

基于定向极限环的 Cucker-Smale 群体避障模型

张浩¹, 陈熙², 王震¹, 蔚涛², 钟苏川¹

(1. 四川大学空天科学与工程学院, 成都 610064;

2. 四川大学数学学院, 成都 610064)

摘要: 针对多障碍物环境下的群体避障问题, 本文在改进 Cucker-Smale(CS) 群体运动模型和传统的极限环避障算法的基础上提出了一种基于定向极限环的 CS 群体避障模型. 该模型改进了多障碍物的合并方式, 引入了定向的运动规则. 仿真结果显示, 在整个群体避障过程中该算法的碰撞个体数和避障时间较传统的极限环避障法有较大的改善.

关键词: 群体避障; 定向极限环; 障碍合并; Cucker-Smale 模型

中图分类号: O29 **文献标识码:** A **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.2021.021004

A new Cucker-Smale flocking model based on directional limit cycle

ZHANG Hao¹, CHEN Xi², WANG Zhen¹, YU Tao², ZHONG Su-Chuan¹

(1. College of Aeronautics and Astronautics, Sichuan University, Chengdu 610064, China;

2. School of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: This paper aims at the obstacle avoidance problem for swarm in a multi-obstacle environment. Based on the improved Cucker-Smale swarm motion model and limit cycle obstacle avoidance algorithm, we propose a new CS flocking model. In this model, we improve the multi-obstacle merging method, introduce the well-directed movement rules. The simulation results show that in the entire swarm obstacle avoidance process, the number of collision individuals and obstacle avoidance time of the algorithm are improved compared with the traditional limit cycle obstacle avoidance method.

Keywords: Swarm obstacle avoidance; Directional limit cycle; Obstacles merger; Cucker-Smale model

1 引言

生物体普遍存在群体避障行为, 如森林中穿梭的鸟群, 湖泊里游动的鱼群, 地上寻找食物的蚁群等生物群体仅依靠简单的规则和局部通讯便能顺利避开运动过程中的障碍到达目标, 且整个过程中呈现出整体协调有序的行为表现.

在工程领域, 考虑到无人机、机器人等自主智能体在多障碍物环境很容易发生碰撞, 也有必要研究群体实时避障问题. 为此, 国内外学者做了大量

研究, 提出了多种方法, 如模型预测控制法^[1]、人工势场法^[2]、极限环法^[3-6]等. 其中, 针对多无人机协同规避控制的问题, 文献[1]构建多目标优化控制模型, 通过纳什最优的分布式预测控制方法实现了多无人机防撞. 针对无人机集群内部防碰撞以及遭遇突发障碍时的集群防碰撞问题, 文献[2]引入力学概念及集群内部吸引力、排斥力以及编队构型力等概念, 通过集群个体间的信息共享以及类脑知识发育构建了基于群信息共享和类脑反射的无人机防撞模型. 文献[4]基于生物群集理论, 提出了基

收稿日期: 2020-12-10

作者简介: 张浩(1996-), 男, 四川成都人, 硕士生, 研究方向为无人机集群控制及强化学习. E-mail: cd_zhanghao@163.com

通讯作者: 蔚涛. E-mail: scuyutao@163.com

于极限环理论的智能体避障控制算法,实现了静态障碍环境下的多智能体编队避障.文献[5]将势场法和极限环相结合,实现了机器人在人和静态障碍物混合场景中避障.文献[6]根据极限环设计了并行椭圆极限环(PELC)和多准则优化(PELC*)算法,实现车辆有效、快速、安全避开任何形状障碍物.

然而,上述文献大多仅研究单个或少量个体的实时避障,而密集群体内部的个体碰撞很容易产生链式效应,因而采用上述方法很难取得较好的大规模群体避障效果.此外,文献[7-8]通过将障碍物定义为特殊智能体来避免碰撞,但未考虑复杂场景.文献[9-10]则考虑设置虚拟领导点减少群体避障过程中的碰撞,但是虚拟领导点的路径需要提前规划,不适合未知复杂环境下的实时避障.针对上述多障碍物环境下的大规模群体避障问题,本文在传统极限环避障和现有群体模型^[12]基础上改进了多障碍物合并方法,引入了定向的运动规则,提出了一种基于改进 Cucker-Smale 模型的定向极限环群体避障算法.

