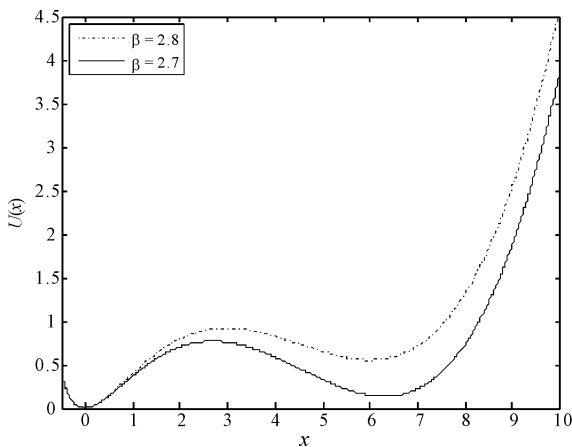


图 1 势函数 $U(x)$ ($\theta=0.1$)

Fig. 1 The potential $U(x)$ ($\theta=0.1$)

若取 $\theta = 0.1, \beta = 2.8$, 则 $x_+ = 6, x_- = 0, x_0 = 3$. 图 1 给出了势函数 $U(x)$ 作为变量 x 的函数随参数 β 变化的曲线. 可以看到, $U(x)$ 是一个非对称双稳态势函数, 且随着参数 β 的增加右侧的极小值位置升高, 势阱高度减小.

在(1)式中, $A\cos\Omega t$ 为弱周期信号, $\eta(t)$ 为高斯白噪声, $\xi(t)$ 为非高斯噪声且满足

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} \frac{d}{d\xi} V_q(\xi) + \frac{1}{\tau} \varepsilon(t) \quad (3)$$

且

$$V_q(\xi) = \frac{D}{\tau(q-1)} \ln\left[1 + \frac{\tau}{D}(q-1)\frac{\xi^2}{2}\right] \quad (4)$$

这里 $\varepsilon(t)$ 为高斯白噪声, $\eta(t)$ 和 $\varepsilon(t)$ 满足

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon(t) \rangle &= \langle \eta(t) \rangle = 0, \\ \langle \varepsilon(t)\varepsilon(t') \rangle &= 2D\delta(t-t'), \\ \langle \eta(t)\eta(t') \rangle &= 2\alpha\delta(t-t'), \\ \langle \varepsilon(t)\eta(t') \rangle &= \langle \eta(t)\varepsilon(t') \rangle = 2\lambda\sqrt{D\alpha}\delta(t-t') \end{aligned} \quad (5)$$

其中 D 和 α 分别表示乘性和加性白噪声强度, λ 为 $\varepsilon(t)$ 和 $\eta(t)$ 之间的关联强度, 参数 q 表示 $\xi(t)$ 偏离高斯分布的程度, 其性质可以描述为:

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle &= 0, \langle \xi^2(t) \rangle = \frac{2D}{\tau(5-3q)}, \\ q &\in \left(-\infty, \frac{5}{3}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

应用路径积分法可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \frac{d}{d\xi} V_q(\xi) &= \frac{\xi}{\tau} \left[1 + \frac{\tau}{D}(q-1)\frac{\xi^2}{2}\right]^{-1} \approx \\ &= \frac{\xi}{\tau} \left[1 + \frac{\tau}{D}(q-1)\frac{[\xi^2]}{2}\right]^{-1} = \frac{\xi}{\tau_1}, \end{aligned}$$

其中

$$\tau_1 = \frac{2(2-q)\tau}{5-3q} \quad (7)$$

若 $q \rightarrow 1$, 则非高斯噪声 $\xi(t)$ 退化为高斯色噪声, 它的有效关联时间为 τ_1 , 相应的有效关联强度为

$$D_1 = \left[\frac{2(2-q)}{5-3q}\right]^2 D \quad (8)$$

由(7),(8)式可知, 当 $q \rightarrow 1$ 时有 $\tau_1 \rightarrow \tau$ 和 $D_1 \rightarrow D$. 因此方程(3)式可改写为

