

# 激光波形优化产生水窗区单阶谐波

刘辉, 冯立强

(辽宁工业大学理学院, 锦州 121001)

**摘要:** 通过激光波形调控, 理论提出一种获得水窗区间单阶谐波的方法。研究表明, 在双色激光场中适当引入啁啾调制可获得强度增强一个数量级的单阶谐波。随后, 在啁啾波形处适当引入半周期激光场可使单阶谐波进一步向高能区延伸, 进而覆盖整个水窗区间。最后, 在不同啁啾场以及半周期场的组合下可获得波长可调的水窗区间单阶谐波。

**关键词:** 高次谐波; 激光波形; 水窗区间; 单阶谐波

中图分类号: O562.4 文献标识码: A DOI: 10.19907/j.0490-6756.2021.044002

## Optimization of laser waveform for generating water window single order harmonic

LIU Hui, FENG Li-Qiang

(College of Science, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

**Abstract:** Based on the laser waveform control scheme, we propose a method to obtain the water window single order harmonic. The results show that by properly introducing the chirps of two-color laser field, the single order harmonic with the intensity enhancement of one order of magnitude can be obtained. Furthermore, by introducing a half-cycle pulse at the chirped waveform region, the single order harmonic can be extended to the higher energy region, covering the whole water window region. Finally, with the different combinations of chirped pulses and half-cycle pulses, the wavelength tunable single order harmonic in the water window region can be obtained.

**Keywords:** High-order harmonic generation; Laser waveform control; Water window region; Single order harmonic

## 1 引言

激光驱动气体原子后会发生许多非线性光学现象, 例如: 高次谐波<sup>[1]</sup>、阈上电离<sup>[2]</sup>、双电子电离<sup>[3]</sup>等。其中, 高次谐波的研究最为广泛, 原因在于它可以获得孤立的阿秒脉冲以及用来探测超快电子运动。

高次谐波的过程可以分为三个阶段<sup>[4]</sup>。第一阶段, 电离过程, 即原子在激光驱动下发生电离; 第

二阶段, 加速过程, 即被电离的自由电子可以在激光驱动下加速并获得动能; 第三阶段, 回碰过程, 即自由电子可在激光反向驱动时反向加速并有几率与原离子核发生碰撞。碰撞时会辐射光子, 其能量是驱动场的整数倍, 即叫做高次谐波光谱。一般来说, 在谐波光谱后半段会呈现光谱连续平台区, 当叠加平台区谐波后会产生阿秒脉冲。并且, 为了获得高光子能量阿秒脉冲, 研究人员提出了许多方法来延伸谐波平台区。例如, 多色场波形调控方

收稿日期: 2020-07-11

基金项目: 辽宁省自然科学基金面上项目(2019-MS-167)

作者简介: 刘辉(1986—), 男, 辽宁锦州人, 硕士, 讲师, 主要从事强激光场与物质相互作用的研究。

通讯作者: 冯立强, E-mail: lqfeng1101@126.com

法<sup>[5-6]</sup>, 哨啾场波形调控方法<sup>[7-8]</sup>, 空间非均匀场调控方法<sup>[9-10]</sup>以及极化门调控方法<sup>[11-12]</sup>. 利用上述方法可以获得许多高光子能量范围的孤立阿秒脉冲. 但是由于谐波光谱平台区带宽较宽, 因此获得的脉冲光子能量具有较大的带宽.

高次谐波光谱除了可以获得孤立阿秒脉冲外, 其另外一个非常重要的作用就是获得能量固定的单阶谐波. 这样通过傅里叶变换后就能获得光子能量固定的阿秒脉冲. 例如: Li 等<sup>[13-14]</sup>通过双色啁啾调控方法获得了部分单阶和双阶孤立谐波, 其强度比其它谐波增强 7~8 倍. Liu 等<sup>[15-16]</sup>通过调控啁啾场脉宽获得了波长可调的单阶谐波, 其强度可增强 15 倍.

