

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2020.06.019

利用动力学去耦合脉冲增大和 调节量子相干性和三体纠缠

贺启亮, 丁敏, 宋晓书, 肖勇军
(贵州师范大学物理与电子科学学院, 贵阳 550001)

摘要: 本文研究了动力学去耦合脉冲对腔量子电动力学系统中量子相干性, 量子失谐和量子纠缠的影响, 发现动力学去耦合脉冲不仅能够增大系统中两原子之间的量子相干性, 同时也能增大它们之间非经典关联(量子失谐和量子纠缠). 另外, 凭借迹距离的方法, 探讨了动力学去耦合脉冲增大两原子之间量子相干性的原因, 通过探究可以看出动力学去耦合脉冲能够控制和加速量子信息从其他子系统回流到两个原子中去, 并减少两原子子系统和其他子系统之间的量子信息流动, 从而增加两原子间的量子相干性和非经典关联. 最后, 利用保真度的方法研究了系统中三体纠缠出现的情况, 结果显示在不同的时间, 系统中会出现三体纠缠, 特别值得指出的是, 可以通过动力学去耦合脉冲来调节和增加系统中三体纠缠出现的时间.

关键词: 腔量子电动力学系统; 量子相干性; 三体纠缠; 动力学去耦合脉冲

中图分类号: O431.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2020)06-1137-10

Enhancement of quantum coherence and three-body entanglement by dynamical decoupling pulses

HE Qi-Liang, DING Min, SONG Xiao-Shu, XIAO Yong-Jun
(School of Physics and Electronics, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China)

Abstract: The influence of dynamical decoupling pulses on the quantum coherence, quantum entanglement and quantum discord in cavity quantum electrodynamics system is investigated. We find that the quantum coherence and non-classical correlations (entanglement and quantum discord) between two atoms can be increased by applying a train of dynamical decoupling pulses. Furthermore, by making use of the trace distance, we also explore the reason for enhancement of quantum coherence of two atoms. It is shown that the dynamical decoupling pulses can control and accelerate the return of quantum information from other subsystems to two atoms, and reduce the flow of quantum information between two atoms and other subsystems, which leads to the increase of quantum coherence and non-classical correlations between two atoms. Finally, we investigate the three-body entanglement of the system by using state preparation fidelity. It demonstrates that the genuine three-body entanglement may emerge in the system during the evolution of time. In particular, the period of emergence of three-body entanglement can be adjusted and enhanced by dynamical decoupling pulses.

收稿日期: 2020-06-30

基金项目: 国家自然科学基金(11364006, 11264008); 贵州省科技计划项目(黔科合 LH 字[2017]7343); 贵州省普通高等学校低维凝聚态物理重点实验室项目(黔教合 KY 字[2016]002); 贵州师范大学博士基金

作者简介: 贺启亮(1982—), 男, 贵州遵义人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要研究领域为量子光学与量子信息. E-mail: heliang005@163.com

Keywords: Cavity quantum electrodynamics system; Quantum coherence; Three-body entanglement; Dynamical decoupling pulses

1 引言

量子相干性(quantum coherence)起源于量子态叠加原理,被认为是一种重要的物理资源,在量子物理与量子信息过程中扮演着非常重要的角色^[1-8].根据量子力学理论,量子相干性可以利用波函数的叠加或者密度矩阵的非对角元来进行描述.由于各种各样的量子效应,比如量子干涉、量子霍尔效应等都与量子相干叠加有着非常密切的关系.因此,量子态之间的相干叠加也被认为是非经典关联(例如量子纠缠(quantum entanglement),量子失谐(quantum discord)等)存在的必不可少的先决条件.近年来,许多研究都指出量子相干性可能是一种更为普遍,更为基础的量子资源^[9-15].特别在开放量子系统中,相较于其他非经典关联,量子相干性将更加强壮,而且在某些特定的情况下,其可以被冻结保持不变^[16].尽管量子相干性如此重要,但是其研究却发展相对缓慢,直到最近 Baumgratz 等人才提出了一个严密的理论来系统地刻画量子相干性^[17].基于这个理论,许多满足相干性度量约束条件的计算方法开始被提出,比如基于范数的相干性、基于相对熵的相干性^[17]、基于 skew 信息的相干性等^[18-19].另外,在生物物理中与量子相干性相关的实验证据也陆续被报道^[20-21].

另一方面,伴随着量子诱捕技术^[22]和高品质光学微波腔^[23]的快速发展,使得量子电动力学系统成为执行量子信息任务和完成量子信息过程最理想、最有潜力的候选者之一^[24-25].腔电动力学系统是将原子诱捕在光学微波腔中来实现的.在系统中,原子的特征状态可以存在相对较长的时间,这一先天性质使得它非常适用于量子信息的存储.同时在系统中,由于相对密闭的环境,光子也能更好地携带和传输量子信息.此外,在量子物理的基础研究中,特别是在相干性、非定域性、测量等方面,腔量子电动力学系统都扮演着非常重要的角色^[26].强耦合的腔电动力学系统实验为量子控制和量子信息科学本质特征的证明提供了有力的帮助,而且还为量子计算和量子通信技术的发展提供了非常重要的技术支持^[27-29].

综上所述,国内外研究者在量子相干性特性

研究^[9-16]、量子相干性度量方法^[17-19]、腔量子电动力学系统中量子关联研究^[24-26]以及基于腔量子电动力学系统的量子信息任务执行^[27-29]等方面都开展了许多的研究工作,但是对于利用去耦合脉冲在腔量子电动力学系统中增大量子相干性和调节三体纠缠的研究还未见相关报道.鉴于此,本文基于腔量子电动力学系统,研究了利用动力学去耦合脉冲增大两目标原子之间的量子相干性和非经典关联.计算表明,两个原子之间的量子相干性和非经典关联可以通过在系统中加入一连串的动力学去耦合脉冲来进行调节和增加.此外,本文还利用迹距离的方法探讨了动力学去耦合脉冲增加两原子之间量子相干性和非经典关联的原因,发现动力学去耦合脉冲能够控制和加速量子信息从其他子系统回流到两个原子中去,并减少两原子系统和其他子系统之间的量子信息流动,从而增加两个原子之间的量子相干性和非经典关联.最后,借助态制备保真度的方法研究了系统中三体纠缠出现的情况.结果显示,随着时间的演化,系统中会出现三体纠缠,三体纠缠出现的周期可以通过动力学去耦合脉冲来进行调节,并且系统出现三体纠缠的时间区域可以通过调节脉冲间隔时间来增加.

2 加入去耦合脉冲后系统随时间的动力学演化

考虑一个由两个二能级原子 A、B 与光腔进行相互作用组成的系统(如图 1 所示).

