

# 考虑时空相关随机行驶时间的 车辆路径问题模型与算法

张冬青, 郭钊侠, 张殷杰

(四川大学商学院, 成都 610065)

**摘要:** 本文对一类在真实道路网络中考虑时空相关的随机行驶时间的车辆路径问题进行了研究. 首先我们建立了该问题的两阶段随机规划模型. 然后将用于候选解寻优的智能优化算法与用于产生评价解的随机场景的情景生成技术相结合, 提出一种智能随机优化方法求解该问题. 为了有效地进行解的寻优, 本文结合可变邻域下降算法提出了一种混合粒子群优化算法. 最后通过一系列基于北京市区道路网络的算例实验, 我们验证了所提出的混合粒子群优化算法的有效性. 实验结果还表明, 考虑实际交通环境中道路网络上车辆行驶时间的时空相关性, 会影响最优车辆路径决策方案.

**关键词:** 时空相关; 城市道路网络; 高维相关随机量; 混合粒子群优化; 情景生成

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.2021.067001

## Model and algorithm for vehicle routing problem with spatial-temporal correlated stochastic travel times

ZHANG Dong-Qing, GUO Zhao-Xia, ZHANG Yin-Jie

(Business School, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** This paper studies a version of vehicle routing problem with spatial-temporal correlated stochastic travel times in real road networks. First, a two-stage stochastic optimization model is established for this problem. An intelligent stochastic optimization method is then proposed to solve the model, in which an efficient intelligent optimization algorithm is developed to find candidate solutions, and the scenario generation technology is adopted to generate spatial-temporal correlated stochastic travel time scenarios to evaluate the solutions. This paper proposes a hybrid particle swarm optimization algorithm combined with a variable neighbourhood descent algorithm to perform effective optimization. Finally, a series of testing instances are established based on the road network of Beijing to verify the effectiveness of the hybrid particle swarm optimization algorithm. The experimental results show that considering the spatial-temporal correlation of stochastic vehicle travel times in real traffic environment will affect the best vehicle routing decisions.

**Keywords:** Spatial-temporal correlation; Urban road network; High-dimensional correlated random variables; Hybrid particle swarm optimization; Scenario generation

收稿日期: 2021-05-15

基金项目: 国家自然科学基金(71872118, 72171159); 四川大学创新火花项目(2018hhs-37)

作者简介: 张冬青(1993-), 女, 博士研究生, 研究方向为物流优化管理. E-mail: dqzhang1123@gmail.com

通讯作者: 郭钊侠. E-mail: zxguo@scu.edu.cn

## 1 引言

城市化加快了电子商务产业的发展,也催生了以及时、快捷、高效为目标的电商快递、生鲜配送、冷链物流等行业。在城市物流体系中,最后一公里配送是对接顾客的重要环节,其质量直接影响顾客的体验和满意度。因此,如何制定最优的车辆配送方案和行驶路径,高效地完成配送任务,一直是学术界研究的重要课题。学术界通常将最后一公里配送问题建模为车辆路径问题<sup>[1]</sup>。

城市物流配送过程中存在着各种随机因素。根据所考虑的随机元素的不同,随机车辆路径问题(Stochastic Vehicle Routing Problem, SVRP)主要可以分为考虑随机顾客需求的车辆路径问题<sup>[2]</sup>、考虑随机顾客的车辆路径问题<sup>[3]</sup>和考虑随机时间(包含随机的顾客服务时间、随机的车辆行驶时间)的车辆路径问题<sup>[4-5]</sup>。

根据所考虑的道路网络上车辆行驶时间是否具有时间依赖性,即车辆通过一条路段的时间是否会随着从该路段端点出发时间的不同而发生改变,考虑随机车辆行驶时间的 SVRP 又可以分为非时间依赖的 SVRP<sup>[5]</sup>和时间依赖的 SVRP<sup>[1]</sup>。绝大多数考虑随机车辆行驶时间的 SVRP 文献都假设各路段的车辆行驶时间是服从于某种概率分布的独立随机变量,如正态分布、gamma 分布和 log-gamma 分布等。但是这些文献并没有考虑真实道路网络中车辆行驶时间所存在的相关性。

基于真实的车辆行驶时间或速度数据,有学者<sup>[6-8]</sup>发现交通流在道路网络上的演变会导致各路段的车辆行驶时间(或速度)之间存在时间和空间上的相关性(简称时空相关性),即某一路段某一时段与另一时段另一路段的车辆行驶时间之间存在相关性。虽然,道路网络车辆行驶时间的时空相关性已经在随机最短路径问题<sup>[9]</sup>和交通预测<sup>[10]</sup>等领域中被广泛考虑和研究,并且, Gendreau 等<sup>[4]</sup>也指出考虑随机量之间的相关性是 SVRP 未来重要的研究方向,然而,考虑随机相关行驶时间的 SVRP 研究在国内还未见报道。在国外,现有 SVRP 研究中考虑相关性的文献也非常有限。Rostami 等<sup>[11]</sup>研究了考虑随机相关行驶时间的 SVRP,以最大化行驶时间的可靠性为目标,提出了一种分支-定价-分割算法进行求解。Rajabi-Bahaabadi 等<sup>[12]</sup>进一步考虑了软时间窗约束,并以最小化车辆的行驶成本和违反时间窗的惩罚的总和为目标,提出一种最

大-最小蚁群系统算法来求解。然而,这两篇文献都没有考虑真实的道路网络和行驶时间的时间依赖性以及在时间维度上的相关性。Avraham 和 Raviv<sup>[13]</sup>进一步考虑了时间依赖的行驶时间和时空相关性,并研究了单个车辆的随机相关 SVRP,但是他们同样没有考虑真实的道路网络。

