

电磁辐射下神经元放电模式及其环状耦合同步转迁

杨腾云¹, 李新颖², 高月月¹

(1. 兰州交通大学数理学院, 兰州 730070; 2. 兰州交通大学电子与信息工程学院, 兰州 730070)

摘要: 鉴于外部磁场会对神经元放电活动产生影响, 本文讨论了具有磁场作用的四变量ML(Morris and Lecar)神经元模型, 利用快慢动力学揭示了其簇放电类型及分岔过程, 并分析了随磁通反馈系数变化时系统放电行为。同时以三个环状耦合神经元模型为例, 通过定义同步判断标准——互相关系数和快慢变量的极大同步差, 发现耦合神经元在磁场作用下, 很小的耦合强度就可使系统从混沌状态迁移到周期放电模式并能诱导神经元完成从互不相关到簇放电同步再到峰放电同步的转迁。且在合适的双参数范围内, 适当耦合强度下系统更容易实现同步, 有助于理解在适当耦合连接方式下电磁辐射对神经网络集群放电活动的影响及其同步机理。

关键词: 电磁辐射; 快慢动力学分析; 环状耦合; 簇放电; 同步

中图分类号: O193; O441 **文献标识码:** A **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.2021.014002

Firing patterns and synchronous transition of ring-coupled neurons under electromagnetic radiation

YANG Teng-Yun¹, LI Xin-Ying², GAO Yue-Yue¹

(1. College of Mathematics and Physics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;
2. School of Electronics and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In view of the external magnetic field having an impact on the discharge activity of neurons, a four variable ML(Morris and Lecar) neuron model with magnetic field is discussed. The bursting type and bifurcation process are revealed by using fast/slow dynamical bifurcation analysis, and discharge behavior of the system with the change of flux feedback coefficient is studied. At the same time, taking the three coupled neuron models with ring connections as an example, by defining the synchronization criterion—correlation coefficient and the maximum synchronization difference of fast and slow variables, it is found that under the action of magnetic field, a very small coupling strength can make a system transform chaos state into periodic discharge mode, and induce the synchronous transition of neuron from unrelated to burst synchronization, then to spike synchronization. Within the appropriate dual parameter range, the system is easier to synchronize with the appropriate coupling strength. It is helpful to understand the influence of electromagnetic radiation on the collective discharge motion of neural network and its synchronization mechanism under the proper coupling connections mode.

Keywords: Electromagnetic radiation; Fast/slow dynamical analysis; Ring coupling; Bursting; Synchronization

收稿日期: 2020-09-01

基金项目: 国家自然科学基金(11672121); 甘肃省自然科学基金(20JR5RA397); 甘肃省科技计划(18YF1WA059); 兰州市人才创新创业项目(2014-RC-33)

作者简介: 杨腾云(1996—), 女, 甘肃陇南人, 硕士研究生, 研究方向为动力系统的分岔与混沌. E-mail: 249271528@qq.com

通讯作者: 李新颖. Email: lixinying@mail.lzjtu.cn

1 引言

神经元作为具有复杂非线性动力学行为的动力系统,其放电模式会因其系统参数的变化而呈现出丰富的放电节律。多年来,诸多国内外学者致力于采用各种方法研究神经元模型的放电模式,其中快慢动力学方法就是行之有效的方法之一。文献[1]首次应用快慢动力学的方法,研究了细胞模型的簇放电产生机制,对其动力学行为做出了系统的理论分析。文献[2]将慢变量作为分岔参数,研究了快子系统在不同参数模式下的簇放电行为,通过快、中、慢振荡周期簇放电模式的快慢动力学分析得到了系统簇放电动力学机理和拓扑类型。

神经系统本身作为一个由数以万计的神经元及其之间突触连接组成的复杂动力学系统,由于各生理功能的不同,突触在不同连接方式下的耦合运动不尽相同。例如,链状、环状、全局或小世界结构^[3]等都会形成不同的神经网络拓扑结构,其整体或者个体的动力学行为都会引起耦合神经元之间的同步或者异步状态^[4-5]。多年来,非线性动力学的同步行为广受关注,文献[6]研究了两个电耦合的ML神经元的混沌同步行为,发现了一种从非集群行为到完全同步行为新的转化模式。突触对神经元网络耦合的影响已经被广泛研究,其中突触间的正、负反馈可以调节神经元的集体电活动以达到理想的放电模式^[7],而不同突触耦合连接方式对神经网络的影响还有很多问题值得深入研究。

一般来说,神经网络运动放电模式可直观表现为各个神经元电位的变化。细胞间各带电离子的跨膜运动(内部)和外界电刺激、磁刺激、药物刺激(外部)等都可导致神经元的膜电位发生变化^[8]。就内部而言,细胞间的放电活动会在细胞周围产生小范围的磁场,影响神经元的电位变化,同时,电位的变化也会引起磁场的改变,二者相互影响^[9]。而对于外部而言,随着现实生活中电子产品的广泛使用,大脑本身的神经元活动也处于一个微弱磁场当中,势必会对其放电模式及其同步状态产生影响。文献[10-11]研究了单个神经元模型在电磁辐射下的多模式放电行为,揭示了不同电磁对神经元放电活动的激发或者抑制作用。文献[12]在改进的电磁感应神经元模型基础上,研究了链式连接下磁通耦合神经元模型的场耦合效应,得出模式稳定性与耦合强度之间的关系。文献[13]揭示了周期电磁刺激对单个神经元和神经元网络系统动力学行为