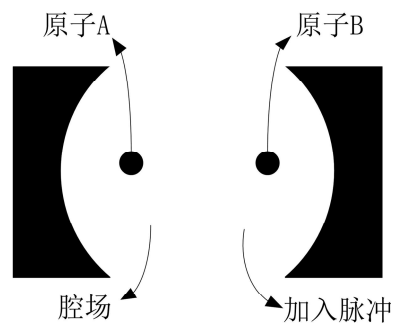


图 1 本文研究系统简要模型图

Fig. 1 Schematic diagram of the system investigated in this paper

在加入动力学去耦合脉冲和考虑旋波近的情况下,整个系统的哈密顿量可以写为^[30-31](设 $\hbar=1$):

$$H = H_0 + H_{\text{int}} + H_p \quad (1)$$

此处,

$$H_0 = \frac{\omega_0}{2} (\sigma_{\tilde{A}}^{\dagger} + \sigma_{\tilde{B}}^{\dagger}) + \omega a^{\dagger} a \quad (2)$$

$$H_{\text{int}} = g \sum_{i=\Lambda, B} (a \sigma_i^{\dagger} + a^{\dagger} \sigma_i^{-}) \quad (3)$$

$$H_p = V(t) a^{\dagger} a \quad (4)$$

这里, a^{\dagger} 和 a 是频率为 ω 的单模腔场的产生和湮灭算符; ω_0 是原子的跃迁频率; σ_i^{\dagger} 和 σ_i^{\pm} 是原子算符, 其定义为 $\sigma_i^{\dagger} = |e\rangle_i \langle e| - |g\rangle_i \langle g|$, $\sigma_i^{\pm} = |e\rangle_i \langle g|$ 和 $\sigma_i^{-} = |g\rangle_i \langle e|$, 这里的 $|e\rangle_i$ 和 $|g\rangle_i$ 代表第 i 个二能级原子的激发态和基态; g 是原子和腔场的耦合常数; $V(t) = V_0 \sum_{n=0}^{\infty} \theta(t - T - n(T + \tau)) \theta((n + 1)(T + \tau) - t)$, $\theta(t)$ 是一般的阶梯函数, T 是两个连续脉冲之间的时间间隔, V_0 是脉冲高度, τ 是脉冲宽度, 这两者满足条件 $V_0 \tau = \pi$, 这个情况意味着本文考虑的是 π 脉冲. 当考虑脉冲强度 V_0 足够大, 脉冲间隔时间 τ 足够短时, 可以得到:

$$U_p U_0 U_p \cong e^{-i m a^{\dagger} a} e^{-i(H_0 + H_{\text{int}})T} e^{-i m a^{\dagger} a} = e^{-i(H_0 - H_{\text{int}})T} \quad (5)$$

利用(4)式和(5)式, 不难得到当加入动力学去耦合脉冲后, 在时间 $t = 2N(T + \tau) + t_x$ 时系统随时间演化算符为:

$$U(t) = \begin{cases} U_0(t_x) [U_c]^N, & 0 \leq t_x < T \\ U_0(t_x - T) U_p(\tau) U_0(T) [U_c]^N, & T \leq t_x < 2T \end{cases} \quad (6)$$

这里 $N = \left[\frac{t}{2T} \right]$, $[\]$ 表示取整, t_x 表示在 N 个循环之后所剩余的时间; $U_0(t)$ 表示未加入动力学去耦合脉冲时系统哈密顿量的初始时间演化算符, 即: $U_0(t) = e^{-i(H_0 - H_{\text{int}})t}$ 表示加入脉冲之后系统经历一个基本周期的时间演化算符, 其能够被表达为:

$$U_c = U_p(\tau) U_0(T) U_p(\tau) U_0(T) \quad (7)$$

初始, 假设两个原子制备于量子关联态, 腔场制备于真空态, 即:

$$|\psi(0)\rangle = (\cos\theta |gg\rangle + \sin\theta |ee\rangle) \otimes |0\rangle \quad (8)$$

利用系统的时间演化算符 $U(t)$ 并对腔场求迹, 在标准正交基矢 $(|ee\rangle, |eg\rangle, |ge\rangle, |gg\rangle)$ 下可以得到两个原子之间的约化密度矩阵为:

$$\rho_{AB}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{14} \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 \\ \rho_{41} & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix} \quad (9)$$

此处,

$$\rho_{11}(t) = (\cos\theta)^2 |M_1(t)|^2$$

$$\rho_{23}(t) = (\cos\theta)^2 M_2(t) M_3^*(t) = \rho_{32}^*(t)$$

$$\rho_{33}(t) = (\cos\theta)^2 |M_3(t)|^2$$

$$\rho_{44}(t) = (\cos\theta)^2 |M_4(t)|^2 + (\sin\theta)^2$$

$$\rho_{14}(t) = \sin\theta \cos\theta M_1(t) = \rho_{41}^*(t)$$

$$\rho_{22}(t) = (\cos\theta)^2 |M_2(t)|^2 \quad (10)$$

这里,

$$M_1(t) = 3(\langle ee0|U(t)|gg2\rangle + \langle gg2|U(t)|$$

$$ee0\rangle) - \frac{3\sqrt{2}}{2}(\langle ee0|U(t)|ee0\rangle + \langle eg1|U(t)$$

$$|eg1\rangle + \langle eg1|U(t)|ge1\rangle + \langle ge1|U(t)|$$

$$eg1\rangle + \langle ge1|U(t)|ge1\rangle)$$

$$M_2(t) = \langle eg1|U(t)|ge1\rangle - \langle eg1|U(t)|eg1\rangle +$$

$$\langle ee0|U(t)|eg1\rangle + \langle ge1|U(t)|eg1\rangle - \langle ge1|$$

$$U(t)|ge1\rangle + \langle ge1|U(t)|ee0\rangle + \langle gg2|U(t)$$

$$|eg1\rangle + \langle gg2|U(t)|ge1\rangle + \frac{3\sqrt{2}}{4}(\langle ee0|U(t)$$

$$|eg1\rangle - \langle eg1|U(t)|ee0\rangle) - \frac{3}{2}\langle eg1|U(t)|$$

$$gg2\rangle - \frac{3}{2}\langle ge1|U(t)|gg2\rangle)$$

$$M_3(t) = \langle eg1|U(t)|eg1\rangle - \langle eg1|U(t)|ge1\rangle -$$

$$\langle ge1|U(t)|eg1\rangle + \langle ge1|U(t)|ge1\rangle -$$

$$\frac{3}{2}(\langle eg1|U(t)|gg2\rangle + \langle ge1|U(t)|gg2\rangle -$$

$$\langle gg2|U(t)|eg1\rangle) + \frac{3}{2}\langle gg2|U(t)|ge1\rangle +$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4}(\langle ee0|U(t)|eg1\rangle + \langle ee0|U(t)|ge1\rangle) -$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4}(\langle eg1|U(t)|ee0\rangle + \langle ge1|U(t)|ee0\rangle)$$

$$M_4(t) = -\frac{3}{2}(\langle eg1|U(t)|ge1\rangle + \langle ge1|U(t)|$$

$$eg1\rangle + \langle ge1|U(t)|ge1\rangle) + 3(\langle ee0|U(t)|ee0\rangle +$$

$$\langle gg2|U(t)|gg2\rangle) - \frac{3}{2}\langle eg1|U(t)|eg1\rangle$$

(11)