2 极限环避障算法

极限环避障方法是一种局部路径规划方法^[3],其实质是个体能够与障碍物保持一定距离,按照顺时针或者逆时针的方向绕过障碍物边沿,以避免与其发生碰撞.其非线性动力系统的方程如下:

$$\begin{cases} x_1' = x_2 + x_1(r^2 - x_1^2 - x_2^2), \\ x_2' = -x_1 + x_2(r^2 - x_1^2 - x_2^2) \end{cases} \quad (1)$$

其极限环如图 1 所示,其中平衡点为 $x_1 = x_2 = 0$,当 $0 < r < 1$ 时,轨迹向外旋转; $r > 1$ 时,轨迹向内旋转.

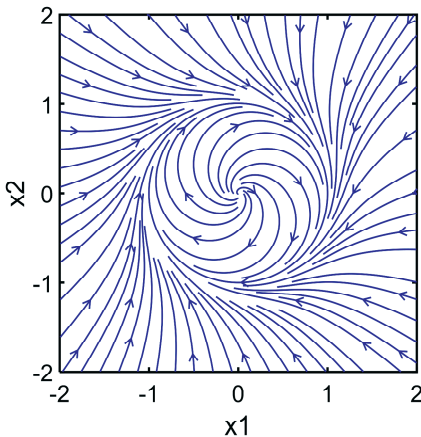


图 1 系统(1)的极限环

Fig. 1 Limit cycle diagram of system(1)

为了减少个体不必要地绕行,通常引入感知-

规避方法中的碰撞锥思想^[12-14]来设计极限环避障判断规则.碰撞锥思想广泛应用于实时碰撞检测和威胁评估,其原理是仅基于个体和障碍物相对位置矢量和相对速度矢量的简单几何关系实现个体与障碍物碰撞检测与评估.考虑到个体感知能力有限,本文在传统碰撞锥上加入个体探测范围(蓝色圆),如图 2 所示.

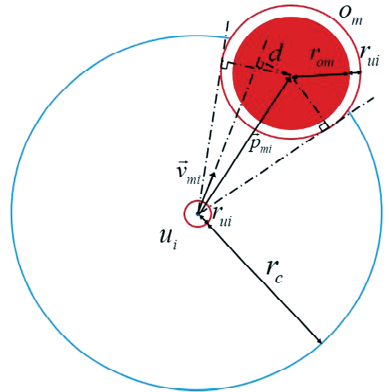


图 2 个体的障碍物探测示意图

Fig. 2 A sketch for the obstacle detecting of one individual

其中 p_{ui} 、 \vec{v}_{ui} 、 p_{om} 、 \vec{v}_{om} 分别为个体 u_i 和障碍物 o_m 的位置和速度, $\vec{p}_{mi} = \vec{p}_{om} - \vec{p}_{ui}$ 、 $\vec{v}_{mi} = \vec{v}_{om} - \vec{v}_{ui}$ 分别为个体 u_i 和障碍物 o_m 的相对位置矢量、相对速度矢量, r_{ui} 、 r_{om} 分别为个体 u_i 和障碍物 o_m 的半径, $d_{safe} = r_{om} + r_{ui}$ 为个体与障碍物间最小安全距离,当 $\|\vec{p}_{mi}\| < d_{safe}$ 时说明个体与障碍物发生碰撞, r_c 为个体 u_i 探测范围, d 为障碍物中心到相对速度矢量 \vec{p}_{ji} 的距离.根据碰撞锥几何关系,我们采用如下的避障判定系数:

$$\lambda = \begin{cases} 1, & \vec{p}_{mi} \cdot \vec{v}_{mi} \geq 0, d < d_{safe}, \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

其中 λ 为避障判定系数,仅当相对位置矢量 \vec{p}_{ji} 与相对速度矢量 \vec{v}_{ji} 夹角范围在 $[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$ 且 $d < d_{safe}$ 时方认为个体与障碍物可能发生碰撞,因此 $\lambda = 1$ 时个体需要进行避障;否则,不进行避障.

基本的极限环避障步骤如下.