基于真实道路网络,本文考虑车辆行驶时间存在的时空相关性和时间依赖性,对相应的 SVRP 进行了研究。该问题旨在将顾客所需要的产品分配到合适的车辆上,并安排每一辆车的行驶路线,来达到最小化司机加班费用与车辆 CO<sub>2</sub> 排放成本的总和的目标。

一方面,SVRP 集成了整数规划和随机规划的性质,是典型的 NP-hard 类组合优化问题。因此,精确算法往往无法在合理的计算时间内进行求解,而启发式方法和智能优化算法是广泛应用于求解规模较大路径优化和分配调度等问题的主流方法。另一方面,随机行驶时间之间的时空相关性会导致高维相关随机量。例如,一个包含 1 000 条路段和 10 个时间周期的道路网络共有 10 000 个相关随机量。当处理如此高维度的相关随机量时,传统的蒙特卡洛仿真方法往往需要大量的场景才能反应出随机变量之间的相关性<sup>[4]</sup>,进而导致过长的求解时间。而基于 copula 的情景生成(Scenario Generation, SG)技术<sup>[14]</sup>已经被证明能以很少数量的场景有效地反映高维随机变量之间的相关性<sup>[15]</sup>。因此,本文旨在结合智能优化算法良好的寻优能力和 SG 技术处理高维相关随机变量的优异性能,提出一类适用于不同规模 SVRP 的智能随机优化方法,解决考虑时空相关随机行驶时间的 SVRP。

## 2 问题描述与模型建立

### 2.1 问题描述

定义有向道路网络  $G=(N,E)$ ,其中  $N=\{0,1,2,\dots,n\}$  是道路路口节点集合; $E$  是所有路段边的集合。假定所有顾客位于道路路口节点处,节点 0 代表车场,节点 1 到  $c$  对应于要服务的顾客节点。由于两个顾客节点不一定直接相连,所以两个顾客节点  $i$  和  $j$  之间的实际行驶路径是由一系列道路路口节点和路段所组成的  $\langle i'_1,(i'_1,i'_2),i'_2,\dots,i'_{l-1},(i'_{l-1},i'_l),i'_l \rangle$ ,且  $i'_1=i, i'_l=j$ ,所有路段  $(i'_w,i'_{w+1}) \in E, 1 \leq w \leq l-1$ 。每个顾客节点  $i$  都对应着一个非负的需求量  $d_i$  和一个非负的服务时间  $s_i$ 。在道路网络  $G$  中,路段  $(i,j)$  的距离为  $b_{ij}$ 。

$V$  代表车场中可用的同类型车辆的数量,每辆车的最大载重为  $q$ . 每位司机的规定工作时长为  $WT$ ,超过此时长需支付给司机额外的加班费用.

在时空相关的道路网络中,整个计划期被分为  $P$  个时间周期.  $[L_p, U_p]$  表示第  $p$  个时间周期,  $p=1,2,\dots,P$ .  $v_{ijp}$  是表示路段  $(i, j)$  在第  $p$  个时间周期的车辆行驶速度的随机变量,其均值和方差分别为  $\mu_{v_{ijp}}$  和  $\sigma_{v_{ijp}}$ . 设定随机速度变量  $v_{ijp}$  和  $v_{i'j'p'}$  之间的皮尔逊相关系数为  $r_{ijp}^{i'j'p'}$ . 所有路段在所有时间周期的车辆行驶速度变量服从由随机场景集合  $\xi$  表示的联合分布. 随机场景集合  $\xi$  能有效反映随机速度变量  $v_{ijp}$  的均值  $\mu_{v_{ijp}}$  和方差  $\sigma_{v_{ijp}}$ , 以及任意两个随机速度变量之间的相关系数  $r_{ijp}^{i'j'p'}$ . 随机场景集合  $\xi$  包含了  $M$  个场景向量,每一个场景向量  $\xi_m$  为所有随机速度变量的一组可能取值,  $m=1,\dots,M$ .  $v_{ijp}^{\xi_m}$  代表在场景  $\xi_m$  中路段  $(i, j)$  在第  $p$  个时间周期的车辆行驶速度取值. 定义  $l_i^{\xi_m}$  为场景  $\xi_m$  中车辆离开点  $i$  的时间,  $l_i^{\xi_m} \in [L_p, U_p]$ . 由于考虑了时间依赖性,一条路段的车辆行驶速度在不同的时间周期会存在差异. 因此在场景  $\xi_m$  中,车辆以不同的时间离开点  $i$  时,点  $i$  到点  $j$  的行驶时间  $t_{ij}^{\xi_m}$  和  $\text{CO}_2$  排放量  $e_{ij}^{\xi_m}$  都会随出发时间  $l_i^{\xi_m}$  的变化而变化.  $RT_k^{\xi_m}$  为在场景  $\xi_m$  中车辆  $k$  返回车场的时间.  $c_1$  为司机单位时间的加班费用,  $c_2$  为车辆单位  $\text{CO}_2$  的排放成本. 为了不失一般性,本文不考虑车辆在车场或节点处等待以避免交通拥堵的情况.

在目标函数中,本文综合考虑了以司机加班成本为代表的经济成本和以二氧化碳排放成本为代表的环境成本. 针对经济成本,物流企业的运作中,除了人力成本,还存在油耗成本、维修成本、折旧成本等. 然而,由于汽车的油耗量与二氧化碳排放量近似成正比<sup>[16]</sup>,本文优化二氧化碳排放成本可以间接地降低油耗成本. 其次,车辆的维修成本和折旧成本受多种因素影响,如货物的类别和司机的驾驶技术等,而难以在数学模型中准确地进行量化表达. 因此,本文选取人力成本(司机加班成本)作为经济成本的代表. 另一方面,针对环境成本,虽然汽车尾气中包含二氧化碳、碳氢化合物、一氧化碳等多种气体,但与二氧化碳排放量(对于轻型车,与油耗量的比值约为  $2.3 \text{ kg/L}$ )相比,尾气中的碳氢化合物和一氧化碳等气体的排放水平很低(与油耗量的比值约  $0.01 \text{ kg/L}$ )<sup>[16]</sup>. 并且,由于碳交易市场的建立,二氧化碳排放量可以直接转化为企业的一项经济成本来进行优化. 因此,本文选

取二氧化碳排放成本来代表环境成本.