的显著调控能力。

基于此,本文首先基于改进的三维ML神经元模型,引入磁通变量,建立单个具有磁通变量的ML神经元模型,利用快慢动力学方法,研究其放电过程及放电模式,同时以磁通反馈系数为参数,研究其对神经元周期或者混沌放电活动的影响。接着建立具有电磁辐射的神经网络模型,以三个环状连接的耦合神经元模型为例,利用c语言编程,以耦合强度为参数的膜电位的峰峰间期(ISI:interspike interval)序列的分岔图、双参数平面互相关系数R和快慢变量极大同步差为判定依据,分析在电磁辐射下,耦合强度对神经元同步的影响。

2 具有磁场作用的 ML 神经元分岔分析

Morris-Lecar 神经元模型是描述北极鹅肌肉纤维电活动的一个神经元模型,为探究丰富的簇放电行为,Izhikevich 在原始基础上引入一个慢子系统,构成改进的三维ML神经元模型。在此基础上,为考虑神经元内外磁场变化引起的电磁感应现象,在模型中引入磁通变量,得到如下模型^[14-15]:

$$\frac{dV}{dt} = -u - g_1(V - v_l) - g_k w(V - v_k) - g_{ca} m_\infty (V - v_{ca}) + I - k_1 \rho(\varphi) V \quad (1)$$

$$\frac{dw}{dt} = \lambda(V)(w_\infty(V) - w) \quad (2)$$

$$\frac{du}{dt} = \mu(0.2 + V) \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = V - k_2 \varphi \quad (4)$$

其中: $\rho(\varphi) = (\alpha + 3\beta\varphi^2)$, $m_\infty = \frac{1}{2}(1 + \tanh \frac{V - v_1}{v_2})$, $w_\infty = \frac{1}{2}(1 + \tanh \frac{V - v_3}{v_4})$, $\lambda(V) = \frac{1}{3} \cosh(\frac{V - v_3}{2v_4})$ 。这里V表示神经元的膜电位,w表示恢复变量,u是调节V和w的慢变量,μ表示时间尺度因子,I表示外界电流刺激,φ表示穿过神经元细胞膜的磁通量。 k_1, k_2 分别表示磁通和膜电位的相互作用。 $k_1 \rho(\varphi) V$ 表示为对膜电位的调节,它取决于产生附加感应电流引起的磁通量的变化。系统参数设置为: $g_1=0.5$, $g_k=2.0$, $g_{ca}=1.0$, $v_l=-0.5$, $v_k=-1$, $v_{ca}=1.0$, $v_1=-0.01$, $v_2=0.15$, $v_3=0.1$, $v_4=0.05$, $\mu=0.005$, $I=1.0$, $k_1=-0.5$, $k_2=2.0$, $\alpha=0.1$, $\beta=0.2$ 。

对加入磁通变量的ML神经元模型进行快慢

变量分离,以方便利用快慢动力学来分析神经元的放电模式。将方程的(1)(2)(4)式作为快子系统,定义(3)式为慢子系统^[16],并将 u 作为快子系统的分岔参数,分析快子系统的平衡点类型、极限环和分岔类型,并叠加神经元整体的簇放电模式相图,分析其所在位置,揭示多时间尺度下系统的放电过程及其模式。

在系统参数确定的情况下,快子系统关于慢变量 u 的平衡点曲线在 (u,V) 平面构成一条“Z”型曲线并产生三个分岔点HB,LP1,LP2,如图1(a)所示。其中, $u\approx0.749273$ 时HB对应的系统的平衡点 $P_{HB}=(0.080119,0.311041,0.040059,0.749273)$,对应线性矩阵特征值为 $\lambda_{HB}^{1,2}=\pm2.48556i,\lambda_{HB}^3=-2.00031$,则系统发生Hopf分岔,且借助Matcont分岔工具得出第一Lyapunov指数为 $L_{HB}=26.89657>0$,判断此处的Hopf分岔为亚临界Hopf分岔。同理在分岔点LP1处有 $u\approx1.252420$ 时, $P_{LP1}=(0.010832,0.027472,0.005416,$