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}\xi(t) + \frac{1}{\tau}\varepsilon(t) \quad (9)$$

并且

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon(t) \rangle &= \langle \eta(t) \rangle = 0, \\ \langle \varepsilon(t)\varepsilon(t') \rangle &= 2D_1\delta(t-t'), \\ \langle \eta(t)\eta(t') \rangle &= 2\alpha\delta(t-t'), \\ \langle \varepsilon(t)\eta(t') \rangle &= \langle \eta(t)\varepsilon(t') \rangle = 2\lambda\sqrt{D_1\alpha}\delta(t-t') \end{aligned} \quad (10)$$

根据上述分析, 可以得到相应的近似福克-普朗克方程(FPE)为

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} A(x)P(x,t) +$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} B(x) P(x, t),$$

其中

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{1}{c(x, \tau_1)} (x(1 - \theta x) - \frac{\beta x}{1+x} + \\ & \quad A \cos \Omega t) + \frac{1}{2} B'(x), \\ B(x) &= \frac{1}{c^2(x, \tau_1)} \left(\frac{D_1 x^2}{(1+x)^2} - \right. \\ & \quad \left. 2\lambda \sqrt{D_1 \alpha} \frac{x}{(1+x)} + \alpha \right), \\ c(x, \tau_1) &= \\ & \quad 1 - \tau_1 \left(1 - 2\theta x - \frac{1 - \theta x}{1+x} - \frac{A \cos \Omega t}{x(1+x)} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

根据(11)式, 我们可以得到系统的稳态概率密度函数为

$$p_s(x, t) = \frac{N}{\sqrt{B(x)}} \exp\left(-\frac{\tilde{U}(x)}{D_1}\right) \quad (12)$$

其中 N 是方程(12)式的归一化常数, $\tilde{U}(x)$ 为广义势函数, 其表达式为

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x) &= -D_1 \int \frac{A(x)}{B(x)} dx = \\ & \quad \Phi(x) + \Psi(x) A \cos \Omega t \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= -D_1 \left[\frac{A_1}{4\varphi_1} x^4 + \frac{C_1}{3\varphi_1} x^3 + \frac{C_2}{2\varphi_1} x^2 + \right. \\ & \quad \left. \frac{C_3}{\varphi_1} x + \frac{C_4}{2\varphi_1} \ln(\varphi_1 x^2 + \varphi_2 x + \varphi_3) + \right. \\ & \quad \left. \frac{2C_5}{\sqrt{4\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2^2}} \arctan \frac{2\varphi_1 x + \varphi_2}{\sqrt{4\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2^2}} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Psi(x) &= \\ & \quad -D_1 \left[\frac{B_1}{2\varphi_1} x^2 + \frac{E_1}{\varphi_1} x + \frac{E_2}{2\varphi_1} \ln(\varphi_1 x^2 + \varphi_2 x + \varphi_3) + \right. \\ & \quad \left. \frac{2E_3}{\sqrt{4\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2^2}} \arctan \frac{2\varphi_1 x + \varphi_2}{\sqrt{4\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2^2}} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= -2\tau_1 \theta^2, A_2 = 3\tau_1 \theta - 3\tau_1 \theta^2 - \theta, \\ A_3 &= 4\tau_1 \theta - \tau_1 \theta^2 - 2\tau_1 \theta \beta - 2\theta - \tau_1 + 1, \\ A_4 &= 2 - \tau_1 - \theta - \beta + \tau_1 \theta + \tau_1 \beta - \tau_1 \theta \beta, \\ A_5 &= 1 - \beta, \\ B_1 &= 2\tau_1 \theta, B_2 = 2\tau_1 \theta - \tau_1 + 1, \\ B_3 &= 1 + \tau_1 - \tau_1 \theta, \\ \varphi_1 &= D_1 + \alpha - 2\lambda \sqrt{D_1 \alpha}, \varphi_2 = 2(\alpha - \lambda \sqrt{D_1 \alpha}), \\ \varphi_3 &= \alpha, \end{aligned}$$