3 动力学去耦合脉冲对相对熵量子相干性的影响

在这个部分本文将研究动力学去耦合脉冲对系统相对熵量子相干性的影响. 这里, 首先简要介绍相对熵量子相干性的基本概念和基本性质. 众所周知, 对于量子信息任务的执行和完成, 量子相干性是非常重要和关键的. 但是, 在 Baumgratz 等人之前都没有一个较为有效的方法去度量量子相干性, 他们提出了一个非常有效和简易的理论

方案来计算的量子相干性^[17]. 对于一个在希尔伯特空间中维度为 d 的量子系统, 可以选择一组完全的正交基矢 $\{|k\rangle\}_{k=0}^{d-1}$, 如果一个量子态是非相干态, 那么它在这组正交基矢下就只含有对角形式, 即:

$$\alpha := \sum_{k=0}^{d-1} \alpha_i |k\rangle\langle k| \quad (12)$$

标记所有的非相干态为一组集合, 记为 IC . 而最大相干态在 Baumgratz 等人的文章中也已经给出, 其形式为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{k=0}^{d-1} |k\rangle \quad (13)$$

任何一个有效计算量子相干性的度量方法都必须满足以下四个条件^[15,17]: (1) $C(\rho) \geq 0$, 且仅当量子态 δ 是非相干态中的任意一个态时, $C(\delta) = 0$; (2) 在非选择相干完全正定保迹(ICPTP)映射 Δ 作用下, 其是单调的, 即: $C(\rho) \geq C(\Delta\rho)$; (3) 在选择映射 ICPTP 取平均情况下, 其是单调的, 即: $C(\rho) \geq \sum_n q_n C(\Delta_n \rho)$; (4) 在量子态为混合态的情况下, 其是非递增的, 即: $C|\sum_i p_i \rho_i| \leq \sum_i C(\rho_i)$.

由于相对熵量子相干性测量方法满足上面列出的所有四个条件, 所以是一个良好且有效的测量量子相干性的方法. 根据文献[17], 相对熵量子相干性 C_{re} 可以被定义为:

$$C_{re} = S(\rho_{diag}) - S(\rho) \quad (14)$$

其中, 在 d 维希尔伯特空间基矢 $\{|k\rangle\}_{k=0}^{d-1}$ 下, 密度矩阵 $\rho = \sum_{k,k'} \rho_{k,k'} |k\rangle\langle k'|$, $\rho_{diag} = \sum_{k,k} \rho_{k,k} |k\rangle\langle k|$, ρ_{diag} 是将 ρ 中的非对角元素替换为 0, 对角元素不变. 另外, $S(\rho) = -\text{Tr} \rho \log_2 \rho$, 其为冯诺曼熵. 对于纯态 $\rho_p = |\psi\rangle\langle\psi|$, $S(\rho_p) = 0$, 对于最大混合态 $\rho_{nm} = 1/d$, $S(\rho_{nm}) = \log_2 d$, d 为其维度. 根据(9)和(14)式, 可以计算得到两原子间量子相干性(quantum coherence)的解析结果.

另一方面, 除了量子相干性, 本文还研究了动力学去耦合脉冲对两个原子之间的非经典关联(量子纠缠和量子失谐)的影响, 并对比了它们与量子相干性动力学行为的异同点. 这里, 为了度量量子纠缠, 本文将采用 Wootters 的 concurrence^[32]. 对于一个双量子比特系统, concurrence 可以被定义为:

$$E(\rho_{AB}) = \max\{\sqrt{\eta_1} - \sqrt{\eta_2} - \sqrt{\eta_3} - \sqrt{\eta_4}, 0\} \quad (15)$$

此处, η_i ($i=1,2,3,4$) 是矩阵 $\rho_{AB}(\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho_{AB}^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$

以降序排序的本征值, ρ_{AB}^* 表示 ρ_{AB} 的共轭密度矩阵, σ_y 表示泡利 Y 矩阵, 即: $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$. 将 concurrence 的定义(15)式与密度矩阵(9)相结合, 不难得到两个原子之间的 concurrence 的解析表达式为:

$$E(\rho_{AB}) = 2 \max\{0, |\rho_{14}| - \sqrt{\rho_{22}\rho_{33}}, |\rho_{23}| - \sqrt{\rho_{11}\rho_{44}}\} \quad (16)$$

另外, 对于量子失谐, 本文采用 Olliver 和 Zurek^[33]引入的方法来进行计算. 他们将量子失谐定义为总关联和经典关联的差异, 其能被表示为:

$$Q(\rho_{AB}) = I(\rho_{AB}) - CC(\rho_{AB}) \quad (17)$$

对于一个两体量子系统来说, 总关联能够通过量子互信息来定义:

$$I(\rho_{AB}) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB}) \quad (18)$$

这里 $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log \rho)$ 为冯诺依曼熵, $\rho_A = \text{Tr}_B(\rho_{AB})$ 和 $\rho_B = \text{Tr}_A(\rho_{AB})$ 分别是子系统 A 和 B 的约化密度矩阵. 对于式(9)这样的 X 结构密度矩阵来说, 其冯诺依曼熵可以表示为

$$S(\rho_{AB}) = \sum_{j=1}^4 \lambda_j \log_2 \lambda_j \quad (19)$$

此处,

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} [(\rho_{11} + \rho_{44}) \pm \sqrt{(\rho_{11} - \rho_{44})^2 + 4|\rho_{14}|^2}] \quad (20)$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{1}{2} [(\rho_{22} + \rho_{33}) \pm \sqrt{(\rho_{22} - \rho_{33})^2 + 4|\rho_{23}|^2}] \quad (21)$$

根据对其中一个子系统进行测量所得的最大信息量, 经典关联能够被定义为

$$CC(\rho_{AB}) = \max_{\{B_k\}} \{S(\rho_A) - S(\rho_{AB} | \{B_k\})\} \quad (22)$$

这里, $\{B_k\}$ 是在子系统 B 上的一组完备的投影, $S(\rho_{AB} | \{B_k\}) = \sum_k p_k S(\rho_k)$ 是基于测量的量子条件熵, $\rho_k = 1/p_k \text{Tr}_B[(I \otimes B_k) \rho_{AB} (I \otimes B_k)]$ 是条件密度算符, $p_k = \text{Tr}_{(AB)}[(I \otimes B_k) \rho_{AB} (I \otimes B_k)]$ 是得到相应条件密度算符的概率. 接下来, 根据(9)式和参考文献[34]所介绍的方法, 两个原子间量子失谐的解析表达式可以被计算并得到. 但是, 因为这个表达式过于繁冗和复杂, 所以在不列出它的具体形式.