在此 SVRP 中,要求每一位顾客的货物被分配到合适的车辆上,且每位顾客只能被一辆车服务一次,所有顾客的需求都必须被满足. 每辆车从车场出发最后再返回车场,车辆的载重不能超过最大载重限制. 本问题的目标是,通过确定三个决策变量  $x_{ijk}$ ,  $y_{ik}$  和  $z_{ij}^{\xi_m}$  的值来最小化所有车辆的加班费用和  $\text{CO}_2$  排放成本的总和. 如果车辆  $k$  服务顾客  $i$  之后立即服务顾客  $j$ , 则  $x_{ijk}$  为 1, 否则为 0. 如果顾客  $i$  由车辆  $k$  服务, 则  $y_{ik}$  为 1, 否则为 0. 如果在场景  $\xi_m$  中边  $(i', j')$  是顾客点  $i$  到  $j$  之间实际行驶路径的一部分, 则  $z_{ij}^{\xi_m}$  为 1, 否则为 0. 与文献[1]相同, 本文将两个顾客点之间的路径决策( $z_{ij}^{\xi_m}$ )作为一种应对随机交通环境的补偿方式.

本文利用运输排放和能源消耗计算方法(MEET)<sup>[17]</sup>来计算车辆行驶过程中  $\text{CO}_2$  的排放量. 对于以速度  $v$ (单位:  $\text{km/h}$ )行驶的  $7.5 \sim 16 \text{ T}$  的卡车,式(1)计算了其行驶单位距离的  $\text{CO}_2$  排放量  $e$ (单位:  $\text{g/km}$ ).

$$e=871-16 v+0.143 v^2+32031/v^2 \quad (1)$$

## 2.2 数学模型

所研究的 SVRP 的两阶段随机规划模型如下式.

$$\min F(x_{ijk}, y_{ik}, z_{ij}^{\xi_m}) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M h_{\xi_m} \quad (2)$$

s. t.

$$\sum_{i=0}^c x_{ijk} = y_{jk}, \forall j = 1, \dots, c, k = 1, \dots, V \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^c x_{ijk} = y_{ik}, \forall i = 1, \dots, c, k = 1, \dots, V \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^V y_{ik} = 1, \forall i = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^V \sum_{j=1}^c x_{0jk} = V \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^V \sum_{i=1}^c x_{i0k} = V \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^c d_i \cdot y_{ik} \leq q, \forall k = 1, \dots, V \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ijk} = |S| - 1, S \subseteq \{1, \dots, n\},$$

$$2 \leq |S| \leq n - 1, k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$x_{ijk}, y_{ik} \in \{0, 1\}, \forall i, j = 0, \dots, n, i \neq j,$$

$$k = 1, \dots, V \quad (10)$$

对于每一个场景  $\xi_m$ :

$$h_{\xi_m} = \min(c_1 \cdot \sum_{k=1}^V \max\{RT_k^{\xi_m} - WT, 0\} + c_2 \cdot \sum_{i=0}^c \sum_{j=0}^c \sum_{k=1}^V \sum_{(i',j') \in E} x_{ijk} \cdot e_{ij'}^{\xi_m} \cdot z_{ij'}^{ij\xi_m}) \quad (11)$$

$$e_{ij'}^{\xi_m} = (871 - 16v_{ij'p}^{\xi_m} + 0.143v_{ij'p}^{\xi_m})^2 + 32031/(v_{ij'p}^{\xi_m})^2 \cdot b_{ij'}^{\xi_m}, \forall (i', j') \in E, l_{ij'}^{\xi_m} \in [L_p, U_p], m = 1, \dots, M \quad (12)$$

$$t_{ij'}^{\xi_m} = \frac{b_{ij'}^{\xi_m}}{v_{ij'p}^{\xi_m}}, \forall (i', j') \in E, l_{ij'}^{\xi_m} \in [L_p, U_p] \quad (13)$$

$$l_j^{\xi_m} = \sum_{k=1}^V \sum_{i=0}^c x_{ijk} \cdot (l_i^{\xi_m} + \sum_{(i',j') \in E} t_{ij'}^{\xi_m} \cdot z_{ij'}^{ij\xi_m}) + s_j, \forall j = 1, \dots, c, m = 1, \dots, M \quad (14)$$

$$l_j^{\xi_m} = \sum_{k=1}^V \sum_{i=0}^c \sum_{j=0}^c x_{ijk} \cdot (l_i^{\xi_m} + t_{ij'}^{\xi_m} \cdot z_{ij'}^{ij\xi_m}), \forall j = c+1, \dots, n, (i', j') \in E, m = 1, \dots, M \quad (15)$$

$$l_0^{\xi_m} = 0, \forall m = 1, \dots, M \quad (16)$$

$$RT_k^{\xi_m} = \sum_{i=1}^c x_{i0k} \cdot (l_i^{\xi_m} + \sum_{(i',j') \in E} (t_{ij'}^{\xi_m} \cdot z_{ij'}^{i0\xi_m})), \forall k = 1, \dots, V, m = 1, \dots, M \quad (17)$$

$$\sum_{j' \in \Gamma_i^+} z_{ij'}^{ij\xi_m} - \sum_{j' \in \Gamma_i^-} z_{ij'}^{ij\xi_m} = \begin{cases} 1, & \text{if } i' = i, \\ -1, & \text{if } i' = j, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (18)$$

$$z_{ij'}^{ij\xi_m} \in \{0, 1\}, \forall i, j = 0, \dots, c, m = 1, \dots, M, (i', j') \in E \quad (19)$$