$$C_1 = A_2 - \frac{\varphi_2}{\varphi_1} A_1, C_2 = A_3 - \frac{\varphi_3}{\varphi_1} A_1 - \frac{\varphi_2}{\varphi_1} C_1,$$

$$C_3 = A_4 - \frac{\varphi_3}{\varphi_1} C_1 - \frac{\varphi_2}{\varphi_1} C_2,$$

$$C_4 = A_5 - \frac{\varphi_3}{\varphi_1} C_2 - \frac{\varphi_2}{\varphi_1} C_3,$$

$$C_5 = -\frac{\varphi_3}{\varphi_1} C_3 - \frac{\varphi_2}{2\varphi_1} C_4, E_1 = B_2 - \frac{\varphi_3}{\varphi_1} B_1,$$

$$E_2 = 2 - \frac{\varphi_3}{\varphi_1} B_1 - \frac{\varphi_2}{\varphi_1} E_1,$$

$$E_3 = B_3 - \frac{\varphi_3}{\varphi_1} E_1 - \frac{\varphi_2}{2\varphi_1} E_2, |\lambda| < 1 \quad (16)$$

由于信号频率 Ω 非常小, 系统在周期内将有足够的时间达到局域平衡态. 另一方面, 假定输入信号的振幅 A 也非常小, 无法使粒子从一个势阱越入另一个势阱. 根据平均首次穿越时间的定义和最速下降法^[25], 当噪声强度 D 和 α 远小于势垒高度 $\Delta \tilde{U} = \tilde{U}(x_0) - \tilde{U}(x_{\pm})$ 时, 状态跃迁概率为

$$\begin{aligned} W_{\pm} &= \\ & \quad \frac{|U''(x_0)U''(x_{\pm})|^{\frac{1}{2}}}{2\pi} \exp\left[\frac{\tilde{U}(x_{\pm}) - \tilde{U}(x_0)}{D_1}\right] \end{aligned} \quad (17)$$

根据 McNamara 和 Wiesenfeld 提出的绝热近似理论^[4], 可以得出双稳系统的信噪比(SNR)表达式如下:

$$\text{SNR} = \frac{\pi W_1^2 A^2}{4W_0} \left[1 - \frac{W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \right]^{-1} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} W_0 &= 2W_{\pm} \Big|_{A \cos \Omega t = 0} = \\ & \quad \frac{|U''(x_0)U''(x_{\pm})|^{\frac{1}{2}}}{\pi} \exp\left[\frac{\Phi(x_{\pm}) - \Phi(x_0)}{D_1}\right], \\ W_1 &= -2 \frac{dW_{\pm}}{d(A \cos \Omega t)} \Big|_{A \cos \Omega t = 0} = \\ & \quad \frac{[\Psi(x_0) - \Psi(x_{\pm})]}{D_1} W_0, \end{aligned}$$

其中 $\Phi(x), \Psi(x)$ 的表达式由(14), (15)式给出.

3 噪声及信号对信噪比的影响

由(18)式所给出的信噪比的表达式, 我们可以讨论各个参数对初始条件为 $x(0) = x_+$ 时系统信噪比的影响.

图 2 描述了信噪比 SNR 作为乘性噪声强度 D 的函数随不同的噪声关联强度 λ 变化的曲线, 其中图(b)是图(a)的局部放大, 图(c)是非高斯噪声参数 $q = 1$ 时(此时噪声为高斯噪声)的信噪比曲线图. 从图(a)、(b)可以看出, 随着乘性噪声强度的增加, 信噪比曲线是三峰结构, 说明在此条件下乘性噪声强度能诱导多重随机共振现象, 并且随着乘性噪声强度的增加每条曲线上的三个极大值峰的位置依次降低. 而随着噪声互关联强度 λ 增加, 在对应的 SNR- D 曲线上三个峰高度均有提升, 说明信

噪比曲线随着噪声互关联强度的增加是单调增加的. 从图(c)可以看出,当非高斯噪声参数 $q = 1$, 相

应的信噪比曲线共振峰变为一个,多重随机共振变为单随机共振现象.