(i) 当个体 u_i 探测到障碍物,即 $\|\vec{p}_{ji}\| < r_c + d_{safe}$ 时,继续后面步骤;

(ii) 计算避障判定系数,如果为 1 则继续后面步骤,否则障碍物 o_m 对个体 u_i 作用力设为 0,即

$$\begin{cases} x_i' = 0, \\ y_i' = 0 \end{cases} \quad (3)$$

(iii) 根据以下二阶非线性方程来计算个体 u_i 在任意位置的作用力:

$$\begin{cases} x'_i = \frac{d}{|d|}y_i + x_i(r_{lc}^2 - x_i^2 - y_i^2), \\ y'_i = -\frac{d}{|d|}x_i + y_i(r_{lc}^2 - x_i^2 - y_i^2) \end{cases} \quad (4)$$

其中 r_{lc} 为极限环半径. 设 $R = r_{lc}^2 - x_i^2 - y_i^2, k_o$ 为

避障权重, $P_{ui} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$ 为个体 u_i 位置,

$$H_m = \begin{bmatrix} R & \frac{d}{|d|} \\ -\frac{d}{|d|} & R \end{bmatrix},$$

则避障加速度为

$$a_{oi} = k_o H_m P_{ui} \quad (5)$$

3 群体避障模型

对于有多个障碍物存在的场景,一般的处理方式是简单合并邻近障碍物^[4],其前提是环境是已知的. 本文考虑在未知环境下模型根据所设计的群体避障模型的障碍物合并方法和定向避障规则,不断探测障碍物环境逐步获得环境信息,进而采取合适的策略,最终快速通过多障碍物区域,朝向目标点运动.

3.1 避障模型

为了群体能顺利通过障碍区域,模型采用文献[12]的群体模型,并在此基础上引入避障绕行项如下:

$$\begin{cases} p_{ui}'(t) = v_{ui}(t), \\ v_{ui}'(t) = \sum_{u_j \in N} f(\|p_{ui} - p_{uj}\|) \frac{p_{ui} - p_{uj}}{\|p_{ui} - p_{uj}\|} + \\ \frac{1}{|\Gamma_{ui}|} \sum_{j \in \Gamma_{ui}} a_{ij}(p)(p_{uj}'(t) - p_{ui}'(t)) + \\ g(\|p_t - p_{ui}\|) \frac{p_t - p_{ui}}{\|p_t - p_{ui}\|} + h(p_{ui}, \Omega, info) \end{cases} \quad (6)$$

其中 p_{ui}, p_{uj}, p_t 分别为个体 u_i , 个体 u_j , 目标点在当前时刻 t 的位置, v_{ui}, v_{uj} 为个体 u_i, u_j 在当前时刻 t 的速度, N 为群体所有个体的集合, Γ_{ui} 为个体 u_i 的几何邻域内个体的集合, $|\Gamma_{ui}|$ 为个体 u_i 的几何邻域内的元素个数, Ω 为当前个体 u_i 探测范围内的障碍物, info 为群体共享的通道探测信息. 模型的加速度 v'_{ui} 构成依次为个体间作用项, 速度匹配项, 目标吸引作用项以及避障项. 前三项的定义参见文献[11], 这里我们重点介绍避障项:

$$h(p_{ui}, \Omega, info) = H P_{ui} =$$

$$\begin{cases} H_m P_{ui}, N_\Omega = 1, \\ (H_m + H_n) P_{ui}, N_\Omega > 1, d_{\min} > C, d_{\min} \in info \\ H'_m P_{ui}, N_\Omega > 1, d_{\min} < C, d_{\min} \in info \end{cases} \quad (7)$$

设定离个体 u_i 最近的两个障碍物依次为 o_m, o_n, d_{\min} 为群体所探测的两个障碍物通道近似值, H_m, H_n 分别为障碍物 o_m, o_n 的极限环对该个体作用, H'_m 为定向后的障碍物 o_m 极限环对该个体作用, N_Ω 为当前个体探测范围内的障碍物个数.

3.2 障碍合并方法

当探测到多个障碍物时,模型将处理分为两个阶段.

第一阶段,群体对探测范围内的障碍物进行两两通道测量,并将获得的通道近似值传递给邻域其它个体. 如图 3 所示,两个个体 u_i 和 u_j 都探测到两个障碍物 o_1, o_2 , 并分别获得其探测通道 d_{ci}, d_{cj} . 推广到一般情况,对于可探测到障碍物 o_1, o_2 的个体 $u_1, \dots, u_i, \dots, u_n$, 其探测通道分别为 $d_{c1}, \dots, d_{ci}, \dots, d_{cn}$, 则该通道的近似值取

$$d_{\min} = \min\{d_{c1}, \dots, d_{ci}, \dots, d_{cn}\}.$$

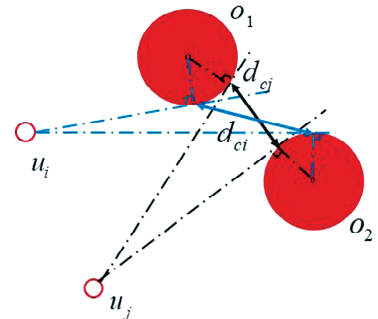


图 3 个体的通道示意图

Fig. 3 A sketch of channel detecting of one individual

第二阶段,根据通道近似值判定当前两个障碍物 o_1, o_2 是否需要合并.