第一个阶段的主问题(式(2)~式(10))是一个经典的确定性车辆路径问题模型. 其以最小化第二阶段子问题(式(11)~式(19))在所有场景下的目标值的均值为目标函数, 即式(2). 式(3)~式(4)规定只有当车辆服务这个顾客时, 这辆车才能到达和离开这个顾客节点. 式(5)保证每个顾客节点只由一辆车服务一次. 式(6)~式(7)保证所有车辆从车场出发最后再返回车场. 约束式(8)规定每辆车的负载不超过车辆的最大载重限制. 式(9)消除了车辆配送路线中出现子循环的情况. 式(10)给出了变量  $x_{ijk}$  和  $y_{ik}$  的取值范围. 式(11)为第二阶段的优化目标, 即最小化所有车辆的加班费用和  $\text{CO}_2$  排放成本的总和. 式(12)计算边  $(i', j')$  在场景  $\xi_m$  中的  $\text{CO}_2$  排放量. 式(13)计算在场景  $\xi_m$  中, 车辆以时间  $l_{ij'}^{\xi_m}$  离开时, 在边  $(i', j')$  上的行驶时间. 式(14)~(16)分别计算车辆离开顾客点  $j$ 、道

路路口节点  $j'$  和车场的时间. 式(17)计算车辆  $k$  在场景  $\xi_m$  中返回车场的时间. 式(18)描述了车辆从顾客点  $i$  到  $j$  的实际行驶路线的前后约束, 其中  $\Gamma_i^- = \{j' \in N | (j', i') \in E\}$  表示节点  $i'$  的前向节点的集合,  $\Gamma_i^+ = \{j' \in N | (i', j') \in E\}$  表示节点  $i'$  的后继节点的集合. 式(19)给出了变量  $z_{ij'}^{ij\xi_m}$  的取值范围.

### 3 智能随机优化方法

本文旨在针对考虑时空相关随机行驶时间的 SVRP 提出一个高效的算法求解框架. 为了适用于现实中问题规模较大的 SVRP, 本文利用智能优化算法进行解的寻优, 并创新性地将其与 SG 技术相结合, 提出一种智能随机优化方法. 该方法首先利用适用于车辆路径问题的智能优化算法在解空间中搜索候选解; 然后, 利用 SG 技术产生的代表时空相关随机行驶速度的场景集合对候选解进行评价. 混合粒子群优化 (Hybrid Particle Swarm Optimization, HPSO) 算法具有局部优化解与全局优化解相互结合的寻优机制, 能够成功地求解确定环境中的车辆路径问题等离散优化问题. 因此, 本文设计了一种 HPSO 算法来进行解的寻优. 在 HPSO 算法中, 我们设计了一种贪婪的启发式方法来得到真实道路网络中两个顾客点之间的具体行驶路径; 引入了可变邻域下降算法来对粒子群优化算法搜寻到的解进行局部提升; 并设计退火策略来更新自身最优解以避免陷入局部最优.

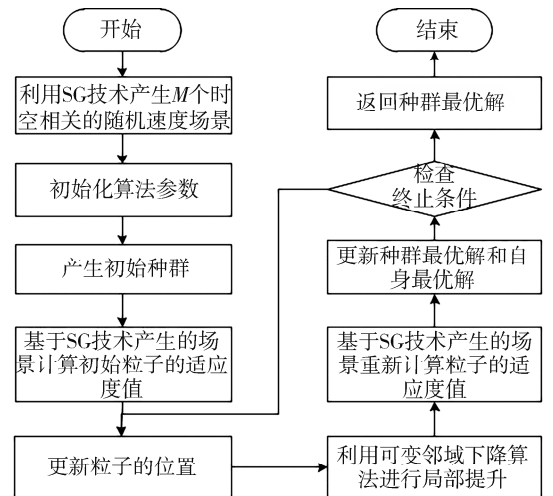


图 1 基于 HPSO 的智能随机优化方法流程图  
Fig. 1 Flow chart of the HPSO-based intelligent stochastic optimization method

图 1 展示了本文提出的基于 HPSO 的智能随



机优化方法的流程. 其中, 我们首先利用 SG 技术产生能够代表真实道路网络中时空相关随机速度的  $M$  个随机场景; 然后, 利用 HPSO 算法搜寻解空间, 找到候选解; 再基于 SG 技术产生的随机场景计算并返回给 HPSO 算法该候选解的适应度值, 以帮助 HPSO 算法继续搜寻解空间找到最优解. 算法的主要部分介绍如下.

3.1 随机速度场景的产生

在随机优化的框架下, 首先我们使用基于 copula 的 SG 技术<sup>[16]</sup>产生能代表时空相关的随机行驶速度的随机场景集合. 在给定相同输入数据的情况下, 每次运行此 SG 技术会产生相同的随机场景集. 因此, 当所研究的时空道路网络不发生改变时, 随机场景只需要产生一次. 利用 SG 技术产生随机场景集的具体操作步骤如下.

**Step1:** 输入所有随机速度变量的边际分布函数;

**Step2:** 输入能代表随机速度变量之间时空相关性的相关系数矩阵;

**Step3:** 使用基于 copula 的 SG 技术产生随机场景集合  $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M\}$ , 其中每个场景的发生概率为  $1/M$ .

3.2 粒子的编码与解码

本文采用没有分隔符的所有顾客节点的序列来编码所有粒子. 然后, 利用传统的随机分割算子进行解码, 即将粒子随机分割为与车辆数相等的  $V$  段. 如图 2 所示, 需要配送的 10 个顾客节点被依次划分到 3 辆车上进行配送.