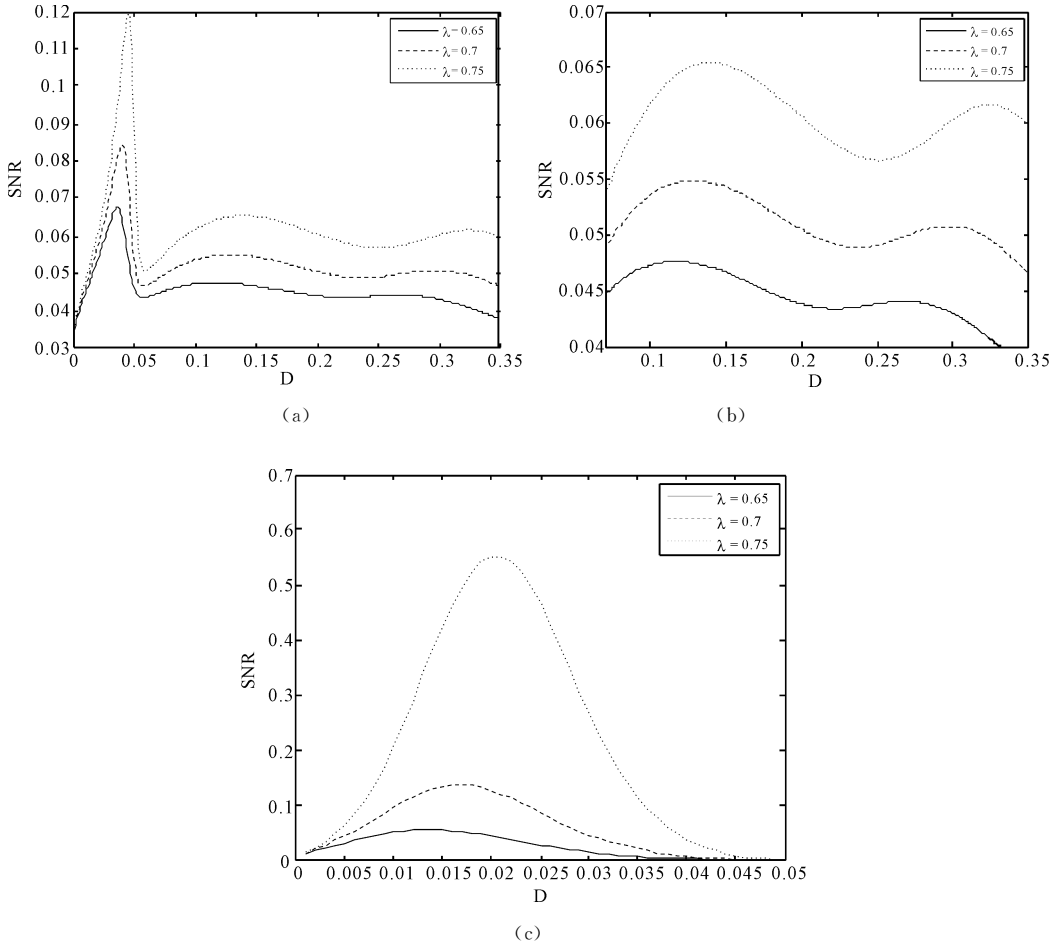


图 2 SNR 作为乘性噪声强度 D 的函数随着噪声关联强度 λ 变化的曲线 ($\theta = 0.1, \beta = 2.8, \alpha = 0.1, \tau = 0.1, A = 0.05, \Omega = 0.002, q = 0.9$ (a)(b)), $q = 1$ (c))
Fig. 2 SNR as a function of the multiplicative noise intensity D with varied λ