$1.252420),\lambda_{LP1}^1=-2.00031,\lambda_{LP1}^2\approx0,\lambda_{LP1}^3=1.68565$,产生Fold分岔;分岔点LP2处 $u\approx0.908367$ 时, $P_{LP2}=(-0.276475,0,-0.138237,0.908367),\lambda_{LP2}^1=-7.19599,\lambda_{LP2}^2=-2.01147,\lambda_{LP2}^3\approx0$,产生Saddle-Node分岔。因此,在 (u,V) 平面快子系统的平衡点曲线随着 u 的增大,当 $u\approx0.749273$ 时,由原本稳定的焦点经由亚临界Hopf分岔点(HB)变为不稳定的焦点,同时出现不稳定的极限环(空心圆点)和稳定的极限环(实心圆点)。 $u\approx1.252420$ 时,不稳定的焦点又经由Fold分岔点(LP1)转变为不稳定的鞍点继续向中支运动,经过同宿轨分岔点(H)后又经Saddle-Node分岔点(LP2, $u\approx0.908367$)转变为稳定的结点。图中,上支和下支的蓝色实线分别表示稳定的焦点和稳定的结点,上支和中支的黑色虚线分别代表不稳定的焦点和不稳定的鞍点。 V_{max},V_{min} 表示产生极限环^[17]时周期轨道的最大值和最小值。

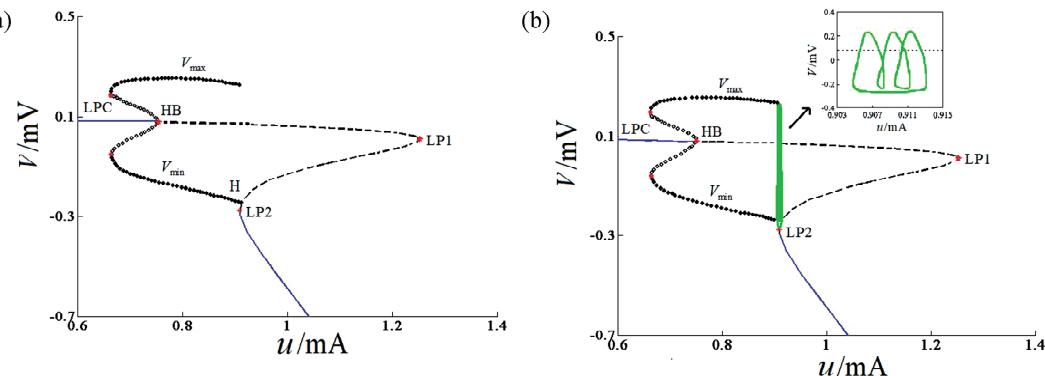


图1 单个神经元模型的快子系统随慢变量 u 变化的平衡点分岔曲线和 (u,V) 平面全系统簇放电相图

Fig. 1 Equilibrium point bifurcation curve of the fast subsystem of a single neuron model with slow variables u and the phase diagram of the (u,V) planar system bursting discharge

相应的,在快子系统的平衡点分岔图上叠加全系统在 (u,V) 平面的簇放电相图轨迹,如图1(b)所示,在“Z”型线的下支,系统处于静息态。随着 u 的减小轨道到达LP2点,系统的平衡点发生Saddle-Node分岔,稳定的结点与不稳定的鞍点合并消失,系统由静息状态转变为放电状态。之后随着 u 的增大,系统的放电状态被稳定的极限环吸引,迁移到上支的连续放电区域,直到经过鞍点的同宿轨(H点)分岔,系统回到静息态,完成一次放电。这种放电模式被称为“fold/homoclinic”型簇放电。

下面以时间尺度 u 和控制磁通效应的两个磁通反馈系数 k_1,k_2 两两为一组,来揭示双参数平面下磁场对神经元放电行为的影响。下图2(a)、(b)分别展示了两磁通反馈系数随着时间尺度变化时

的双参数平面周期分岔图,不同的颜色代表不同的放电周期,如图右边图例所示。此外,淡黄色大于等于9周期区域表示混沌或者周期簇放电行为。下面我们着重分析两磁通反馈系数 k_1,k_2 对系统周期放电的影响,即图2(c)。在区域 $k_1 \in (-1, 1.5)$, $k_2 \in (1.7, 5)$ 内,图2(c)展示了一个逆倍周期分岔^[18]过程,从左上角开始到右下角,先从混沌区域转变为6周期到3周期的簇放电,再经过一个混沌区域转变成4周期的峰放电,最后退化至2周期、1周期的峰放电状态。同时,以其中一个参数为例,取 $k_2=2.0$ 时离散 k_1 作为参数,研究其峰峰间期ISI变化,如图2(d)所示。随着 k_1 的增大,系统呈现逆倍周期放电状态,当 $-1 \leq k_1 \leq -0.4$ 时,系统从混沌簇放电(如图3(a)、(e))到周期4簇放电再

过渡到混沌放电状态后退化到周期 6、3 的簇放电(如图 3(b)、(f)), k_1 继续增大, 簇放电经过一个混沌区域后在 $k_1 \approx -0.15$ 处转变为如图 3(c)、(g)所

示的周期 4 的峰放电, 最后退化为周期 2(图 3(d)、(h))、周期 1 的峰放电状态.