下面, 本文将就动力学去耦合脉冲对两个原子之间量子相干性(quantum coherence)与非经典关联(量子纠缠和量子失谐)的影响开展研究, 并

把它们动力学性质进行对比. 图 2、图 3 和图 4 描画了系统中两个原子之间量子 coherence $Coh(\rho)$ 、量子 concurrence $E(\rho)$ 和量子 discord $Q(\rho)$ 随时间 t 和脉冲间隔 T 变化的演化图像, 其中参数 $\theta = \pi/15$, $g = 1$ 以及 $\tau = 0.01$. 从图中可以发现, 量子 coherence 和非经典关联都会出现周期性的振荡, 也就是说随着时间的演化, 它们都会先减小然后再增大. 通过对比可以看出, 它们动力学演化行为大致是类似的, 但是其变化周期并不一致, 即它们并不是同步变化的. 其次, 从图中不难发现, 当加入动力学去耦合脉冲之后, 两原子之间的量子 coherence 和非经典关联都能够通过调节脉冲之间的时间间隔 T 来增大, 这一情况意味着动力学脉冲可以增加量子 coherence 和非经典关联, 并在时间的演化过程中加快其恢复到初值. 这个现象的物理解释是动力学去耦合脉冲抑制了原子与腔场之间的相互作用, 防止了两个原子之间量子 coherence 和非经典关联的消失. 这里, 当选择不同的 θ 时, 得出的结论与此处所得结论是一致的.

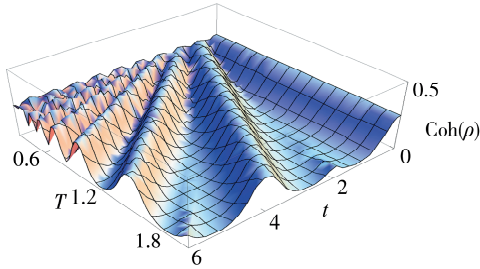


图 2 两个原子之间的量子 Coherence $Coh(\rho)$ 与时间 t 和脉冲时间间隔 T 的关系, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$, $\tau = 0.01$

Fig. 2 Quantum coherence $Coh(\rho)$ of two atoms as a function of time t and pulses interval time T with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$ and $\tau = 0.01$

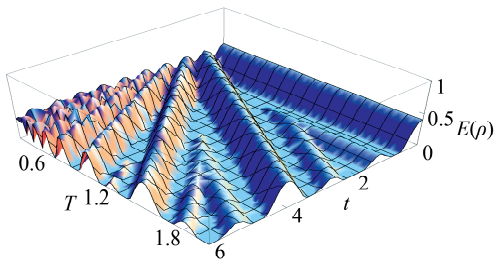


图 3 两个原子之间的量子纠缠 $E(\rho)$ 与时间 t 和脉冲时间间隔 T 的关系, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$, $\tau = 0.01$

Fig. 3 Quantum concurrence $E(\rho)$ of two atoms as a function of time t and pulses interval time T with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$ and $\tau = 0.01$

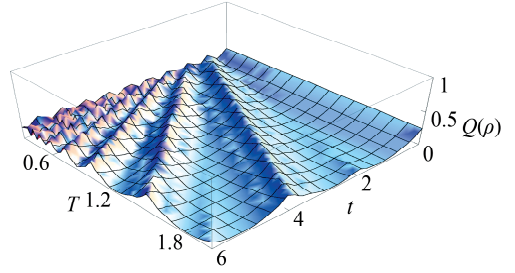


图 4 两个原子之间的量子失谐 $Q(\rho)$ 与时间 t 和脉冲时间间隔 T 的关系, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$, $\tau = 0.01$

Fig. 4 Quantum discord $Q(\rho)$ of two atoms as a function of time t and pulses interval time T with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$ and $\tau = 0.01$

接下来, 本文将展示不同时间间隔的脉冲对两原子间量子 coherence 和非经典关联的影响. 图 5、图 6 和图 7 针对脉冲不同的时间间隔 T , 把两原子间的量子 coherence $Coh(\rho)$, 量子纠缠 $E(\rho)$ 和量子 discord $Q(\rho)$ 分别刻画为了随时间 t 变化的图像. 从图中能够很清楚地看到两个原子之间的量子 coherence $Coh(\rho)$ 、量子纠缠 $E(\rho)$ 和量子 discord $Q(\rho)$ 都能够通过加入脉冲来增加其数值, 同时它们在时间点 $2N(T + \tau)$ 上能够恢复它的初始值. 另外, 从图中也可以很明显地显示出量子 coherence $Coh(\rho)$, 量子纠缠 $E(\rho)$ 和量子 discord $Q(\rho)$ 的变化周期都等于 $2T$, 并且当脉冲时间间隔

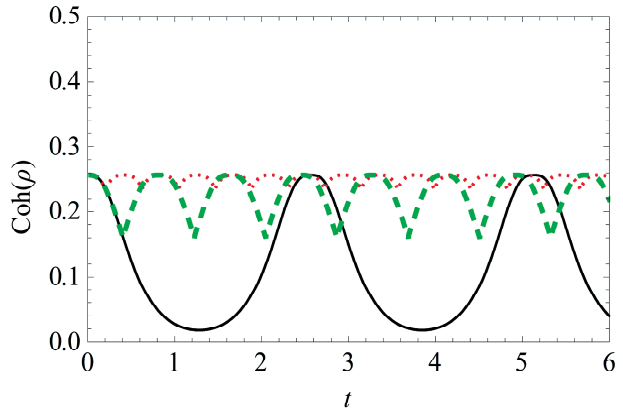


图 5 两个原子之间的量子 coherence $Coh(\rho)$ 随时间 t 演化的图像, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$, $\tau = 0.01$

未加入动力学脉冲(黑色实线), 加入时间间隔为 $T = 0.4$ 脉冲(绿色虚线), 时间间隔为 $T = 0.2$ 脉冲(红色点线).