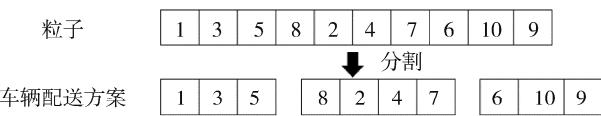


图 2 粒子表示方式  
Fig. 2 Representation of a particle

利用随机分割算子可以得到每一辆车服务顾客的序列  $(x_{ijk})$ . 然而, 针对本文所研究的真实道路网络, 还需要决策每两个相邻的顾客点之间的行驶路径  $(z_{ij}^{\xi_m})$ . 考虑到现实交通环境中路网车辆行驶时间的时空依赖性, 即一条路段的车辆行驶速度会在不同的时间周期存在差异, 本文设计一种贪婪的启发式方法来决定两个顾客节点之间的行驶路径. 具体而言, 我们在车辆从初始顾客节点出发时, 首先基于出发时刻道路网络的车辆行驶速度, 利用 Dijkstra's 算法计算得到一条到目的顾客节

点行驶时间最短的路径; 当车辆按照此最短路径行驶到下一个道路节点时, 再次利用 Dijkstra's 算法计算得到一条到目的顾客节点的最短行驶路径; 此过程重复进行, 直到车辆到达目的顾客节点.

3.3 种群初始化

为了更好地引导解的搜寻方向, 我们首先利用最近邻点启发式方法得到一个初始粒子. 在这个启发式方法中, 车辆总会选择距离当前节点最近的顾客点作为下一个配送目标, 若配送下一个顾客点的货物会导致车辆超载, 则安排下一辆车从车场出发以下一个顾客点为第一个配送点继续进行配送, 直至所有顾客点的货物全部配送完毕. 然后, 种群中剩余的其他粒子均随机产生.

3.4 粒子的评价

为了增强算法搜索的多样性, 本文允许非可行解以一定的惩罚费用进入寻优过程, 并利用式(21)对候选解进行评价. 其中,  $F$  为 SVRP 的原始目标函数(式(2))的值;  $c_l$  为对超载货物的惩罚系数;  $OL$  为当前粒子超载的货物量;  $t$  为算法迭代的次数.

$$Z = F + c_l \cdot OL \cdot t \tag{21}$$

基于 SG 技术产生的随机场景集  $\xi$ , 分别对每一辆车的配送路线进行评价. 具体过程如下.

**Step1:** 令  $m = 1$ ;

**Step2:** 若  $m \leq M$ , 重复 step3 和 step4, 否则转到 step5;

**Step3:** 在场景  $\xi_m$  中, 对所有相邻的顾客点对  $(i, j)$ , 利用 3.2 节所述方法计算顾客点  $i$  到顾客点  $j$  之间的行驶路径, 并根据式(12)计算  $h_{\xi_m}$  的值;

**Step4:** 置  $m \leftarrow m + 1$ ;

**Step5:** 根据式(2)计算  $F$  的值, 然后根据式(21)计算  $Z$  的值.

由于在随机环境中对一个粒子进行评价需要计算其在  $M$  个场景下的适应度值, 所以随机问题中解的评价时间会比起对应确定问题中解的评价时间长很多. 为了节约计算时间, 在用于全局搜索的粒子群优化算法中, 我们使用  $M$  个场景对解进行评价, 而在用于局部提升的可变邻域下降算法中, 我们仅使用一个确定场景. 在此确定场景中, 各路段各时间周期的车辆行驶速度设置为相应随机速度变量的均值.

3.5 粒子位置的更新

用于全局搜索的粒子群优化算法根据一定的执行概率利用三个作用于粒子的随机变化操作, 即

突变、与自身最优解交叉和与种群最优解交叉,来更新粒子的位置. 具体使用的算子分别是 swap-mutation 算子、erXover 算子和 erXover 算子. swapmutation 算子是经典的变异算子,即随机选择粒子中的两个顾客点交换其位置;erXover 算子基于所选父辈粒子中每一个节点的邻居节点数量,通过循环地选出当前节点的相邻节点中具有最少剩余邻居节点数量的节点,来进行边的重组以得到交叉后的粒子位置.

用于局部提升的可变邻域下降算法依次使用三种路径间变化算子 crossover、swap(2, 2)和 shift(1, 0),以及两种路径内变化算子 2-opt 和 relocate. 对于以一定概率从种群中随机选择出的一个粒子,首先对其执行 crossover 算子,如果找到更好的解就更新当前粒子位置,并依次执行 2-opt 算子和 relocate 算子;如果没有找到更好的解就按此规则依次执行路径间变化算子 swap(2, 2)算子和 shift(1, 0)算子. 以此类推,直至执行完 shift(1, 0)算子且没有找到更好的解,则结束该可变邻域下降算法,返回粒子的当前位置.

其中,路径间变化算子 crossover 是随机选择分段点,将两个父辈粒子都分割为前后两部分,再将父辈粒子 1 的前一部分和父辈粒子 2 的后一部分组合成为改进的粒子,并将剩下的两部分组合成为另一个改进的粒子. swap(2, 2)算子是从两个父辈粒子中分别选择两个相连的节点片段,并交换这两个所选片段的位置以组成改进的粒子. shift(1, 0)算子是将一个父辈粒子中的一个顾客节点插入另一个父辈粒子中,以得到改进的粒子. 路径内变化算子 2-opt 算子先将当前粒子的两条边断开,并组成另外两条新的边来代替断开的边,得到改进的粒子. relocate 算子是将一个顾客节点从粒子中移除,再重新插入到当前粒子的其他相邻节点之间以改进粒子性能.