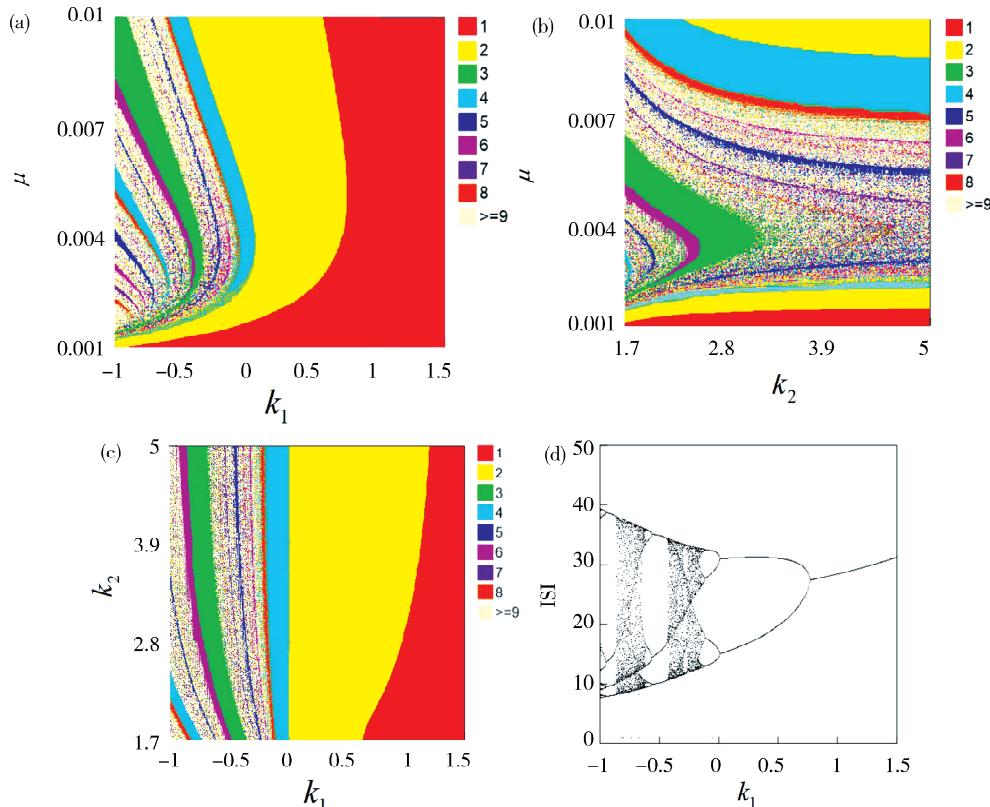


图 2 周期分岔图(a) k_1 和 μ 双参周期分岔图; (b) k_2 和 μ 双参周期分岔图; (c) k_1 和 k_2 双参周期分岔图; (d) $k_2 = 2.0$ 时, k_1 单参分岔图

Fig. 2 Periodic bifurcation diagrams: (a) periodic bifurcation diagram with two-parameter k_1 and μ ; (b) periodic bifurcation diagram with two-parameter k_2 and μ ; (c) periodic bifurcation diagram with two-parameter k_1 and k_2 ; (d) when $k_2 = 2.0$, k_1 single parameter bifurcation diagram