Fig. 5 Quantum coherence $Coh(\rho)$ of two atoms as a function of time t with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$ and $\tau = 0.01$

$T = 0.4$ (green dashed line), $T = 0.2$ (red dotted line) and without dynamical decoupling pulses (black solid line).

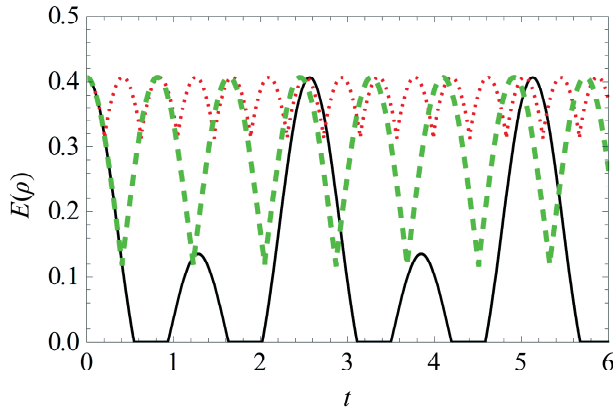


图 6 两个原子之间的量子纠缠 $E(\rho)$ 随时间 t 演化的图像, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g=1$, $\tau=0.01$

未加入动力学脉冲(黑色实线), 加入时间间隔为 $T=0.4$ 脉冲(绿色虚线), 时间间隔为 $T=0.2$ 脉冲(红色点线).

Fig. 6 Quantum concurrence $E(\rho)$ of two atoms as a function of time t with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g=1$ and $\tau=0.01$

$T=0.4$ (green dashed line), $T=0.2$ (red dotted line) and without dynamical decoupling pulses (black solid line).

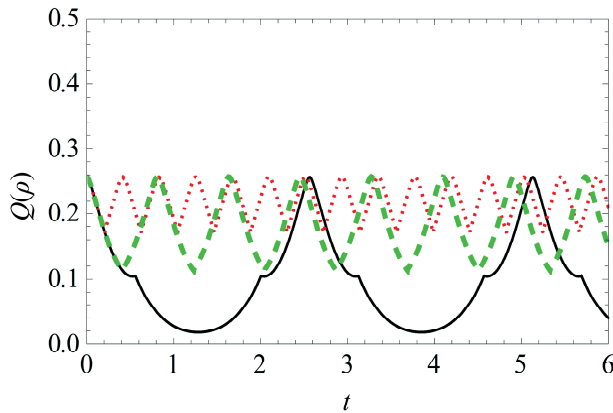


图 7 两个原子之间的量子失谐 $Q(\rho)$ 随时间 t 演化的图像, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g=1$, $\tau=0.01$

未加入动力学脉冲(黑色实线), 加入时间间隔为 $T=0.4$ 脉冲(绿色虚线), 时间间隔为 $T=0.2$ 脉冲(红色点线).

Fig. 7 Quantum discord $Q(\rho)$ of two atoms as a function of time t with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g=1$ and $\tau=0.01$

$T=0.4$ (green dashed line), $T=0.2$ (red dotted line) and without dynamical decoupling pulses (black solid line).

T 越小时, 量子 coherence 和非经典关联的振幅也会越小. 值得注意的是, 在自由演化时, 系统中将出现纠缠突然死亡的现象, 但是这个时候的量子失谐和量子 coherence 并不为零, 这证明了量子失

谐和量子 coherence 或许是一种更为基本的非经典关联. 此外, 还可以看出系统中出现的纠缠突然死亡现象会随着动力学去耦合脉冲的加入而消失. 综上所述, 可以发现在系统中加入动力学去耦合脉冲能够增大两个原子间的量子 coherence 和非经典关联数值, 控制它们变化的周期, 保护它们初始存储的量子 coherence 和非经典关联. 这里, 当选择不同的 θ 时, 得出的结论与此处所得结论是一致的.

4 动力学脉冲对系统中量子信息转移的影响

为了能够进一步了解动力学脉冲增加两原子之间量子相干性和非经典关联的原因, 本文将使用迹距离的方法研究动力学去耦合脉冲对原子与腔场之间信息流动的影响, 从而找寻相关现象发生的可能因素. 这里首先简单回顾一下迹距离的定义及其相关性质. 迹距离由 Breuer 等人引入, 用于探究系统与环境的初始关联对开放系统动力学演化的影响^[35-36], 同时, 作为度量方法可以用来描述量子系统中信息的转移和测量开放系统非马尔科夫行为, 一些相关的结果已被近来的实验所证实^[37-38]. 迹距离作为两个量子态 ρ_1 和 ρ_2 之间差别程度的度量, 其被定义为^[35]:

$$D(\rho_1, \rho_2) = \frac{1}{2} \text{Tr} |\rho_1 - \rho_2| \quad (23)$$

这里, 算符 A 的模定义为 $|A| = \sqrt{A^\dagger A}$. 迹距离 D 在态空间上产生了一个自然度归并且满足几个非常重要的性质, 而这些性质正是测量量子态之间区分程度所必要的. 比如 $0 \leq D(\rho_1, \rho_2) \leq 1$, 其中 $D(\rho_1, \rho_2) = 1$ 表示 ρ_1 正交于 ρ_2 和 $D(\rho_1, \rho_2) = 0$ 表示 $\rho_1 = \rho_2$; 此外, 还有 $D(\Delta\rho_1, \Delta\rho_2) \leq D(\rho_1, \rho_2)$, 其中算符 Δ 是任意正定且保迹的量子算符; 另外, 迹距离在么正变换 U 下还是保迹的, 即:

$$D(U\rho_1 U^\dagger, U\rho_2 U^\dagger) = D(\rho_1, \rho_2) \quad (24)$$

特别, 迹距离能够表达为对所有投影算符 Π 求迹的最大值, 也就是:

$$D(\rho_1, \rho_2) = \max_{\Pi} \text{Tr} \{ \Pi(\rho_1 - \rho_2) \} \quad (25)$$

这个式子表明对 ρ_1 和 ρ_2 进行测量时, 所能得到区分程度的上限. 因此, 迹距离 $D(\rho_1, \rho_2)$ 可以解释为表征两个量子态 ρ_1 和 ρ_2 的差异程度的测量方法.