虽然, 通过波形调控机制可以获得更多一些单阶谐波, 但是其主要集中在紫外区间, 对于高光子能量的单阶谐波的产生却没有报道. 因此, 本文利用啁啾场和半周期场的组合场来调控激光波形, 进而获得水窗区间的单阶谐波.

## 2 计算方法

本文双色激光场  $E(t)$  形式为,

$$\begin{aligned} E(t) = & E_1 \exp\left[-4\ln(2)\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^2\right] \cos(\omega_1 t + \\ & c_1 t^2) + E_2 \exp\left[-4\ln(2)\left(\frac{t}{\tau_2}\right)^2\right] \cos(2\omega_1 t + c_2 t^2) \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $E_{1,2}$  为激光振幅;  $\omega_1$  为基频场频率,  $2\omega_1$  为其倍频场;  $\tau_{1,2}$  为双色场半高全宽;  $c_{1,2}$  为啁啾参数. 具体来说, 本文双色场激光场选为 20 fs-1600 nm 和 10 fs-800 nm 场, 激光强度都为  $2.0 \times 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>.

原子发射高次谐波可由求解外场下含时薛定谔方程来研究:

$$i \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \left[ -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) + xE(t) \right] \psi(x, t) \quad (2)$$

其中,  $V(x) = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + 0.484}}$  为 He 原子库仑势能.

通过傅里叶变化可得高次谐波谱图  $S(\omega)$  为:

$$S(\omega) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int a(t) \exp(-i\omega t) dt \right|^2 \quad (3)$$

其中  $a(t) = -\langle \psi(x, t) | \frac{\partial V(x)}{\partial x} + E(t) | \psi(x, t) \rangle$ .

## 3 结果与讨论

图 1 给出了双色啁啾场(chirped pulse)下高

次谐波光谱图. 由图可知, 通过调节双色啁啾参数, 谐波光谱会呈现一些强度增强的单阶谐波. 具体来说, 当  $c_1 = -6, c_2 = 0, 2, 4, 6, 8$  时, 谐波光谱的第 616 次、515 次、436 次、376 次以及 326 次谐波会被增强, 进而呈现单阶谐波的特点. 以上单阶谐波其强度要比周围其它谐波增强 10 倍、15 倍、15 倍、13 倍以及 12 倍.

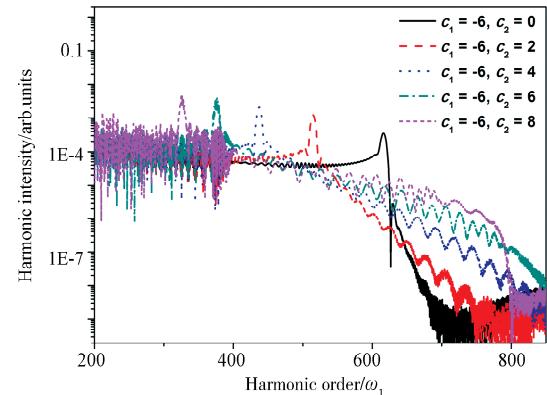


Fig. 1 不同啁啾场下谐波光谱  
Fig. 1 Harmonic spectra driven by different chirped pulses

为了解单阶谐波的产生过程, 图 2 给出了激光波形以及对应波形下谐波光谱的时频分析<sup>[17]</sup>. 这里, 只选取 2 种啁啾组合, 即  $c_1 = -6, c_2 = 0$  以及  $c_1 = -6, c_2 = 2$ . 对于  $c_1 = -6, c_2 = 0$  的情况, 主要分析  $t = 0$  到  $t = 1$  T 之间的谐波辐射过程. 这里 T 为 1600 nm 激光场光学周期. 由图 2(a) 激光波形可知, 当电子在 A 点电离后, 其可在后续激光驱动下获得能量, 随后在 B 点与母核发生回碰, 并形成谐波辐射能量峰  $P_1$ , 如图 2(b) 所示. 但是由于 C 点振幅强度非常小, 因此, 在 C 点之后激光再次反向驱动电子, 即部分电子又可以继续加速, 并最终在 D 点与母核发生回碰, 进而延伸能量峰  $P_1$ . 由于电子在 BCD 过程中经过了 2 次反向加速, 因此会在谐波辐射能量峰上呈现一个折叠区域(folding region), 如图 2(b) 所示. 这一区域的强度要明显高于其它谐波的强度. 因此可以导致该区域谐波强度得到增大. 对于  $c_1 = -6, c_2 = 0$  的情况, 折叠区域在 616 次谐波附近, 因此导致谐波光谱的 616 次谐波得到增强. 对于  $c_1 = -6, c_2 = 2$  的情况, 谐波辐射在  $t = 0$  到  $t = 1$  T 之间具有类似的结构, 因此在谐波能量峰  $P_1$  上也出现了折叠结构. 对于  $c_1 = -6, c_2 = 2$  的情况, 折叠区域为 515 次谐波. 由此可见, 折叠区域向低阶谐波处移动了, 比较 2 种啁啾激光波形可知, 随着第二束激光