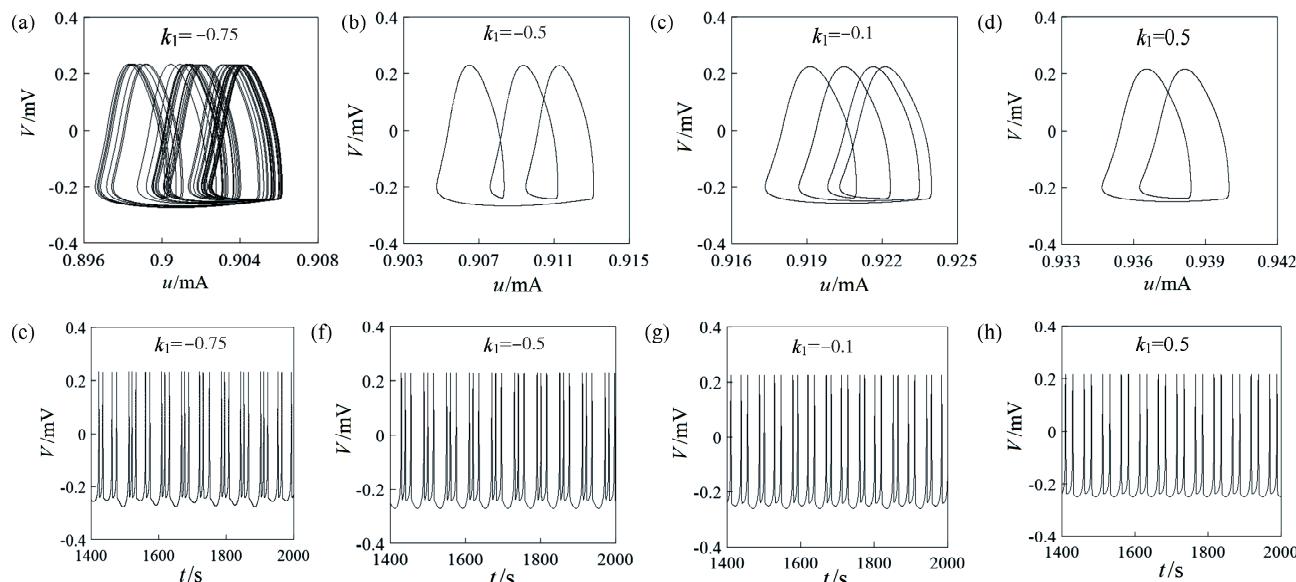


图 3 系统随参数 k_1 变化的相图、时间序列

Fig. 3 Phase diagrams and time series of the system changing with parameter k_1

3 电磁影响下环状连接耦合神经元系统同步转迁

3.1 模型描述

接下来, 我们引入磁通变量的环状全同耦合神经网络模型, 分析其同步转迁过程, 探究耦合强度和磁通反馈系数对神经元模型同步化的影响。其耦合动力学方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{dV_i}{dt} &= -u_i - g_l(V_i - v_l) - g_k w_i(V_i - v_k) - \\ &\quad g_{ca} m_\infty (V_i - v_{ca}) + I - k_1 \rho(\varphi_i) V_i + D \sum_{j=1}^N g_{ij} V_j \\ \frac{d\omega_i}{dt} &= \lambda_i(V_i)(w_{\infty i}(V_i) - \omega_i) \\ \frac{du_i}{dt} &= \mu(0.2 + V_i) \\ \frac{d\varphi_i}{dt} &= V_i - k_2 \varphi_i \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $\rho(\varphi_i) = (\alpha + 3\beta(\varphi_i)^2)$, $m_{\infty i} = \frac{1}{2}(1 + \tanh \frac{V_i - v_1}{v_2})$, $w_{\infty i} = \frac{1}{2}(1 + \tanh \frac{V_i - v_3}{v_4})$, $\lambda(V_i) = \frac{1}{3} \cdot \cosh(\frac{V_i - v_3}{2v_4})$, $i = 1, 2, \dots, N$, 这里的下标 i 表示

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (V_i^1 - \langle V_i^1 \rangle)(V_i^2 - \langle V_i^2 \rangle)(V_i^3 - \langle V_i^3 \rangle)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (V_i^1 - \langle V_i^1 \rangle)^3 \sum_{i=1}^n (V_i^2 - \langle V_i^2 \rangle)^3 \sum_{i=1}^n (V_i^3 - \langle V_i^3 \rangle)^3}} \quad (6)$$

式中, V_i^1 (V_i^2 , V_i^3) 分别为膜电位 $V^1(t)$ ($V^2(t)$, $V^3(t)$) 的样本, $i = 1, \dots, n$ (n 为样本总数); $\langle \cdot \rangle$ 表示对所有样本取平均值。互相关系数越大, 说明三个神经元的膜电位的相关程度越高, 即耦合神经元同步化程度越高。当 $R = 1$, 则三个神经元放电达到完全同步状态。

相应地, 同步差也是判断耦合系统同步的一种方法, 引入同步差如下:

$$e_i = X_{i+1} - X_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

这里, $e_i = (e_{i1}, e_{i2}, e_{i3}) = (x_{i+1} - x_1, y_{i+1} - y_1, z_{i+1} - z_1)$, $i = 1, 2, 3$ 。根据文献[14]中簇放电和峰放电的定义, 这里用平均同步差, 探讨簇放电与峰放电在耦合强度变化下的同步转迁过程。定义快变量膜电位的平均同步差为: $\|e\|_s = \frac{1}{3}(|e_{11}| + |e_{21}| +$

第 i 个神经元, $D > 0$ 表示耦合强度, 并给出环状对称连接方式下的耦合矩阵^[4]:

$$G_{ring} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & & & 1 \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -2 & 1 \\ 1 & & & 1 & -2 \end{pmatrix}_{N \times N}$$

以下研究中, 探讨 $N = 3$ 时具有磁通变量的环状连接耦合神经元模型, 系统参数与上述单个神经元模型相同, 即三个全同神经元, 来揭示耦合强度和磁通反馈系数对于环状连接的神经元系统的同步影响。且单个具有电磁作用的神经元呈现三周期的簇放电模式, 因此, 我们要同时研究随着耦合强度的变化, 神经元峰、簇放电节律的转迁过程及其同步临界值。

3.2 同步判定标准

不失一般性, 引入神经元膜电位互相关系数和极大同步差函数^[19]来度量神经元的同步性。为方便研究三个耦合神经元的同步性, 对原来两耦合系统的互相关系数进行改进, 定义为:

$|e_{31}|$, 若 $\limsup_{t \rightarrow \infty} \|e\|_s = 0$, 则耦合系统峰放电达到完全同步, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_3$ 。定义慢变量的平均同步差为: $\|e\|_B = \frac{1}{3}(|e_{13}| + |e_{23}| + |e_{33}|)$, 若 $\limsup_{t \rightarrow \infty} \|e\|_B = 0$, 则耦合系统簇放电达到完全同步, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow u_3$ 。

3.3 数值模拟与结果

在数值计算中, 采用变步长四阶龙格—库塔方法, 将耦合强度作为系统的分岔参数, 分析环式连接下三个耦合神经元随着耦合强度 D 变化的峰峰间期序列和快慢变量极大同步差变化图, 探究耦合系统峰、簇放电转迁过程及其达到同步放电状态的耦合强度临界值, 并结合双参数平面互相关系数, 研究两个磁通反馈系数在不同耦合强度下对全系统达到完全同步的影响。