下面开始研究动力学去耦合脉冲对整个系统中信息流动的影响, 并结合其对量子相干性的影

响进行讨论. 根据方程(8)、(9)以及(23), 在考虑系统加入动力学去耦合脉冲后, t 时刻两个原子之间的迹距离能够被推导得出为:

$$D(\rho_{AB}(0), \rho_{AB}(t)) = \frac{1}{2} \cos^2 \theta (|M_1(t)|^2 + |M_2(t)|^2 + |M_3(t)|^2 + |M_4(t)|^2 - 1) \quad (26)$$

这里的 $M_1(t), M_2(t), M_3(t), M_4(t)$ 已在(11)式中给出.

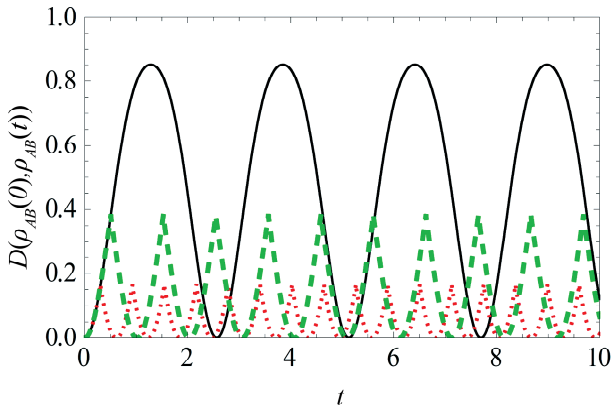


图8 迹距离 $D(\rho_{AB}(0), \rho_{AB}(t))$ 随时间 t 演化的图像, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g=1$, $\tau=0.01$

未加入动力学脉冲的迹距离 D (黑色实线), 加入时间间隔为 $T=0.5$ 脉冲的迹距离 D (绿色虚线), 时间间隔为 $T=0.3$ 脉冲的迹距离 D (红色点线).

Fig. 8 Trace distance $D(\rho_{AB}(0), \rho_{AB}(t))$ as a function of time t with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g=1$ and $\tau=0.01$

$T=0.5$ (green dashed line), $T=0.3$ (red dotted line) and without dynamical decoupling pulses (black solid line).

图8考虑未加入动力学去耦合脉冲和加入不同时间间隔动力学去耦合脉冲的情况, 本文把两原子间的迹距离 $D(\rho_{AB}(0), \rho_{AB}(t))$ 展示为随时间 t 变化的函数. 从图中的黑色实线(未加入脉冲)能够很清楚地看出, 迹距离 D 可以超过它的初值, 这个情况与初始两个原子间的量子信息流入到光腔相对应, 也就是说初始两个原子所拥有的信息泄露到了光腔中. 由图中黑线的变化, 还可以发现随着时间的变化迹距离 D 的数值会增加以及减少, 这种变化分别与两个原子子系统中信息的增加和减少相联系. 其中, 迹距离 D 增加的现象说明, 两个原子系统中所拥有的量子信息将会减少, 也就是说两个原子之间的量子相干性, 非经典关联在随时间演化的过程中会被破坏, 进而变成没有量子特性的状态. 这个现象暗含了两个原子之

间的初始量子态将会改变, 同时将会失去执行量子信息任务所需要的量子特性.

将图中黑色实线(未加入脉冲)与绿色虚线(脉冲时间间隔 $T=0.5$), 以及红色点线(脉冲时间间隔 $T=0.3$) 进行对比, 不难发现两原子间迹距离 D 的值将会由于动力学去耦合脉冲的加入而减少. 而且当缩短所加入脉冲的间隔时间 T 时, 两原子间的迹距离将会变得更小. 这些都意味着动力学去耦合脉冲能够抑制两个原子与腔场之间的相互作用, 并且加快信息回流到两个二能级原子系统中去, 从而保护两个原子之间的量子相干性和非经典关联. 这一现象的物理解释是动力学去耦合脉冲不仅可以防止两个原子之间的量子信息流入到其他不同的子系统中, 而且可以减少其他子系统间信息回流进入两个原子系统中, 从而保护两个原子子系统不受影响. 这个结果表明, 通过在系统中加入动力学去耦合脉冲, 可以保护执行量子信息任务所需要的两个原子间初始存在的量子关联和量子特性.

5 动力学脉冲对系统三体纠缠的影响

对于如何从众多纠缠态或者可分离态中区分出真正的三体纠缠态存在着许多判定标准. 例如 Mermin-Klyshko 不等式^[39-40]、态制备保真度^[41-42] 等. 这里, 本文采用态制备保真度去研究系统中出现的三体纠缠.

初始, 假设整体系统处于量子态:

$$|\varphi(0)\rangle = (\cos\theta|eg\rangle + \sin\theta|ge\rangle) \otimes |0\rangle \quad (27)$$

将(6)式中系统随时间演化算符和(27)式相结合, 不难得到整个系统随时间演化的密度矩阵为

$$\rho'_{AB}(t) = \begin{pmatrix} \rho'_{11} & \rho'_{12} & \rho'_{13} \\ \rho'_{21} & \rho'_{22} & \rho'_{23} \\ \rho'_{31} & \rho'_{32} & \rho'_{33} \end{pmatrix} \quad (28)$$

其中,

$$\begin{aligned} \rho'_{11} &= 2\sin\theta\cos\theta |n_1|^2, & \rho'_{12} &= 2\sin\theta\cos\theta n_1 n_2^*, \\ \rho'_{13} &= 2\sin\theta\cos\theta n_1 n_3^*, & \rho'_{21} &= 2\sin\theta\cos\theta n_2 n_1^*, \\ \rho'_{22} &= 2\sin\theta\cos\theta |n_2|^2, & \rho'_{23} &= 2\sin\theta\cos\theta n_2 n_3^*, \\ \rho'_{31} &= 2\sin\theta\cos\theta n_3 n_1^*, & \rho'_{32} &= 2\sin\theta\cos\theta n_3 n_2^*, \\ \rho'_{33} &= 2\sin\theta\cos\theta |n_3|^2 \end{aligned} \quad (29)$$

这里,

$$n_1 = \frac{7}{4} \langle eg0|U(t)|eg0\rangle$$

$$n_2 = 2\langle eg0|U(t)|eg0\rangle - \frac{1}{4}\langle eg0|U(t)|eg0\rangle$$

$$n_3 = \frac{3}{4}\langle eg0|U(t)|eg0\rangle + \langle ge0|U(t)|eg0\rangle$$
(30)

对于一个三体纠缠态 ρ_x 来说, 态制备保真度 F 能够被定义为:

$$F(\rho_x) = \langle \text{GHZ} | \rho_x | \text{GHZ} \rangle$$
(31)

此处, $|\text{GHZ}\rangle$ 是 三体纠缠 GHZ 态, 对于真正的三体纠缠成立的充分条件为:

$$F(\rho_x) > \frac{1}{2}$$
(32)