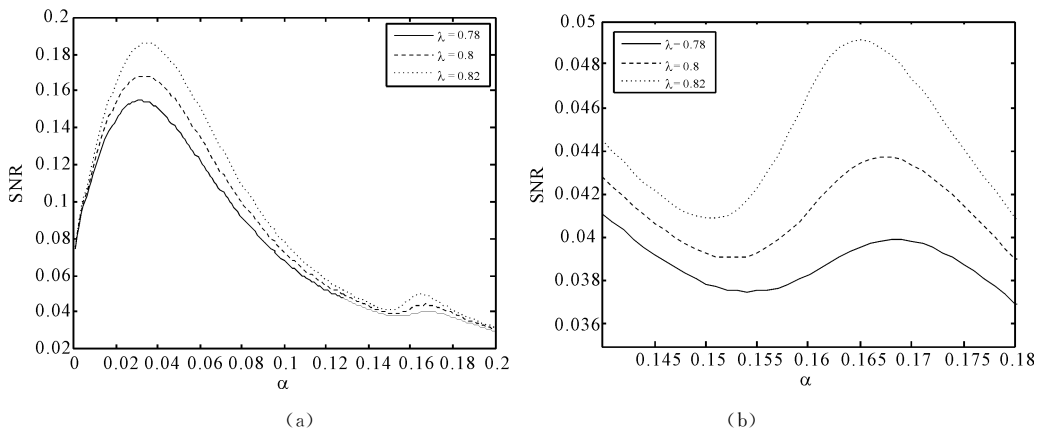


图 3 SNR 作为加性噪声强度 α 的函数随着噪声关联强度 λ 变化的曲线 ($\theta = 0.1, \beta = 2.8, D = 0.1, q = 0.9, \tau = 0.1, A = 0.05, \Omega = 0.002$)
Fig. 3 SNR as a function of the additive noise intensity α with varied λ

图 3 描述了信噪比 SNR 作为加性噪声强度 α 的函数随着不同的噪声关联强度 λ 变化的曲线,其

中图(b)是图(a)的局部放大. 从图上可以看出,随着加性噪声强度的增加,信噪比曲线呈现非单调变

化并出现了双峰结构,说明在此条件下加性噪声强度也能诱导多重随机共振现象. 信噪比曲线随着噪声互关联强度的增加而升高说明噪声互关联强度能够增强随机共振现象. 随着噪声互关联强度的增加,图中三条信噪比曲线的两个峰的位置发生了变化:左峰逐渐右移而右峰逐渐左移,同时三条曲线上的左峰都远高于右峰.

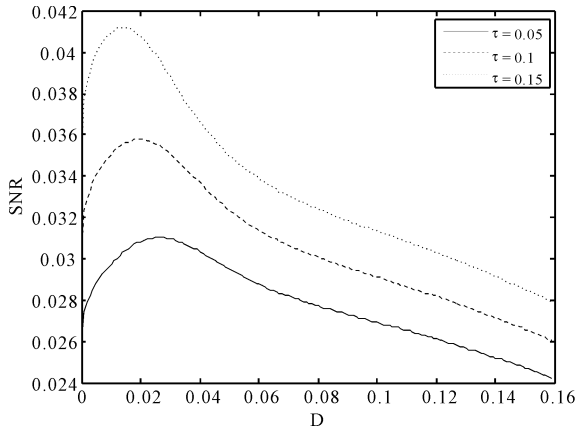


图 4 SNR 作为乘性噪声强度 D 的函数随着噪声自关联时间 τ 变化的曲线
($\theta=0.1, \beta=2.8, \alpha=0.1, q=0.9, \lambda=0.3, A=0.05, \Omega=0.002$)

Fig. 4 SNR as a function of the multiplicative noise intensity D with varied τ

在其它参数取值确定的情况下,图 4 描述了信噪比 SNR 作为乘性噪声强度 D 的函数随着噪声自关联时间 τ 变化的曲线. 由图可以看出,信噪比曲线随着乘性噪声强度的增加先增加再减小,曲线上有明显的单峰结构,即出现了一个传统的随机共振现象. 同时,共振峰的位置随着噪声自关联时间的增加而升高左移说明噪声自关联时间能增强随机共振现象.