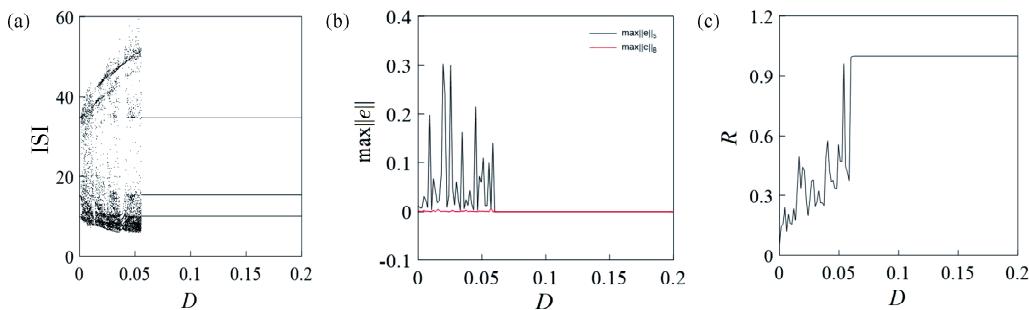


图 4 $k_1 = -0.5, k_2 = 2.0$ 随耦合强度变化时: (a) ISI 分岔图; (b) 峰、簇极大同步差图; (c) 相关系数图
Fig. 4 When $k_1 = -0.5, k_2 = 2.0$ the coupling strength changes: (a) ISI bifurcation diagram; (b) spike and bursting maximum synchronization difference diagram; (c) correlation coefficient diagram

当取 $k_1 = -0.5, k_2 = 2.0$ 时, 耦合系统随着耦合强度变化的峰峰间期序列分岔图如图 4(a) 所示, 在耦合强度影响下, 系统表现出一个从混沌放电到周期放电的一个迁过程, 说明引入磁通变量的神经元模型会在不同耦合强度下呈现出不同的放电行为。当耦合强度较小时, 耦合系统处于混沌放电节律下的不同步状态, 系统空间相图和时间序列如图 5(a)、(d) 所示。随着耦合强度的逐渐增大, 对于系统慢变量而言, 簇放电极大同步差值始终在趋于 0 附近扰动, 如图 4(b) 中红实线所示。这说明系统受到耦合强度的影响, 簇放电模式始终在产生微小变化, 这种变化体现在簇放电节律的波形或者

每簇所含放电峰的个数上面, 这种状态持续至耦合强度 $D \approx 0.0615$, 此时慢变量极大同步差 $\max\|e\|_B = 0$, 即耦合系统达到簇完全同步, 其关于慢变量 u 的空间相图和时间序列如图 5(b)、(e) 所示。相应比较图 4(c) 中耦合强度 $D = 0.0615$ 时, 互相关系数 $R \rightarrow 1$, 则由于系统快慢变量的相互制约关系, 整个系统处于峰近似同步状态。随耦合强度继续增大, 当 $D = 0.0675$ 时, 快变量膜电位的极大同步差 $\max\|e\|_S = 0$, 说明峰同步出现, 相应的耦合系统也从混沌状态迁移到周期 3 的簇放电模式, 同时, 此时 $R = 1$, 说明耦合系统处于周期 3 的完全同步状态, 其空间相图、时间序列如图 5(c)、(f) 所示。