根据 三体纠缠 GHZ 态形式选择的要求^[43], 本文中 选择 三体纠缠 GHZ 态为^[44]:

$$|\text{GHZ}\rangle = \frac{1}{2} [|eg0\rangle - |ge0\rangle + i |ee1\rangle - i |gg1\rangle]$$
(33)

将 方程(28)和(33)式插入到方程(31)中, 能够得到 态制备保真度 $F(\rho'_{AB}(t))$ 为:

$$F(\rho'_{AB}(t)) = \frac{1}{2} \sin\theta \cos\theta [|n_1|^2 + |n_2|^2 + |n_3|^2 - n_1 n_2^* - n_2 n_1^* + i(n_2 n_3^* - n_1 n_3^* + n_3 n_1^* - n_3 n_2^*)]$$
(34)

图 9 给出了未加入动力学去耦合脉冲的态制备保真度 $F(\rho)$ (黑色实线) 和加入动力学去耦合脉冲的 $F(\rho)$ (红色点线) 随时间 t 演化的图像, 其参数设置为 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$, $\tau = 0.01$. 从图中的黑色实线能够很清楚地看出在系统随时间演化的过程中, 态制备保真度 $F(\rho)$ 的值超过了 $1/2$. 这意味着真正的 三体纠缠会在系统中出现. 与此同时, 从图中还可以发现, 态制备保真度 $F(\rho)$ 超过 $1/2$ 的区域是有限的, 也就是说在随时间演化的过程中, 系统的 三体纠缠并不能一直出现, 它会随系统的时间演化逐渐消失, 然后再周期性的重现.

另外, 对比图中红色点线和黑色实线, 不难发现当加入动力学去耦合脉冲后, 态制备保真度 $F(\rho)$ 超过 $1/2$ 的区域将会增多. 这表明随着时间的演化, 系统出现 三体纠缠的频率将会增多, 周期性变化的时间将会减少. 其变化周期与脉冲时间间隔 T 之间存在着密切的联系, 并且近似的等于脉冲时间间隔 $2T$. 这一现象意味着, 系统中出现 三体纠缠的时间可以通过动力学去耦合脉冲来进行调节, 且可以通过改变加入脉冲的时间间隔来控制系统中 三体纠缠的变化周期, 从而增加系

统中出现 三体纠缠的时间区域.

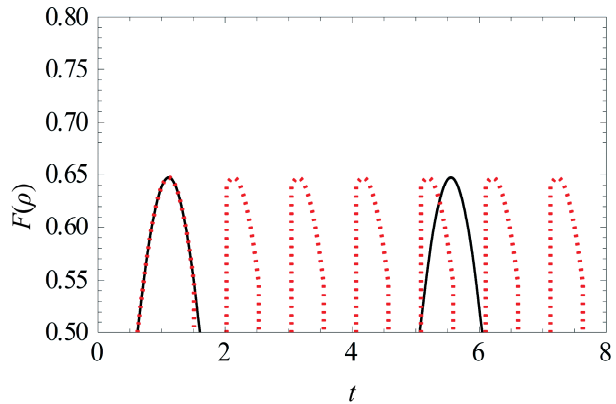


图 9 系统的态制备保真度 $F(\rho)$ 随时间 t 演化的图像, 其中 $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$, $\tau = 0.01$

未加入脉冲 $F(\rho)$ (黑色实线), 加入时间间隔 $T = 0.5$ 脉冲的 $F(\rho)$ (红色点线).

Fig. 9 The state preparation fidelity $F(\rho)$ as a function of time t with the parameters $\theta = \frac{\pi}{15}$, $g = 1$ and $\tau = 0.01$

$T = 0.5$ (red dotted line) and without dynamical decoupling pulses (black solid line).

6 结 论

本文研究了动力学去耦合脉冲对腔量子电动力学系统中目标原子间量子 coherence 以及非经典关联(量子纠缠和量子失谐)的影响. 结果显示, 两个原子之间的量子 coherence、量子纠缠和量子失谐的数值能够通过应用动力学去耦合脉冲来增大, 而且其数值增加的幅度会随着控制脉冲时间间隔 T 的缩小而变大. 两原子之间的量子 coherence、量子纠缠和量子失谐在时间点 $2N(T + \tau)$ 能够恢复它的初始值, 也就是说, 量子 coherence 与非经典关联的变化周期等于 $2N(T + \tau)$, 而且其振荡的振幅会随着脉冲时间间隔 T 的变短而减小. 这意味着, 如果动力学去耦合脉冲的时间间隔无限接近于无穷小(即: $T \rightarrow 0$), 那么两原子之间的量子 coherence 和非经典关联将一直在初始值上保持不变.

此外, 本文还利用迹距离的方法研究了动力学去耦合脉冲增加量子 coherence 和非经典关联的原因. 当应用动力学去耦合脉冲之后, 两原子之间的迹距离将会减小, 这说明动力学去耦合脉冲能够控制和加速量子信息从其他子系统回流到两个原子中去, 并减少两原子子系统和其他子系统之间的量子信息流动, 从而增加两个原子之间

的量子信息, 提高两原子间的量子 coherence 和非经典关联.

最后, 本文研究了动力学去耦合脉冲对系统三体纠缠出现时间区域的影响. 通过结果可以发现随着时间的演化, 系统中会出现三体纠缠现象. 但是, 系统三体纠缠出现的时间区域是有限的, 并存在较长的周期时间间隔. 这一结果说明, 随着时间的演化系统中三体纠缠将会消失, 并在经过较长时间间隔之后才能重新出现. 然而, 值得注意的是, 当加入动力学去耦合脉冲后, 系统中出现三体纠缠的时间区域将会增多, 同时三体纠缠出现的时间周期也可以被缩短. 这意味着可以通过动力学去耦合脉冲来调节和控制系统三体纠缠出现的区域, 减少三体纠缠出现的周期时间间隔, 增加三体纠缠出现的时间.