图 5 给出了信噪比 SNR 作为非高斯参数 q 的函数随着乘性噪声强度 D 变化的曲线. 从图中可以看出,在参数 q 取值较大的区间上,随着 q 的增加信噪比曲线存在有两个极大值,即出现了多重随机共振现象,两个共振峰的位置都随着乘性噪声强度 D 的增加而降低且左移. 当乘性噪声强度 D 取值较小时,两个共振峰中右峰的位置高于左峰;当 D 的值增加到一定取值时($D=0.012$),两个共振峰中右峰的位置则低于左峰. 当参数 q 的取值较小时,信噪比曲线随着乘性噪声强度 D 的增加而增加;当 q 取值较大时,信噪比曲线随着乘性噪声强度 D 的增加而减小. 说明参数 q 取不同值时,乘性噪声强度 D 对信噪比的影响是有很大差异.

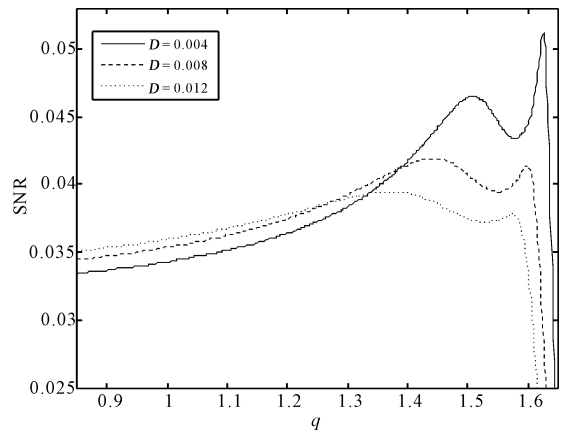


图 5 SNR 作为非高斯参数 q 的函数随着乘性噪声强度 D 变化的曲线
($\theta=0.1, \beta=2.8, \alpha=0.1, \lambda=0.3, \tau=0.1, A=0.05, \Omega=0.002$)

Fig. 5 SNR as a function of the departure parameter q with varied D

4 结 论

本文主要研究了关联乘性非高斯噪声与加性高斯白噪声激励下肿瘤增长模型的随机共振. 根据双态模型理论及路径积分法,本文基于绝热近似条件得到了系统的信噪比表达式,分析了乘性噪声强度、非高斯噪声参数、噪声自关联时间及加性噪声强度对信噪比的影响. 数值结果表明:随着参数的取值变化,该肿瘤增长模型出现了单随机共振及多重随机共振现象. 其中,在其它参数取值确定的情况下,信噪比曲线随着乘性噪声强度的增加出现三个共振峰,信噪比曲线随着加性噪声强度及非高斯参数 q 的增加均出现双峰结构,即在这些条件下,系统出现了多重随机共振现象. 这是高斯噪声激励下的肿瘤增长模型的随机共振现象研究中没有出现过的. 另外,噪声关联强度、噪声自关联时间都能增强随机共振. 在本研究基础上,可以考虑通过改变噪声强度等噪声参数的值来调节随机共振,为癌症检测和治疗提供理论基础.

参考文献:

[1] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance [J]. J Phys A: Math Theor, 1981, 14: L453.
 [2] Benzi R, Parisi G, Vulpiani A. Stochastic resonance in climatic change [J]. Tellus B, 1982, 34: 10.
 [3] McNamara B, Wiesenfeld K, Roy R. Observation of stochastic resonance in a ring laser [J]. Phys Rev Lett, 1988, 1: 3.