3.6 更新自身最优解和种群最优解

本文所提出的 HPSO 算法利用退火的策略来更新自身最优解. 在此策略中,不只有比当前自身最优解性能更优的解可以被设定为自身最优解,比当前自身最优解差的解在满足条件  $u \leq e^{-100 \cdot (f - f_{best}) / (T^{(t)} \cdot f_{best})}$  时也可以被设定为自身最优解. 其中  $u$  是一个服从于均匀分布  $U(0, 1)$  的随机数; $f$  代表更差的解的适应度值; $f_{best}$  代表当前粒子自身最优解的适应度值; $T^{(t)}$  代表当前算法第  $t$  次迭代的温度,并且满足  $T^{(t)} = 0.65 \cdot T^{(t-1)}$ .

其中 0.65 是退火系数,  $T^{(t-1)}$  代表第  $t-1$  次迭代时的温度. 若此次迭代找到比种群最优解更优的解,则更新种群最优解.

3.7 检查操作和终止条件

每次迭代后,检查是否达到了给定算法的最大迭代次数或达到种群最优解连续未更新的最大迭代次数. 如果满足任一条件,算法运行终止,返回种群最优解作为此智能随机优化方法找到的最佳解.

4 数值实验

4.1 算例描述

为了验证设计的智能随机优化方法的有效性, 本文基于 Augerat 等<sup>[18]</sup>提出的带有装载限制的车辆路径问题算例 A-n36-k5, 构建了车场和顾客数量的总和分别为 19、27 和 36 的三个算例集. 这 3 个算例集的顾客需求分别为 A-n36-k5 中前 19、27 和 36 个顾客的需求, 其中第一个节点为需求等于 0 的车场. 车场中可利用的车辆数分别为 3、4、5, 且每辆车的最大载重与算例 A-n36-k5 中的设置一致. 所有测试算例均定义在包含 327 个节点和 1 207 条边的北京市区道路网络上. 在每一个算例集中, 利用 Huang 等<sup>[1]</sup>使用的方法得到顾客随机分布(R)、集中分布(C)、一部分随机分布另一部分集中分布(RC)的 3 个算例. 图 3 展示了在简化的北京道路网络中算例 R36 的顾客分布情况.

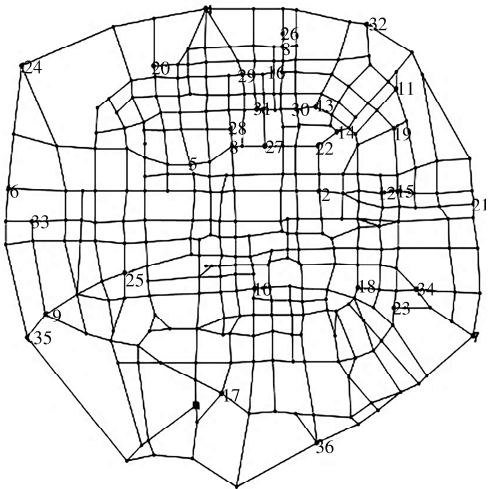


图 3 算例 R36 的顾客分布  
Fig. 3 Distribution of customers in instance R36

司机的单位时间加班费用  $c_1$  设置为 25 元/h. 根据报告<sup>[19]</sup>, 单位 CO<sub>2</sub> 排放成本  $c_2$  设置为 248.15 元/吨. 以早班为例, 设定车辆在早上 8 : 30 离开车场, 中午 12 : 00 返回, 则司机的工作时长  $WT$

为 3.5 h. 每位顾客的服务时间设为 20 min. 道路交通情况变化的时间周期设置为 30 min, 则整个计划期有 8 个时间周期(如表 1 所示). 因此, 本文需要处理含有  $9\,656(1\,207 \times 8)$  个相关随机量的时空网络.

与文献[15]一致, 本文设定每条路段每个时间周期的车辆行驶速度服从有界 beta 分布. 其中, 参数  $\alpha$  和  $\beta$  等于  $D_{\max}/(l \cdot K_p)$ ,  $D_{\max}$  表示道路网络中距离最长的路段长度,  $l$  为当前路段的长度,  $K_p$  为当前时间周期道路拥堵程度的常数, 且  $K_p$  越小代表道路越拥堵. 每一个时间周期道路网络的  $K_p$  值、最大、最小和平均的车辆行驶速度如表 1 所示. 为了表示道路网络行驶时间的时空相关性, 本文设定两个连续时间周期之间的时间相关系数为 0.4; 两个相邻路段之间的空间相关系数为 0.4; 相邻路段在相邻时间周期的时空相关系数为其时间相关

系数与空间相关系数的乘积; 其他情况下的相关系数为 0. 利用样本内外测试方法, 发现对于所构建的测试算例, 10 个随机场景即可保证对解评价误差在 2% 以内, 因此本文设定随机场景数量  $M$  为 10.

通过多次实验比较, 设定智能随机优化方法的参数如下: 种群中的粒子总数为 20, 超载货物的惩罚系数  $c_l$  为 0.5, 用于更新粒子位置的 swapmutation 算子的执行概率为 0.2, erXover 算子的执行概率为 0.6, 执行可变邻域下降算法时从种群中选择粒子的概率为 0.3, 更新自身最优解时的初始温度  $T^{(0)}$  为 30, 程序的最大迭代次数为 500, 种群最优解连续未更新的最大迭代次数为 100. 所有程序使用 MATLAB R2016b 编写, 程序运行环境为 Inter Core i5-6200U CPU @ 2.30 GHz 和 12 GB RAM 的笔记本电脑.