参考文献:

- [1] Asbóth J K, Calsamiglia J, Ritsch H. Computable measure of nonclassicality for light [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 173602.
- [2] Mraz M, Sperling J, Vogel W, *et al.* Witnessing the degree of nonclassicality of light [J]. *Phys Rev A*, 2014, 90: 033812.
- [3] Lostaglio M, Jennings D, Rudolph T. Description of quantum coherence in thermodynamic processes requires constraints beyond free energy [J]. *Nat Commun*, 2015, 6: 6383.
- [4] Situ H Z, Hu X Y. Dynamics of relative entropy of coherence under Markovian channels [J]. *Quantum Inf Process*, 2016, 15: 4649.
- [5] Huang Z M, Situ H Z. Dynamics of quantum correlation and coherence for two atoms coupled with a bath of fluctuating massless scalar field [J]. *Ann Phys*, 2017, 377: 484.
- [6] Li C M, Lambert N, Chen Y N, *et al.* Witnessing quantum coherence: from solid-state to biological systems [J]. *Sci Rep*, 2012, 2: 885.
- [7] Engel G S, Calhoun T R, Read E L, *et al.* Evidence for wavelike energy transfer through quantum coherence in photosynthetic systems [J]. *Nature*, 2007, 446: 782.
- [8] Cai J, Plenio M B. Chemical compass model for avian magnetoreception as a quantum coherent device [J]. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 230503.
- [9] Streltsov A, Singh U, Dhar H S, *et al.* Measuring quantum coherence with entanglement [J]. *Phys Rev Lett*, 2015, 115: 020403.
- [10] Feng L J, Xia Y J. Entanglement evolution of three interacting two level atoms within a common environment [J]. *Acta Phys Sin*, 2015, 64: 010302.
- [11] Winter A, Yang D. Operational resource theory of coherence [J]. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 120404.
- [12] Streltsov A, Adesso G, Plenio M B. Quantum coherence as a resource [J]. *Rev Mod Phys*, 2017, 89: 041003.
- [13] Shi H L, Liu S Y, Wang X H, *et al.* Coherence depletion in the Grover quantum search algorithm [J]. *Phys Rev A*, 2017, 95: 032307.
- [14] Cheng J, Shan C J, Liu J B, *et al.* Geometric quantum discord in Tavis-Cummings model [J]. *Acta Phys Sin*, 2018, 67: 110301.
- [15] Yao Y, Xiao X, Ge L, *et al.* Quantum coherence in multipartite systems [J]. *Phys Rev A*, 2015, 92: 022112.
- [16] Bromley T R, Cianciaruso M, Adesso G. Frozen quantum coherence [J]. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 210401.
- [17] Baumgratz T, Cramer M, Plenio M B. Quantifying coherence [J]. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 140401.
- [18] Xi Z J, Li Y M, Fan H. Quantum coherence and correlations in quantum system [J]. *Sci Rep*, 2015, 5: 10922.
- [19] Girolami D. Observable measure of quantum coherence in finite dimensional systems [J]. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 170401.
- [20] Collini E, Wong C Y, Wilk K E, *et al.* Coherently wired light-harvesting in photosynthetic marine algae at ambient temperature [J]. *Nature*, 2010, 463: 644.
- [21] Chin A W, Prior J, Rosenbach R, *et al.* The role of non-equilibrium vibrational structures in electronic coherence and recoherence in pigment-protein complexes [J]. *Nat Phys*, 2013, 9: 113.
- [22] Wieman C E, Pritchard D E, Wineland D J. Atom cooling, trapping, and quantum manipulation [J]. *Rev Mod Phys*, 1999, 71: S253.
- [23] Vahala K J. Optical microcavities [J]. *Nature*, 2003, 424: 839.
- [24] Braun D. Creation of entanglement by interaction with a common heat bath [J]. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 277901.
- [25] Vitali D, Gigan S, Ferreira A, *et al.* Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field [J]. *Phys Rev Lett*, 2007, 98: 030405.
- [26] Mabuchi H, Doherty A C. Cavity quantum electro-

- dynamics: coherence in context [J]. *Science*, 2002, 298: 1372.
- [27] Ogden C D, Irish E K, Kim M S. Dynamics in a coupled-cavity array [J]. *Phys Rev A*, 2008, 78: 063805.
- [28] Li W Z, Zhang C L, Shen L T, *et al.* Entanglement dynamics and maintenance for two atoms in coupled cavities [J]. *Opt Commun*, 2014, 315: 213.
- [29] Reiserer A, Rempe G. Cavity-based quantum networks with single atoms and optical photons [J]. *Rev Mod Phys*, 2015, 87: 1379.
- [30] Tavis M, Cummings F W. Exact solution for an n-molecule—radiation-field hamiltonian [J]. *Phys Rev*, 1968, 170: 379.
- [31] Vitali D, Tombesi P. Using parity kicks for decoherence control [J]. *Phys Rev A*, 1999, 59: 4178.
- [32] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 2245.
- [33] Ollivier H, Zurek W H. Quantum discord: a measure of the quantumness of correlations [J]. *Phys Rev Lett*, 2001, 88: 017901.
- [34] Ali M, Rau A R P, Alber G. Quantum discord for two-qubit X states [J]. *Phys Rev A*, 2010, 81: 042105.
- [35] Breuer H P, Laine E M, Piilo J. Measure for the degree of non-markovian behavior of quantum processes in open systems [J]. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 210401.
- [36] Laine E M, Piilo J, Breuer H P. Measure for the non-Markovianity of quantum processes [J]. *Phys Rev A*, 2010, 81: 062115.
- [37] Liu B H, Li L, Huang Y F, *et al.* Experimental control of the transition from Markovian to non-Markovian dynamics of open quantum systems [J]. *Nature Phys*, 2011, 7: 931.
- [38] Tang J S, Li C F, Li Y, *et al.* Measuring non-Markovianity of processes with controllable system-environment interaction [J]. *Europhys Lett*, 2012, 97: 10002.
- [39] Mermin N D. Extreme quantum entanglement in a superposition of macroscopically distinct states [J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 65: 1838.
- [40] Klyshko D N. The Bell and GHZ theorems; a possible three-photon interference experiment and the question of nonlocality [J]. *Phys Lett A*, 1993, 172: 399.
- [41] Sackett C A, Kielpinski D, King B E, *et al.* Experimental entanglement of four particles [J]. *Nature*, 2000, 404: 256.
- [42] Seevinck M, Uffink J. Sufficient conditions for three-particle entanglement and their tests in recent experiments [J]. *Phys Rev A*, 2001, 65: 012107.
- [43] Wang X G. Threshold temperature for pairwise and many-particle thermal entanglement in the isotropic Heisenberg model [J]. *Phys Rev A*, 2002, 66: 044305.
- [44] Li S B, Xu J B. Entanglement, Bell violation, and phase decoherence of two atoms inside an optical cavity [J]. *Phys Rev A*, 2005, 72: 022332.

引用本文格式:

中文: 贺启亮, 丁敏, 宋晓书, 等. 利用动力学去耦合脉冲增大和调节量子相干性和三体纠缠[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2020, 57: 1137.

英文: He Q L, Ding M, Song X S, *et al.* Enhancement of quantum coherence and three-body entanglement by dynamical decoupling pulses [J]. *J Sichuan Univ: Nat Sci Ed*, 2020, 57: 1137.