场啁啾参数增大, BCD 波形被压缩(例如, 对于  $c_1 = -6, c_2 = 0$  的情况, B 点位于 0.918 T; 而对于  $c_1 = -6, c_2 = 2$  的情况, B 点位于 0.864 T). 因此, 电子在加速过程中获得的能量有所减小, 进而导致能量峰  $P_1$  以及  $P_1$  上的折叠区域向低阶谐

波移动. 具体分析 ABCD 过程以及对应的谐波辐射可知, 谐波能量峰折叠区域之前的部分主要在 AB 时间段内完成. 谐波能量峰折叠区域发生在 BC 区域. 最后, 谐波能量峰折叠区域之后的部分主要在 CD 时间段内完成.

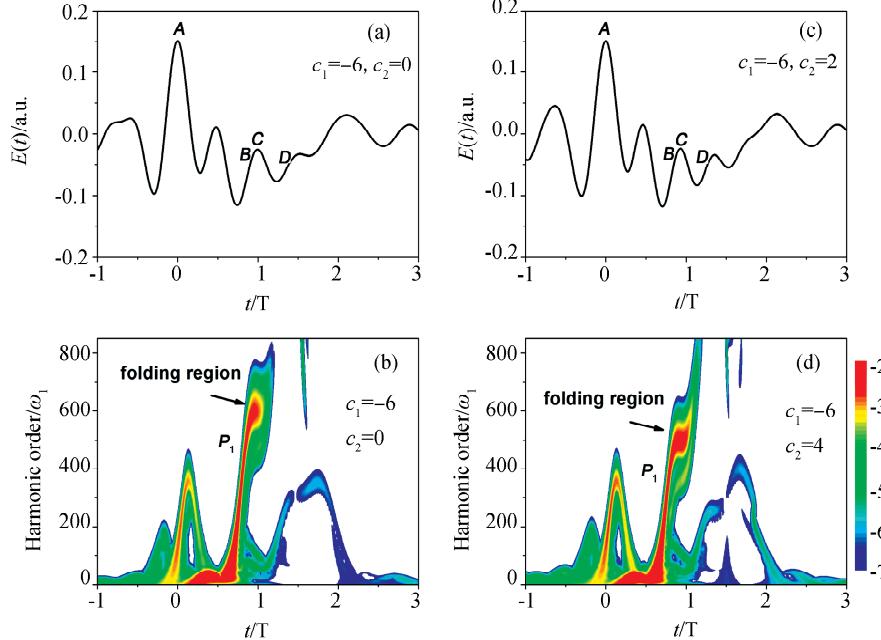


图 2 双色啁啾场激光波形(a)(c)和諧波輻射時頻分析(b)(d)

Fig. 2 Laser profiles of two-color chirped pulses (a)(c) and the time-frequency analyses of harmonics (b)(d)