(i) 当 $d(o_1, o_2) = d_{\min} < C$, 即通道近似值大于通道最小安全距离时,模型认为群体可以从当前障碍物间通过,不合并障碍物,此时个体 u_i 所受避障作用力为 $a_{oi} = k_o (H_1 + H_2) P_{ui}$.

(ii) 当 $d(o_1, o_2) = d_{\min} > C$, 即通道近似值小于通道最小安全距离时,模型认为群体不能从当前障碍物间通过,此时合并障碍物并取离个体最近的障碍物的极限环作用力为该个体避障作用力. 如图 3 所示,离个体 u_i 最近的障碍物是 o_1 , 则该个体所受避障作用力为 $a_{oi} = k_o H_1 P_{ui}$.

一般情况下,对于两个及以上数量的障碍物,

可两两合并形成障碍物群 M , 其充分条件如下:

- (I) $\forall o_i, o_j \in \Omega$, 有 $d(o_i, o_j) < C$;
- (II) $\exists o_i, o_j \in \Omega$, 有 $d(o_i, o_j) \geq C$ 时, 若在 $o_m, \dots, o_n \in \Omega$, 使得 $d(o_i, o_m) < C, \dots, d(o_j, o_n) < C$.

3.3 定向避障规则

在障碍物绕行过程中, 真实障碍物的形状大小以及威胁程度往往未知, 个体基于当前位置和障碍物极限环确定的绕行方向不一定合适, 从而可能会在绕行过程中出现回头的现象, 因而需要对个体绕行方向进行定向, 以确保在连续障碍场景的时候不会出现群体紊乱. 具体规则是: 当个体探测到新的障碍物时, 所受作用力大小由当前最近障碍物极限环避障作用决定, 作用力方向需要根据当前障碍物与上一个时刻障碍物关系进行规定.

(i) 若 $o_t \in M_{t-1}$, 则 $D_t = D_{t-1}$, 其中 o_t 为 t 时刻个体 u_i 距离最近障碍物, M_{t-1} 是 $t-1$ 时刻的障碍物群, D_t, D_{t-1} 分别表示 $t, t-1$ 时刻个体 u_i 的极限环绕行方向, 如图 4 所示, 其中个体与最近障碍物用虚线连接表示, 下同. 在 t 时刻, 当个体 u_i 靠近障碍 o_3 时, 其探测到的障碍物 o_2, o_3 通道 $d_i < C$, 根据 3.2 节可知障碍物 o_3 归属于障碍物群 o_1, o_2 , 则接着前一时刻 $t-1$ 极限环逆时针方向运动, 即 \vec{v}_t 跟 \vec{v}_{t-1} 都为极限环逆时针方向, 此时避障作用

$$H_3 = \begin{pmatrix} R & 1 \\ -1 & R \end{pmatrix}.$$

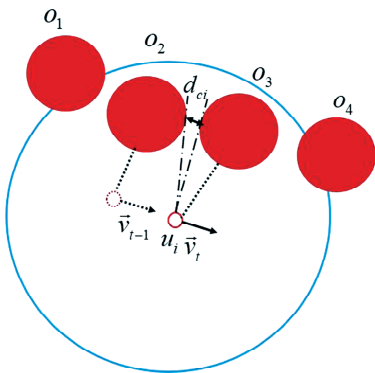


图 4 个体绕行场景 1

Fig. 4 Walking scenario 1 of one individual

(ii) 若 $o_t \notin M_{t-1}$, 则当 $y_A > y_{ui}$, $D_t = D_{\alpha}$; 当 $y_A \leq y_{ui}$, $D_t = D_{\omega}$, 其中 y_A 为个体 u_i 离障碍物 o_t 最近边沿的纵坐标, y_{ui} 为个体位置纵坐标, D_{α} 为极限环