表 1 各时间周期速度分布的设定  
Tab. 1 Speed distribution settings for each time period

速度/(km/h)	8:30—9:00	9:00—9:30	9:30—10:00	10:00—10:30	10:30—11:00	11:00—11:30	11:30—12:00	12:00以后
$K_p$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
最大速度	25	29	33	37	41	45	49	53
最小速度	5	19	23	27	31	35	39	43
平均速度	20	24	28	32	36	40	44	48

4.2 实验结果

4.2.1 算法比较 为了检验设计的 HPSO 算法的求解性能, 本文将其与单纯的粒子群优化算法和混合遗传算法进行对比. 其中, 提出的 HPSO 算法中若不使用用于局部提升的可变邻域下降算法, 即为粒子群优化算法; 传统的遗传算法结合上述可变邻域下降算法, 即构成混合遗传算法. 其中所用到的选择算子为锦标赛选择算子, 交叉和变异算子分别为 erXover 算子和 swapmutation 算子. 所有算法运行 10 次, 结果的平均值如表 2 所示. 由于对于同一个时空网络, 利用 SG 技术产生的随机场景可以重复使用, 表格中的程序运行时间不包含产生随机场景的时间.

表 2 中的结果表明, 混合粒子群优化算法在求解质量和计算效率上均具有一定的优势. 虽然, 粒子群优化算法所用时间很短, 但由于没有对解进行局部提升, 其求解性能明显差于另外两种混合算法. 混合粒子群优化算法和混合遗传算法的求解时间差异不大, 但是很明显, 对于所有算例, 混合粒子群算法的求解性能总是更优.

4.2.2 时空相关性分析 为了进一步分析在

SVRP 中考虑道路网络车辆行驶时间的相关性的意义, 本文以算例 R27 为例比较了不同的时间和空间相关系数组合下的求解结果. 取 10 次运行的最佳解, 结果如表 3 所示. 在相关系数不同的随机场景中, 同一个解的评价值会存在差异; 为了研究不同相关系数组合对解的影响, 本文利用时间和空间相关系数均为 0.4 的随机场景重新计算了所有解的目标值, 并将其作为比较基准值.

表 3 中的结果表明, 考虑与不考虑时空相关性所得到的解会存在一定差异; 考虑不同的时间和空间相关系数组合往往会得到不同的解, 进而导致不同的总成本; 并且, 若考虑的时间和空间相关系数与实际情况不符, 往往会得到在实际中表现更差的解. 因此, 准确地考虑真实道路网络中车辆行驶时间所存在的时空相关性才能得到适用于实际交通环境的最优路径决策方案.

本文进一步分析了不同空间和时间相关系数分别对各项成本的影响. 图 4 展示了时间相关系数(或空间相关系数)为 0.4 时, 不同空间相关系数(或时间相关系数)下各项成本的数值. 由图 4 可以看出, 总成本的波动主要来源于加班费用的波动, 这说明相比于 CO<sub>2</sub> 排放成本, 司机加班时间(费

用)受不同空间和时间相关系数的影响较大. 因此,考虑道路网络车辆行驶时间的时空相关性对企  
业减少司机的加班时间和提高物流配送效率有重要的现实意义.

表 2 不同算法结果比较  
Tab. 2 Comparison of results for different algorithms

编号/车辆数	粒子群优化算法				混合遗传算法				混合粒子群优化算法			
	加班费用/元	排放成本/元	总成本/元	运行时间/min	加班费用/元	排放成本/元	总成本/元	运行时间/min	加班费用/元	排放成本/元	总成本/元	运行时间/min
C19/3	62	20	82	0.02	30	18	48	10	26	17	43	8
R19/3	86	26	112	0.02	41	22	63	11	34	21	55	9
RC19/3	86	21	107	0.02	31	19	50	9	24	17	41	9
C27/4	103	22	125	0.02	22	20	42	24	16	19	35	21
R27/4	122	32	154	0.02	68	29	97	22	53	24	77	30
RC27/4	114	24	138	0.02	43	22	65	24	37	22	59	31
C36/5	168	31	199	0.03	54	26	80	48	34	23	57	45
R36/5	154	36	190	0.03	106	37	143	42	94	35	129	40
RC36/5	161	32	193	0.03	63	27	90	48	60	26	86	50

表 3 不同时空相关系数组合下的总成本(单位:元)  
Tab. 3 Total cost in terms of different time-and space-correlation combinations (unit: yuan)

时间相关系数	空间相关系数					
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0	81	85	83	79	84	79
0.2	83	80	82	83	83	79
0.4	80	81	78	82	80	83
0.6	82	81	80	79	82	79
0.8	82	81	84	79	82	79
1	79	80	79	79	79	79

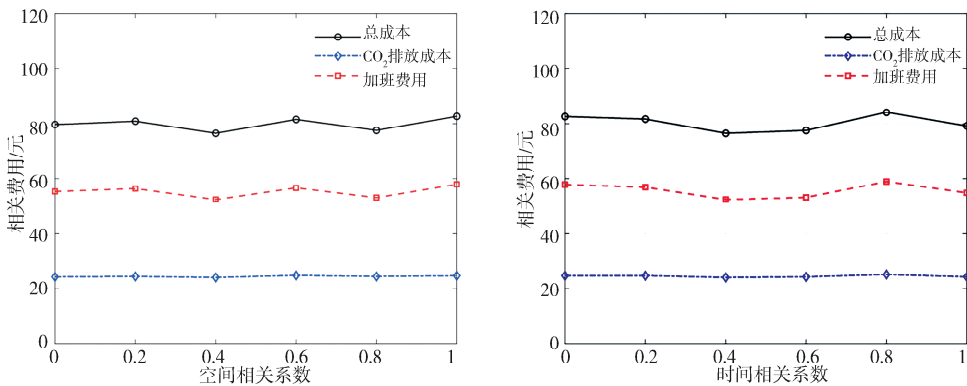


图 4 不同空间和时间相关系数组合下的各项成本  
Fig. 4 Costs in terms of different time-and space-correlation combinations

5 结 论

本文以真实的城市道路网络为背景,以最小化司机加班费用和车辆 CO<sub>2</sub>排放成本的总和为目标,研究了考虑时空相关的随机行驶时间的车辆路径问题. 首先,建立了该问题的两阶段随机规划模型. 然后,结合智能优化和随机优化技术,提出了一种智能随机优化方法. 该方法利用一种结合了可变邻域下降算法的 HPSO 算法进行解的寻优,

并利用基于 copula 的 SG 技术产生随机场景来对候选解进行评价.