由上述分析可知, 在双色啁啾波形调控下, 谐波光谱可呈现强度增强一个数量级的单阶谐波. 但是, 单阶谐波能量只在紫外区间, 要想获得水窗区间的单阶谐波(280~560 eV), 还需延伸能量峰的折叠区域, 并使其延伸到水窗区间. 由图 2 的分析可知, 如果要想延伸能量峰折叠区域, 需要延伸折叠区域之前的部分, 即需要对波形 AB 区域进行优化. 本文采用半周期激光场对 AB 区域波形进行优化. 半周期激光场(half-cycle pulse, hcp)可描述为:

$$E_{\text{hcp}}(t) =$$

$$\begin{aligned} & E_{\text{hcp}} \left[ \frac{400 (t - t_{\text{delay-hcp}})^3 \exp[-8(t - t_{\text{delay-hcp}})/\tau_{\text{hcp}}]}{\tau_{\text{hcp}}^3} \right. \\ & \left. 0.004 (t - t_{\text{delay-hcp}})^5 \exp[-(t - t_{\text{delay-hcp}})/\tau_{\text{hcp}}] \right] \end{aligned} \quad (4)$$

这里,  $E_{\text{hcp}}$ ,  $\tau_{\text{hcp}}$  和  $t_{\text{delay-hcp}}$  分别表示半周期场强度、脉宽和延迟时间. 本文选择  $E_{\text{hcp}} = 0.5E_1$ ,  $\tau_{\text{hcp}} = 2.67$  fs. 这里选择 2 种啁啾组合来进行说明, 即  $c_1 = -6, c_2 = 0$  以及  $c_1 = -6, c_2 = 4$ . 其他啁啾场情况只给出最后调制结果. 对于  $c_1 = -6, c_2 = 0$  情况,

当延迟时间  $0 < t_{\text{delay-hcp}} < 0.7$  T 时, 单阶谐波能量可以得到明显增大, 并且在  $t_{\text{delay-hcp}} = 0.7$  T 时增大效果最为明显. 这里给出  $t_{\text{delay-hcp}} = 0.7$  T 时, 单阶谐波能量增大的分析.

由图 3(a)可知, 当引入半周期场后, AB 波形区域振幅被明显增大. 因此, 电子在这一区域加速时会获得更多的能量, 进而导致能量峰  $P_1$  在折叠区域之前的部分得到延伸, 如图 3(b)所示. 随后, 电子在 BC 过程进行双反向加速, 进而呈现谐波能量峰的折叠区域. 由于 AB 区域振幅被增大导致能量峰折叠区域得到延伸, 进而导致单阶谐波能量增大. 对于  $c_1 = -6, c_2 = 4$  情况, 当延迟时间  $0 < t_{\text{delay-hcp}} < 0.6$  T 时, 单阶谐波能量可以得到明显增大, 并且在  $t_{\text{delay-hcp}} = 0.6$  T 时增大效果最为明显. 这里给出  $t_{\text{delay-hcp}} = 0.6$  T 时, 单阶谐波能量增大的分析. 由图 3(c)可知, 半周期激光场的加入使得 AB 区域振幅增大, 因此导致能量峰  $P_1$  在折叠区域之前的部分得到延伸, 如图 3(d)所示. 随后, 电子在 BC 过程进行双反向加速, 进而在谐波能量峰上呈现的折叠区域. 由此可见, AB 区域振幅增大是导致能量峰折叠区域得到延伸以及导致单阶谐波

能量增大的原因。但是,和图 2 分析类似,由于随着第二束激光啁啾参数的增大,AB 波形被压缩,所以导致  $P_1$  能量峰辐射光子能量会随着  $c_2$  增大而减小。这是导致单阶谐波随着  $c_2$  增大而向低阶谐波移动的原因。图 4 给出了不同啁啾场下加入半周期场后谐波光谱上呈现的单阶谐波。对于  $c_1 = 0, 2, 4, 6$  和 8 的情况,半周期激光延迟时间分别选