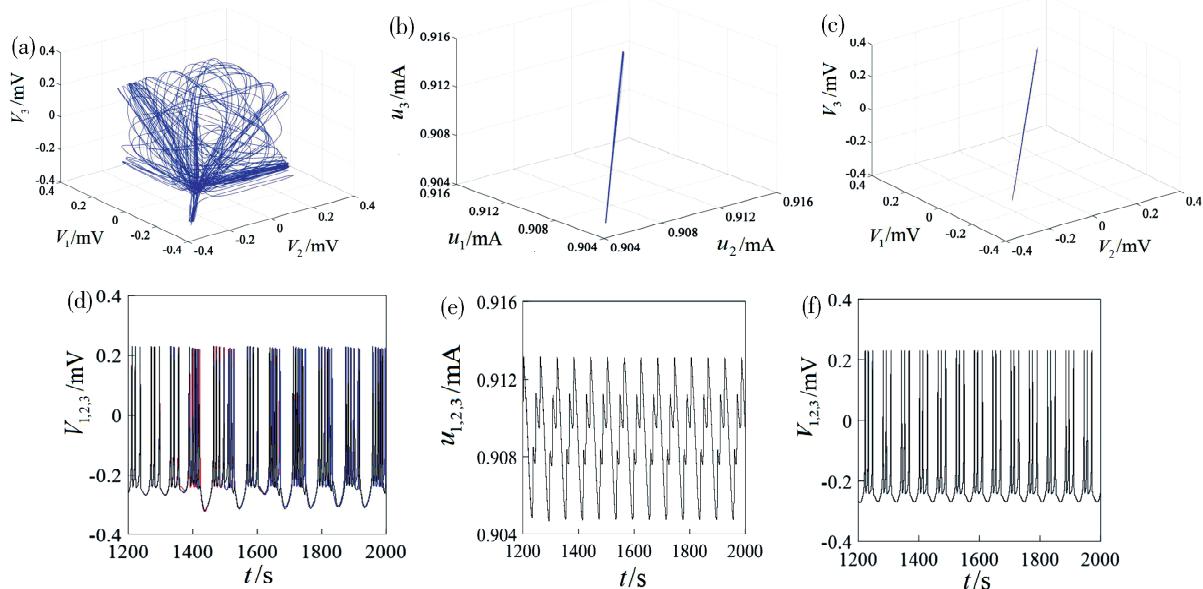


图 5 系统空间相图、时间序列: (a) 和 (d) $D = 0.03$ 时 (V_1, V_2, V_3) 空间内不同步; (b) 和 (e) $D = 0.0615$ 时 (u_1, u_2, u_3) 空间内簇同步; (c) 和 (f) $D = 0.0675$ 时 (V_1, V_2, V_3) 空间内峰同步
Fig. 5 System spatial phase diagrams, time series: (a) and (d) when $D = 0.03$, the space (V_1, V_2, V_3) out of sync; (b) and (e) when $D = 0.0615$ the space (u_1, u_2, u_3) busting synchronization; (c) and (f) when $D = 0.0675$ the space (V_1, V_2, V_3) spike synchronization

进一步, 利用不同耦合强度下 (k_1, k_2) 双参数平面内互相关系数 R 变化, 可以更直观的反应耦

合强度在以磁通反馈系数为参数情况下神经元放电同步情况, 图中深红色区域表示系统达到完全同

步。在 $k_1 \in [-1, 1]$, $k_2 \in [1.7, 5]$ 区间内, 随着耦合强度的增加, 同步区域也随之增大, 其结果如图 6 所示。为了更清晰明了地观察耦合强度对磁通反馈系数的影响, 我们取 $k_1 = 0.450\ 91$, $k_2 = 2.098\ 7$ 进行数值模拟, 验证耦合强度在同一组参数情况下, 系统的同步转迁过程。当耦合强度等于 0.035 时,

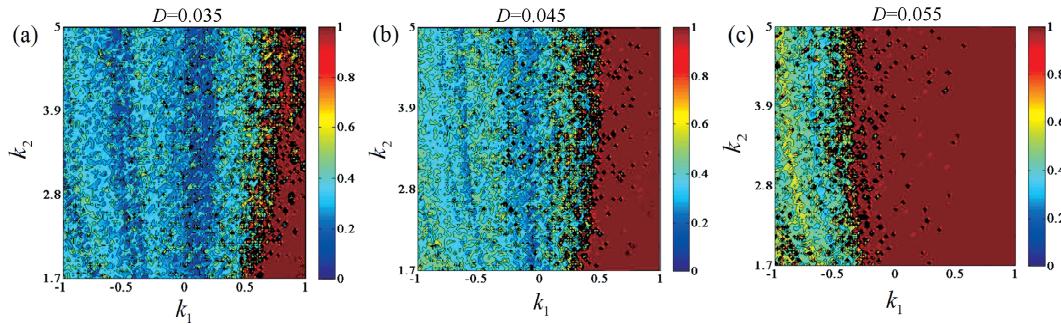


图 6 系统在不同耦合强度下(k_1, k_2)平面相关系数变化图

Fig. 6 (k_1, k_2) plane correlation coefficient changes of the system under different coupling strengths