- [4] McNamara B, Wiesenfeld K. The theory of stochastic resonance [J]. *Phys Rev A*, 1989, 39: 4854.
- [5] Hu G, Nicolis G, Nicolis C. Periodically forced Fokker-Plank equation and stochastic resonance [J]. *Phys Rev A*, 1990, 42: 2030.
- [6] Zhou T, Moss F. Analog simulations of stochastic resonance [J]. *Phys Rev A* 1990, 41: 4255.
- [7] Gammaitoni L, Hanggi P, Hung P, *et al.* Stochastic resonance [J]. *Rev Mod Phys*, 1998, 70: 223.
- [8] Xu W, Jin Y F, Li W, *et al.* Stochastic resonance in an asymmetric bistable system driven by multiplicative and additive noise [J]. *Chinese Phys B*, 2005, 14: 1077.
- [9] Du L C, Mei D C. Effects of time-delay in stationary properties of a logistic growth model with correlated noises [J]. *Physica A*, 2010, 389: 1189.
- [10] Gudyma L, Maksymov A. Stochastic resonance in photo-switchable spin-crossover solids [J], *Physica A*, 2017, 477: 34.
- [11] Zhou B C, Li D D. Stochastic resonance in an asymmetric bistable system driven by multiplicative and additive trichotomous noises [J], *Chinese J Phys*, 2017, 55: 1078.
- [12] 王传毅,任芮斌,罗懋康. 周期调制噪声驱动的具质量涨落的欠阻尼谐振子的随机共振[J]. *四川大学学报:自然科学版*, 2016, 53: 1183.
- [13] 欧剑. 双值噪声与方波作用下半导体层杂质扩散诱导的随机共振[J]. *四川大学学报:自然科学版*, 2016, 53: 331.
- [14] 赖莉,屠浙,罗懋康. 色噪声环境下系统记忆性对分数阶布朗马达合作输运特性的影响[J]. *四川大学学报:自然科学版*, 2016, 53: 705.
- [15] 丛雪,邓科. 非对称噪声的 Langevin 谐振子模型的随机共振[J]. *四川大学学报:自然科学版*, 2018, 55: 1.
- [16] Mei D C, Xie C W, Zhang L. The stationary properties and the state transition of the tumor cell growth mode [J]. *Eur Phys J B*, 2004, 4: 107.
- [17] Ai B Q, Wang X J, Liu G T, *et al.* Fluctuation of parameters in tumor cellgrowth model [J]. *Commun Theor Phys*, 2003, 40: 120.
- [18] Wang K K, Liu X B. Stochastic resonance for a cancer growth system subjected to correlated multiplicative and additive noises [J]. *Chinese J Phys*, 2014, 52: 903.
- [19] Bai C Y, Du L C, Mei D C. Stochastic resonance induced by a multiplicative periodic signal in a logistic growth model with correlated noises [J]. *Cent Eur J Phys*, 2009, 7: 601.
- [20] Fiasconaro A, Spagnolo B, Ochab-Marcinek A, *et al.* Co-occurrence of resonant activation and noise-enhanced stability in a model of cancer growth in the presence of immune response [J]. *Phys Rev E*, 2006, 74: 041904.
- [21] Zeng C H, Wang H. Colored noise enhanced stability in a tumor cell growth system under immune response [J]. *J Stat Phys*, 2010, 141: 889.
- [22] Yang L J, Wang C J. Effects of self-correlation time on stability of metastable state in logistic model [J]. *Indian J Phys*, 2014, 88: 103.
- [23] Fuentes M A, Tessone C J, Wio H S, *et al.* Stochastic resonance in bistable and excitable systems: effect of non-Gaussian noise [J]. *Fluct Noise Lett*, 2001, 3: L365.
- [24] Bouzat S, Wio H S. New aspects on current enhancement in Brownian motors driven by non-Gaussian noises [J]. *Physica A*, 2005, 351: 69.
- [25] 胡岗. 随机力与非线性系统 [M]. 上海:上海科技教育出版社,1994.

引用本文格式:

- 中文: 张晓燕, 岳红云. 非高斯噪声激励的肿瘤增长系统的多重随机共振现象[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2018, 55: 667.
- 英文: Zhang X Y, Yue H Y. Stochastic multi-resonance in a cancer growth system with non-Gaussian noise [J]. *J Sichuan Univ: Nat Sci Ed*, 2018, 55: 667.