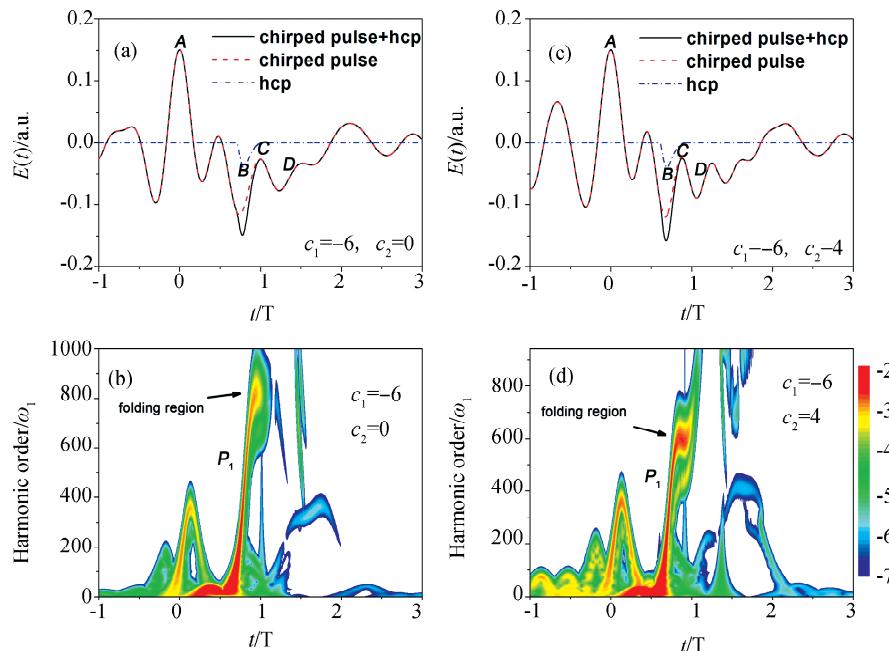


图 3 喳啾场和半周期场激光波形(a)(c)和组合场谐波辐射时频分析(b)(d)

Fig. 3 Laser profiles of chirped pulses and half-cycle pulses (a)(c) and the time-frequency analyses of harmonics driven by the combined fields (b)(d)

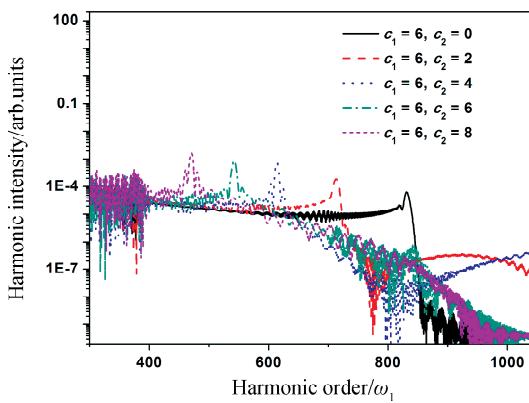


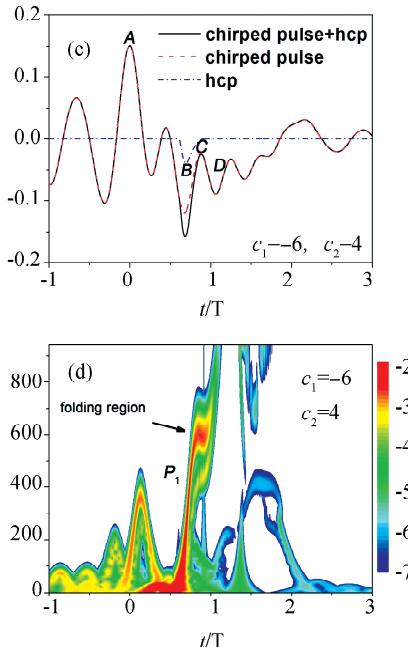
图 4 不同组合场下谐波光谱图

Fig. 4 Harmonic spectra generated from different combined fields

## 4 结 论

本文提出一种利用双色啁啾场和半周期激光场获得水窗区间单阶谐波的方法。结果表明,在双色啁啾场波形调控下可获得强度增强一个数量级

择为  $t_{\text{delay-hcp}} = 0.7 \text{ T}, 0.7 \text{ T}, 0.6 \text{ T}, 0.6 \text{ T}$  和  $0.5 \text{ T}$ 。由图 4 可知,在组合场驱动下最高阶的单阶谐波可以进入水窗区间,这实现了本文的研究目标。具体来说,对于  $c_2 = 0, 2, 4, 6$  和 8 的情况,单阶谐波分别为 833 次, 713 次, 613 次, 543 次以及 470 次。并且单阶谐波强度比其周围谐波强度增强 10~15 倍。