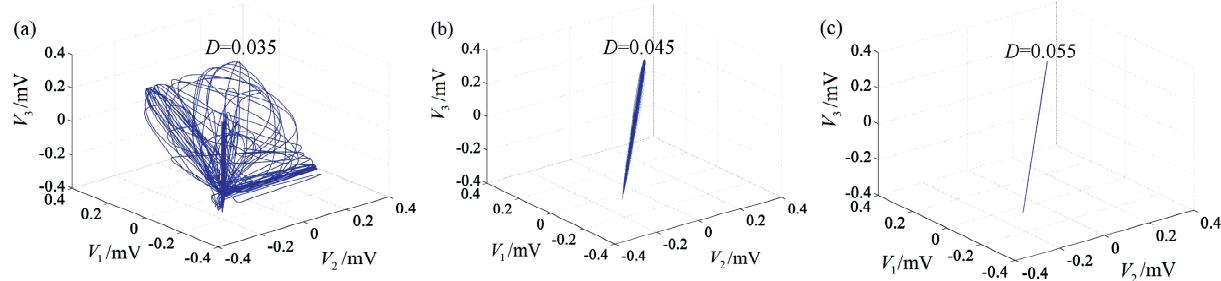


图 7 $k_1 = 0.450\ 91$, $k_2 = 2.098\ 7$ 时系统空间相图

Fig. 7 When $k_1 = 0.450\ 91$, $k_2 = 2.098\ 7$ system spatial phase diagrams

4 结 论

基于改进的三维 ML 神经元模型, 引入磁通变量, 建立了具有磁通变量的 ML 神经元模型, 分析了其放电状态及同步转迁。利用快慢动力学分析, 通过平衡点分析单个神经元模型随慢变量时间尺度变化时系统的分岔类型及其对系统放电节律的影响, 并结合相平面分析, 发现了单个具有磁通变量的神经元簇放电模式为“fold/homoclinic”型, 同时以磁通反馈系数为参数, 揭示了磁场可使神经元放电模式从混沌簇放电→周期簇放电→混沌峰放电→周期峰放电之间转迁。建立了具有磁通变量的环状耦合神经元网络模型, 以三个神经元对称耦合为例, 定义同步判断法则, 对系统进行数值模拟, 计算了随耦合强度变化的快慢变量极大同步差和相关系数, 研究了在耦合强度影响下系统的峰峰间期放电序列和簇放电同步、峰放电同步转迁过程。结合两个磁通反馈系数双参数平面的相关系数变化图, 发现了在合适的参数范围内, 随着耦合

如图 7(a)所示, 系统未达到同步状态, 此时 $R=0.357\ 49$ 。当耦合强度增大到 0.045 时, 此时 $R=0.998\ 63$, 系统达到近似同步, 其空间相图如图 7(b)所示。最后取 $D=0.055$ 时, 系统相图在 (V_1, V_2, V_3) 空间呈一条直线, 系统达到完全同步状态即 $R=1$, 如图 7(c)所示。

强度的增加, 系统会实现从互不相关到簇放电同步再到峰放电同步的转迁, 直至达到完全同步。证明了加入适当电磁场的神经元模型在较小的耦合强度下即可达到同步状态, 对具有磁场作用的神经元集群行为的研究具有一定的参考价值。

参 考 文 献:

- [1] Rinzel J. Bursting oscillations in an excitable membrane module [C]//Sleeman B D, Jarvis R J. Ordinary and partial differential equations. Lect Notes Math. Berlin: Springer, 1985, 1151: 304.
- [2] 杨卓琴, 张矫瑛. 不同时间尺度的慢变量引起的簇放电研究[J]. 动力学与控制学报, 2011, 9: 177.
- [3] 王青云, 石霞, 陆启韶. 神经元耦合系统的同步动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [4] Wang Q Y, Lu Q S, Chen G R, et al. Chaos synchronization of coupled neurons with gap junctions [J]. Phys Lett A, 2006, 356: 17.
- [5] 郑艳红, 陆启韶. 时滞影响下的环式耦合混沌神经元同步[J]. 动力学与控制学报, 2008, 6: 208.

- [6] Wang Q Y, Lu Q S, Wang H X, *et al.* Transition to complete synchronization via near-synchronization in two coupled chaotic neurons [J]. Chin Phys, 2005, 14: 2189.
- [7] Ma J, Song X, Jin W, *et al.* Autapse-induced synchronization in a coupled neuronal network [J]. Chaos Soliton Fract, 2015, 80: 33.
- [8] 寿天德. 神经生物学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [9] Ma J, Zhang G, Hayat T, *et al.* Model electrical activity of neuron under electric field [J]. Nonlinear Dyn, 2019, 95: 1585.
- [10] Lv M, Ma J. Multiple modes of electrical activities in a new neuron model under electromagnetic radiation [J]. Neuro-comput, 2016, 205: 375.
- [11] Ma J, Wang Y, Wang C N, *et al.* Mode selection in electrical activities of myocardial cell exposed to electromagnetic radiation [J]. Chaos Soliton Fract, 2017, 99: 219.
- [12] Guo S, Xu Y, Wang C N, *et al.* Collective response, synapse coupling and field coupling in neuronal network [J]. Chaos Soliton Fract, 2017, 105: 120.
- [13] 曲良辉, 都琳, 胡海威, 等. 电磁刺激对 FHN 神经元系统的调控作用[J]. 动力学与控制学报, 2020, 18: 40.
- [14] 王海侠, 陆启韶. 对称电耦合连接方式下的多尺度同步行为和转迁过程[J]. 动力学与控制学报, 2011, 9: 214.
- [15] Rostami Z, Pham V, Jafari S, *et al.* Taking control of initiated propagating wave in a neuronal network using magnetic radiation [J]. Appl Math Comput, 2018, 338: 141.
- [16] 杨永霞, 李玉叶, 古华光. Pre-Botzinger 复合体的从簇到峰放电的同步转迁及分岔机制[J]. 物理学报, 2020, 69: 33.
- [17] 袁丽萍. 带两个区域的平面分段光滑系统的非双曲极限环分岔[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2018, 55: 678.
- [18] 余文慧, 高仕龙. 二维随机耦合 Logistic 映射的混沌特征[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2019, 56: 581.
- [19] Wang Q, Duan Z, Feng Z, *et al.* Synchronization transition in gap-junction-coupled leech neurons [J]. Phys A, 2008, 387: 4404.

引用本文格式:

中 文: 杨腾云, 李新颖, 高月月. 电磁辐射下神经元放电模式及其环状耦合同步转迁[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2021, 58: 014002.

英 文: Yang T Y, Li X Y, Gao Y Y. Firing patterns and synchronous transition of ring-coupled neurons under electromagnetic radiation [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2021, 58: 014002.