逆时针方向, D_{ω} 为极限环顺时针方向, 如图 5 所示. 在 t 时刻, $d_i > C$, 障碍物 o_3 不归属于前一个障碍物群 o_1, o_2 , 根据个体 u_i 当前位置和离障碍物最近点 A 坐标决定其运动方向, 此时 $y_A > y_{ui}$, 则 \vec{v}_t 方向 D_t 为障碍物 o_3 极限环逆时针方向 D_{α} , 即避障作用

$$H_3 = \begin{pmatrix} R & 1 \\ -1 & R \end{pmatrix}.$$

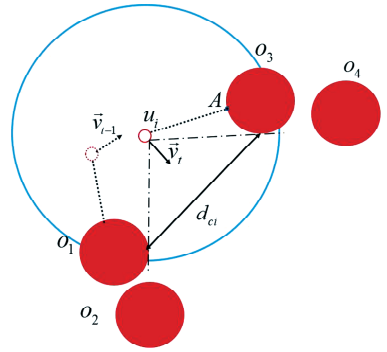


图 5 个体绕行场景 2

Fig. 5 Walking scenario 2 of one individual

4 仿真

在 MATLAB 仿真环境中进行实验, 计算机配置为 AMD 锐龙 R5 4600 六核处理器, 16 G 内存, 3 GHz 主频, Window10 操作系统.

实验一, 邻近多障碍静态场景避障.

为验证邻近多障碍静态场景群体避障效果, 设置该场景有四个静态障碍物 o_1, o_2, o_3, o_4 , 其中 o_1 和 o_2, o_1 和 o_3, o_2 和 o_4 通道分别为 d_{c1}, d_{c2}, d_{c3} , 且 $d_{c1} < C, d_{c2}, d_{c3} > C$. 群体避障过程图和轨迹图如图 6, 7 所示, 图中箭头为个体速度矢量, 虚线圆半径表示个体的群体内部期望保持间距(即群体内部排斥力作用范围), 实心圆表示障碍物, 轨迹图中不同颜色表示不同时刻(如橙黄色表示初始时刻, 红色表示最终时刻), 下同.

由群体避障过程图 6 和轨迹图 7 可以看出, 个体在探测到障碍物群 o_1, o_2 和单个障碍物 o_1, o_2 时, 依据当前状态选择合适的绕行方向, 并在离开障碍物区域后重新聚集在一起, 朝向目标点运动.

作为对照, 传统极限环避障模型在该场景中的仿真见图 8.