的单阶谐波。理论分析表明,单阶谐波产生于谐波能量峰的折叠区域。随后,通过半周期场调控折叠区域波形使得能量峰折叠区域得到延伸,并进入水窗区间。最后,在不同啁啾场以及半周期场的组合下可获得波长可调的水窗区间单阶谐波。

## 参考文献:

- [1] 王志斌, 焦志宏, 周效信. 三色圆偏振激光组合脉冲驱动氦原子产生椭圆偏振的阿秒脉冲[J]. 原子与分子物理学报, 2020, 37: 95.
- [2] Feng L Q, Chu T S, Wang L. Low-energy structure in the ionization of argon: comparison of experiment with theory [J]. Chin Phys B, 2013, 22: 023302.
- [3] 冯立强, 刘航. 双回碰机制下双电子谐波发射的特点[J]. 原子与分子物理学报, 2016, 33: 494.
- [4] Corkum P B. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization [J]. Phys Rev Lett, 1993, 71: 1994.

- [5] Feng L Q, Li Y, Meng F S, et al. High-order harmonic and attosecond pulse generations from Rydberg state driven by the spatially inhomogeneous field [J]. Mod Phys Lett B, 2017, 31: 1750029.
- [6] Feng L Q, Chu T S. Intensity improvement in the attosecond pulse generation with the coherent superposition initial state [J]. Phys Lett A, 2012, 376: 1523.
- [7] 冯立强, 刘航, 李义. 利用啁啾激光调制分子谐波信号[J]. 原子与分子物理学报, 2019, 36: 268.
- [8] Feng L Q, Chu T S. Generation of an isolated sub-40-as pulse using two-color laser pulses: combined chirp effects [J]. Phys Rev A, 2011, 84: 053853.
- [9] Feng L Q. Molecular harmonic extension and enhancement from  $H_2^+$  ions in the presence of spatially inhomogeneous fields [J]. Phys Rev A, 2015, 92: 053832.
- [10] 冯立强. 非均匀组合场驱动 He 原子获得高强度 keV 阿秒脉冲[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2020, 57: 130.
- [11] 冯立强, 刘航. 利用蝴蝶型纳米结构下的极化门方案输出单个阿秒脉冲[J]. 原子与分子物理学报, 2019, 36: 82.
- [12] 刘航, 冯立强. 交叉型纳米结构下气体位置对阿秒脉冲的影响[J]. 原子与分子物理学报, 2019, 36: 459.
- [13] Li Y, Feng L Q, Qiao Y. Improvement of high-order harmonic generation via controlling multiple acceleration-recombination process [J]. Z Naturforsch A, 2019, 74: 561.
- [14] Li Y, Feng L Q, Qiao Y. Selective enhancement of single-order and two-order harmonics from He atom via two-color and three-color laser fields [J]. Chem Phys, 2019, 527: 110497.
- [15] Liu H, Feng L Q. Waveform control in selective enhancement of single-order harmonic [J]. Laser Phys, 2019, 29: 065401.
- [16] Liu H, Li L, Feng L Q. Generation of wavelength tunable single-order harmonic via chirp gating modulation [J]. Chem Phys Lett, 2019, 725: 24.
- [17] Lu R F, Zhang P Y, Han K L. Attosecond-resolution quantum dynamics calculations for atoms and molecules in strong laser fields [J]. Phys Rev E, 2008, 77: 066701.

引用本文格式:

中 文: 刘辉, 冯立强. 激光波形优化产生水窗区单阶谐波[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2021, 58: 044002.  
英 文: Liu H, Feng L Q. Optimization of laser waveform for generating water window single order harmonic [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2021, 58: 044002.