基于北京市区道路网络,本文进行了一系列的数值实验. 实验结果验证了所提出的智能随机优化方法的有效性. 同时,结果表明对于所研究的问题,提出的混合粒子群优化算法的寻优性能优于混合遗传算法以及传统的粒子群优化算法;考虑真实道路网络中车辆行驶时间之间的时空相关性能够得到更加符合实际交通环境需求的车辆路径方案,

从而帮助企业在综合考虑经济和环境成本的情况下做出更高效的车辆路径决策。

本文的数值实验是基于假设的时空相关车辆行驶速度数据, 未来的研究将通过获取真实的交通数据来进行实证研究。另一方面, 近年来, 一些精确算法被提出求解具有特定特征的 VRP。未来的研究可以在本文提出的算法框架下, 利用这些精确算法替换本文用于寻优的 HPSO 算法, 来求解考虑时空相关的随机行驶时间的 SVRP, 并对比研究其与本文提出的智能随机优化方法的性能差异以及各自的适用场景。未来的研究还可以集中在考虑更多的实际应用场景, 比如多个优化目标、异质型的车辆、顾客服务时间窗的限制等。

### 参考文献:

- [1] Huang Y, Zhao L, Van Woensel T, *et al.* Time-dependent vehicle routing problem with path flexibility [J]. *Transp Res Pt B: Methodol*, 2017, 95: 169.
- [2] Secomandi N, Margot F. Reoptimization approaches for the vehicle-routing problem with stochastic demands [J]. *Oper Res*, 2009, 57: 214.
- [3] Bent R W, Van Hentenryck P. Scenario-based planning for partially dynamic vehicle routing with stochastic customers [J]. *Oper Res*, 2004, 52: 977.
- [4] Gendreau M, Jabali O, Rei W. Future research directions in stochastic vehicle routing [J]. *Transp Sci*, 2016, 50: 1163.
- [5] 李相勇, 田澎. 带时间窗和随机时间车辆路径问题: 模型和算法[J]. *系统工程理论与实践*, 2009, 29: 81.
- [6] Rachtan P, Huang H, Gao S. Spatiotemporal link speed correlations: Empirical study [J]. *Transp Res Record*, 2013, 2013: 34.
- [7] Cheng T, Haworth J, Wang J. Spatio-temporal autocorrelation of road network data [J]. *J Geogr Syst*, 2012, 14: 389.
- [8] Ermagun A, Chatterjee S, Levinson D. Using temporal detrending to observe the spatial correlation of traffic [J]. *PloS One*, 2017, 12: e0176853.
- [9] Prakash A A. Pruning algorithm for the least expected travel time path on stochastic and time-dependent networks [J]. *Transp Res Pt B-Methodol*, 2018, 108: 127.
- [10] Min W, Wynter L. Real-time road traffic prediction with spatio-temporal correlations [J]. *Transp Res Pt C-Emerg Technol*, 2011, 19: 606.
- [11] Rostami B, Desaulniers G, Errico F, *et al.* The vehicle routing problem with stochastic and correlated travel times [R]. Montreal: Polytechnique Montreal, 2017.
- [12] Rajabi-Bahaabadi M, Shariat-Mohaymany A, Babaei M, *et al.* Reliable vehicle routing problem in stochastic networks with correlated travel times [J]. *Oper Res*, 2019, 21: 299.
- [13] Avraham E, Raviv T. The data-driven time-dependent traveling salesperson problem [J]. *Transp Res Pt B-Methodol*, 2020, 134: 25.
- [14] Kaut M. A copula-based heuristic for scenario generation [J]. *Comput Manag Sci*, 2013, 11: 503.
- [15] Guo Z, Wallace S W, Kaut M. Vehicle routing with space-and time-correlated stochastic travel times: Evaluating the objective function [J]. *INFORMS J Comput*, 2019, 31: 654.
- [16] British Columbia Ministry of Environment and Climate Change Strategy. 2020 B. C. best practices methodology for quantifying greenhouse gas emissions [R]. Victoria: British Columbia Ministry of Environment and Climate Change Strategy, 2021.
- [17] Hickman J, Hassel D, Joumard R, *et al.* Methodology for calculating transport emissions and energy consumption [R]. Brussels: Commission of the European Communities, 1999.
- [18] Augerat P, Belenguer J, Benavent E, *et al.* Computational results with a branch and cut code for the capacitated vehicle routing problem [R]. Grenoble: Institut National Polytechnique, 1995.
- [19] Price R, Thornton S, Nelson S. The social cost of carbon and the shadow price of carbon: What they are, and how to use them in economic appraisal in the UK [R]. London: Department for Environment, Food and Rural Affairs, 2007.

### 引用本文格式:

中文: 张冬青, 郭钊侠, 张殷杰. 考虑时空相关随机行驶时间的车辆路径问题模型与算法[J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2021, 58: 067001.

英文: Zhang D Q, Guo Z X, Zhang Y J. Model and algorithm for vehicle routing problem with spatial-temporal correlated stochastic travel times [J]. *J Sichuan Univ: Nat Sci Ed*, 2021, 58: 067001.