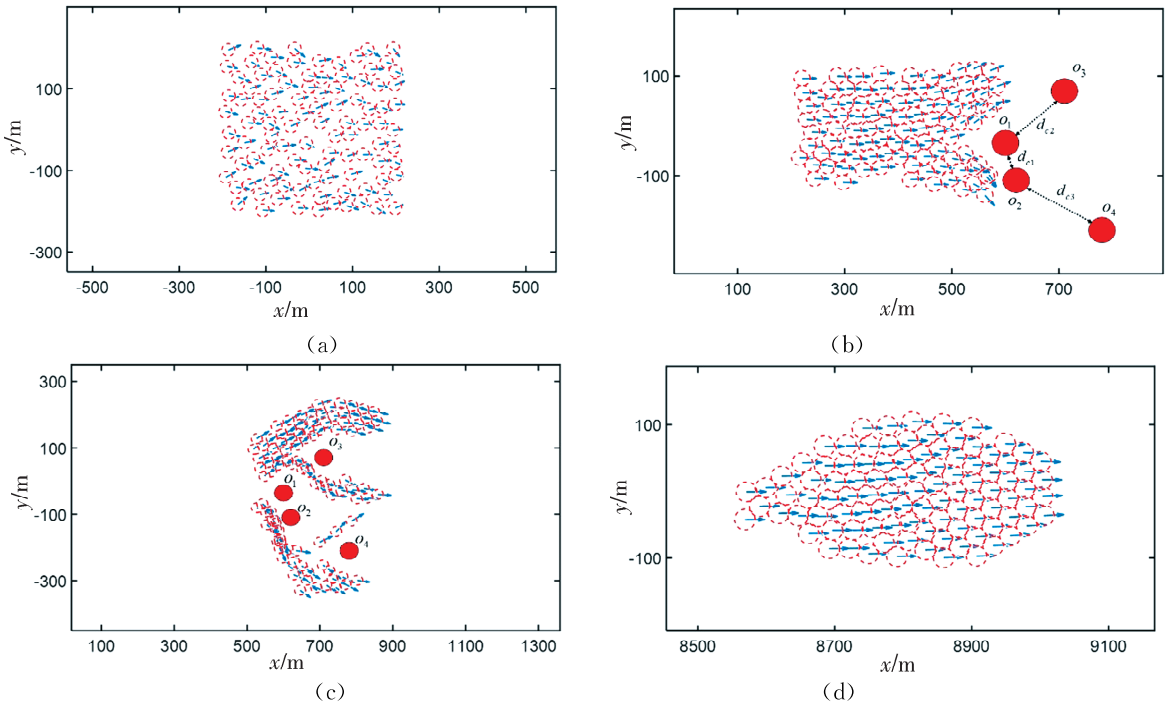


图 6 实验 1 中的群体避障过程图

(a) $t=0$ s 时的初始状态; (b) $t=14.2$ s 时群体躲避障碍物 o_1, o_2 ; (c) $t=24.4$ s 时群体通过障碍物区域; (d) $t=287.5$ s 时群体到达目标

Fig. 6 Process of the swarm's obstacle avoidance of Experiment 1

(a) Initial state of the swarms; (b) swarms are avoiding obstacles o_1, o_2 at $t=14.2$ s; (c) the swarms are passing obstacles' area at $t=24.4$ s; (d) the swarms reach the goal point at $t=287.5$ s

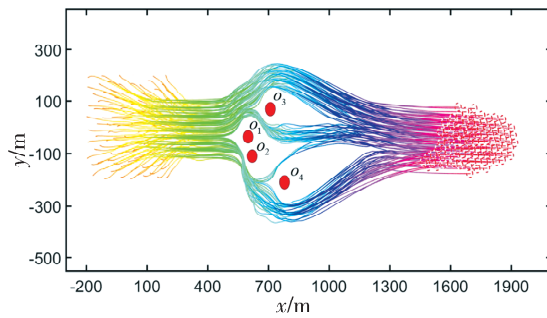


图 7 实验 1 中的群体避障轨迹

Fig. 7 Trajectory of obstacle avoidance of experiment 1

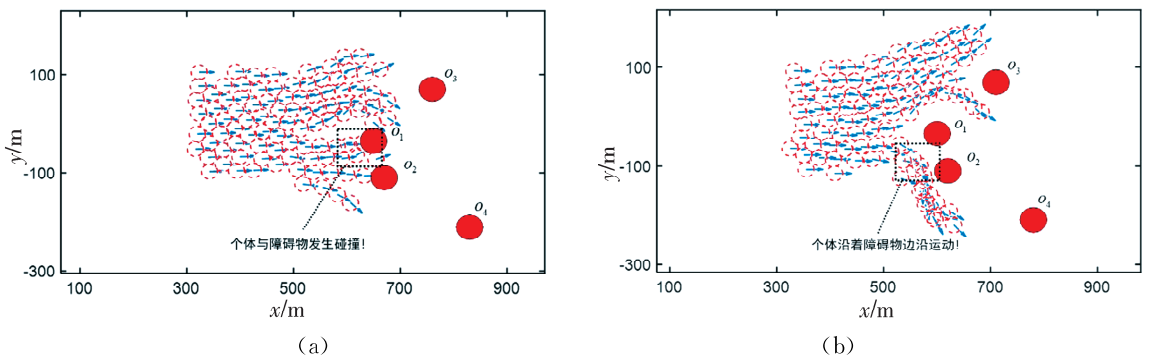


图 8 $t=17.8$ s 时两种模型避障过程对比 (a) 传统模型; (b) 本模型

Fig. 8 The comparison of obstacle avoidance between the two models when $t=17.8$ s

(a) Traditional model; (b) our model

在图 8(a)中, 群体在从障碍物 o_1, o_2 间的狭窄通道通过时与障碍物发生碰撞, 可见传统算法不能

很好处理邻近障碍物场景. 图 8(b)中, 群体通过探测障碍物 o_1, o_2 间的通道确定其不能从该通道通过后便根据定向规则, 沿着障碍物边沿绕行. 可见, 相比较于传统算法, 新算法在保证实时的前提下, 能有效处理邻近多障碍物场景, 避免碰撞发生.

实验二, 复杂障碍物群场景避障.

为验证新算法对于连续墙及对称矩形等复杂障碍物群的避障效果, 我们设置实验二场景为由阻挡群体前进的五个障碍物 $o_1 o_2 o_3 o_4 o_5$ 组成的障碍物群, 孤立障碍物 o_6, o_7, o_8 和对称矩形障碍物 $o_9, o_{10}, o_{11}, o_{12}$. 群体避障部分过程图和轨迹图如图 9、10 所示.

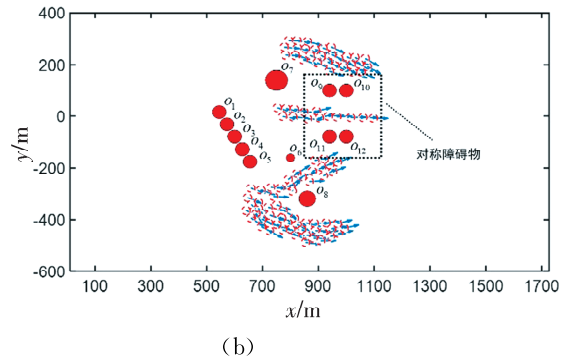
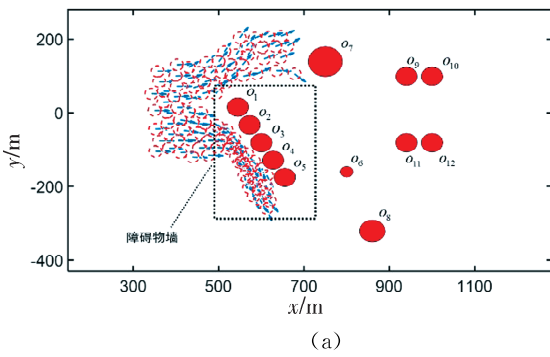


图 9 实验 2 中的群体避障过程图

(a) $t=18.4$ s 时群体沿着障碍物群边沿运动; (b) $t=24.1$ s 时群体通过对称矩形障碍物

Fig. 9 The swarm's obstacle avoidance of Experiment 2

(a) The swarms are moving along the edge of the obstacles when $t=18.4$ s; (b) The swarms are passing symmetrical rectangular obstacles when $t=24.1$ s

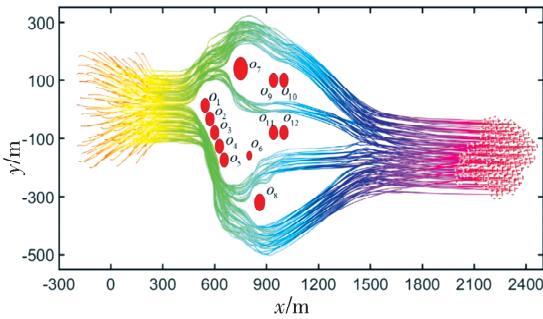


图 10 实验二群体避障轨迹

Fig. 10 The trajectory of obstacle avoidance of Experiment 2

如图 9(a) 所示, 不同于简单合并障碍物的模型, 本模型建立在对未知环境不断探测的基础上,

根据定向思想使群体一直沿着障碍物边沿运动, 最终绕出障碍物群 $o_1 o_2 o_3 o_4 o_5 o_6 o_7$, 避免个体回头与其邻近个体发生碰撞. 如图 9(b) 所示, 群体可以顺利通过对称障碍物, 无需考虑局部极小值问题^[15], 减少了算法设计难度. 在整个过程中群体都能顺利通过复杂障碍物场景, 表明算法效果较好.

为验证在不同群体规模和随机初始状态下本算法的适应性和有效性, 我们以实验 1 中的场景进行仿真, 取同一群体规模下 200 次仿真结果平均值为群体避障仿真结果. 传统算法(第 2 节中的极限环避障法)与本算法对比如图 11 所示.

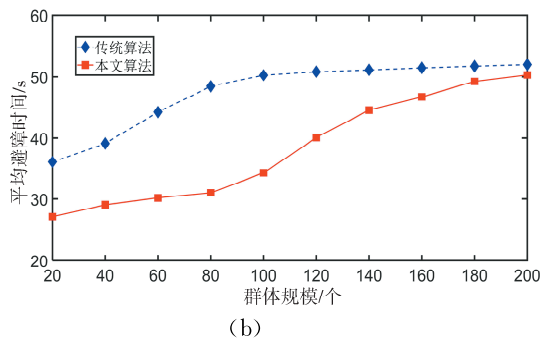
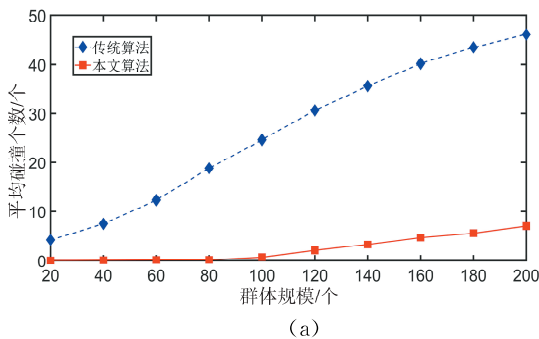


图 11 不同群体规模的仿真结果

(a) 碰撞个数随群体规模的变化曲线; (b) 避障时间随群体规模的变化曲线

Fig. 11 Simulation results of different swarm size

(a) The change curve of the number of collisions vs the size of swarms; (b) The change curve of the time spending on obstacles avoidance vs the size of swarms

由图 11(a)知,当群体规模扩大时,本算法的平均碰撞个数有所增加.在个体数为 200 时碰撞个数为 6.97,最高碰撞概率为 3.48%,远低于传统算法的最高碰撞概率 25.55%.由图 11(b)可知,群体规模较小时本算法避障时间远小于传统算法.随着群体规模扩大,本算法的避障时间与传统算法趋于相等.综上,随着群体规模扩大,采用本算法群体能安全快速通过该实验场景.相比于基本极限环避障法,本文算法在保证一定避障效率的条件下,群体避障的安全性有了较大提升.

5 结 语

本文研究大规模群体在多障碍物环境的避障问题.首先,为解决多障碍物场景群体避障问题,我们改进了障碍物合并方法,设计了定向规则,进而提出定向群体避障模型.仿真结果表明,采用本算法,群体能顺利安全通过多障碍区域,且算法对于不同群体规模和初始条件适应性较好.

参考文献:

[1] 章豪,傅鸣毅,龚瑞.基于分布式模型预测控制的多无人机协同规避控制技术[J].南京航空航天大学学报,2017,49:96.

[2] 姜龙亭,魏瑞轩,张启瑞,等.基于群智机理的集群防撞控制[J].航空学报,2020,41:161.

[3] Kim D H, Kim J H. A real-time limit-cycle navigation method for fast mobile robots and its application to robot soccer [J]. Robot Auton Syst, 2003, 42: 17.

[4] 曹建福,凌志浩,高冲,等.基于群集思想的多智能体编队避障算法研究[J].系统仿真学报,2014,26:562.

[5] Boldrer M, Andreetto M, Divan S, *et al.* Socially-aware reactive obstacle avoidance strategy based on limit cycle [J]. IEEE RA-L, 2020, 5: 3251.

[6] Adouane L. Reactive versus cognitive vehicle navigation based on optimal local and global PELC * [J]. Robot Auton Syst, 2017, 88: 51.

[7] Olfati-Saber R. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory [J]. IEEE T Automat Contr, 2006, 51: 401.

[8] Huang D, Yuan Q, Li X. Decentralized flocking of multi-agent system based on MPC with obstacle/collision avoidance [C]//2019 Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE, 2019.

[9] 赵鹏. 基于群集行为的无人机自主编队算法研究 [D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019.

[10] Li X, Fang Y, Fu W. Obstacle avoidance algorithm for multi-UAV flocking based on artificial potential field and dubins path planning [C]//2019 IEEE International Conference on Unmanned Systems. Piscataway: IEEE, 2019.

[11] 曾庆荣,李鹏飞,季袁冬,等.一个包含目标趋向性的增强型 Cucker-Smale 群体运动模型[J].四川大学学报:自然科学版,2020,57:841.

[12] Chakravarthy A, Ghose D. Obstacle avoidance in a dynamic environment: a collision cone approach [J]. IEEE T Syst Man Cy-S, 1998, 28: 562.

[13] Chakravarthy A, Ghose D. Collision cones for quadric surfaces [J]. IEEE T Robot, 2011, 27: 1159.

[14] 熊超,解武杰,董文瀚.基于碰撞锥改进人工势场的无人机避障路径规划[J].计算机工程,2018,44:314.

[15] 任彦,赵海波.改进人工势场法的机器人避障及路径规划[J].计算机仿真,2020,37:360.

引用本文格式:

中 文:张浩,陈熙,王震,等.基于定向极限环的 Cucker-Smale 群体避障模型[J].四川大学学报:自然科学版,2021,58:021004.

英 文:Zhang H, Chen X, Wang Z, *et al.* A new Cucker-Smale flocking model based on directional limit cycle [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2021, 58: 021004.