

# 基于衰减路径时变性的压力容器 疲劳裂纹安全裕度研究

谢 阳<sup>1, 2</sup>, 赵 波<sup>1, 2</sup>, 龙 伟<sup>1, 2</sup>, 刘华国<sup>1, 2</sup>, 李炎炎<sup>1, 2</sup>

(1. 四川大学机械工程学院, 成都 610065; 2. 先进制造技术四川省重点实验室, 成都 610065)

**摘要:** 传统压力容器安全裕度表征模型未考虑裂纹扩展过程中的时变性, 导致无法准确反映剩余安全裕度大小。为此, 本文基于速度积概念建立了大型压力容器剩余安全裕度模型。裂纹扩展形式直接影响安全裕度判定, 故运用 Paris 公式并考虑闭合效应得到裂纹扩展规律公式, 并结合 Newman 和 Raju 数值计算应力强度因子的理论, 得到了不同裂纹的深度和长度方向变化的关联函数。以表面裂纹为例, 通过关联函数模型得到安全衰减路径, 然后计算了路径速度积安全裕度模型的表征变化, 从寿命安全裕度角度评价了路径速度积安全裕度模型, 结果表明, 随着裂纹在不同速度下的扩展变化, 其安全评价结果更符合实际安全裕度变化, 并为工程应用提供新思路。

**关键词:** 压力容器; 扩展关联函数; 安全衰减路径; 路径速度积

**中图分类号:** O346.1      **文献标识码:** A      **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.2021.064003

## Research on safety margin of fatigue crack of pressure vessel based on time variation of attenuation path

XIE Yang<sup>1, 2</sup>, ZHAO Bo<sup>1, 2</sup>, LONG Wei<sup>1, 2</sup>, LIU Hua-Guo<sup>1, 2</sup>, LI Yan-Yan<sup>1, 2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. Sichuan Provincial Key Lab of Advanced Manufacturing Technology, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** The traditional pressure vessel safety margin characterization model does not consider the time-varying nature of the crack propagation process, which makes it impossible to accurately reflect the residual safety margin. This paper establishes a large pressure vessel residual safety margin model based on the velocity product concept. The form of crack growth directly affects the determination of safety margin, so the Paris formula is used to obtain the crack growth law formula with the closure effect, and the theory of Newman and Raju numerical calculation of the stress intensity factor is used to obtain the correlation function of the changes in the depth and length of different cracks. Taking surface cracks as an example, the safety attenuation path is obtained based on the correlation function model, then the characterization change of the path velocity product safety margin model is calculated, and the path velocity product safety margin model is evaluated from the perspective of life safety margin. It is shown that as the crack propagation changes at different speeds, the safety evaluation results are more consistent with the actual safety margin changes, and provides new ideas for engineering applications.

**Keywords:** Pressure vessel; Crack growth correlation function; Safe attenuation path; Path velocity product

收稿日期: 2021-04-15

基金项目: 国家自然科学基金(5187051962); 四川省自然科学基金(2019YFG0347)

作者简介: 谢阳(1995—), 男, 四川成都人, 硕士研究生, 主要从事压力容器裂纹缺陷研究. E-mail: xieyangjx@163.com

通讯作者: 赵波. E-mail: zhaobo@scu.edu.cn

# 1 引言

随着我国迈入中国制造 2025 计划,压力容器作为关乎经济发展的特种储存设备,其重要性越来越明显,尤其在石油天然气工程、核动力工程、化工工程和空气动力学试验等国家重点工程项目中被广泛使用。大型压力容器在生产制造和环境介质等外部条件影响下,其表面和内部会存在各种先天性或后发性缺陷,如凹坑、夹渣、裂纹、未焊透等。调查发现,引起这些事故最主要的缺陷形式是裂纹<sup>[1-2]</sup>。传统方法对于压力容器安全程度的评估是在考虑弹性断裂和塑性失稳的基础上,形成双判据失效评定图(Failure Assessment Diagram, FAD)<sup>[3]</sup>。对于安全程度的计算为“射线法”,但是射线法只能从静态的角度出发,判断裂纹缺陷静态的剩余安全裕度大小,无法表征裂纹扩展过程中的时变性对含裂纹缺陷下的动态安全裕度<sup>[4]</sup>。本文的主要研究目的是通过对不同类型的裂纹在扩展过程中裂纹几何形态变化的研究,得出不同裂纹类型下的安全衰减路径,建立含缺陷压力容器在不同裂纹初始尺寸下的动态安全裕度表征模型;从而解决传统安全裕度计算方法无法实时表征安全裕度大小的缺点,为含缺陷压力容器的安全裕度评定提供新的思路。

## 2 裂纹的扩展规律及关联函数

不同类型的裂纹在扩展过程中裂纹几何形态变化影响着安全衰减路径的建立,进而影响含缺陷压力容器在不同初始裂纹尺寸下,动态安全裕度表征的准确性,所以对于裂纹扩展规律的探究十分必要。

### 2.1 裂纹扩展规律准则

根据大型压力容器构造特点,其曲率很小,可以忽略不计。将含裂纹处简化为如图 1 所示受均匀张力的平板进行研究<sup>[5]</sup>。计算时将表面裂纹和埋藏裂纹规则化为(半)圆形或(半)椭圆形。

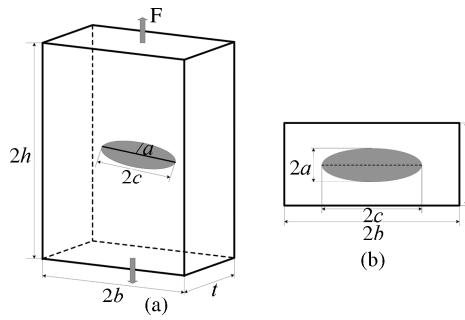


图 1 含埋藏裂纹的平板

Fig. 1 Flat plate with emdedded cracks

疲劳裂纹扩展主要是描述裂纹在疲劳载荷作用下的形状变化。不同类型的裂纹都遵循基于断裂力学理论及实验提出的疲劳裂纹扩展式<sup>[6-8]</sup>,即 Paris 公式:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad (1)$$

式中  $\Delta K$  为应力强度因子变化范围;  $C$  和  $m$  是与材料有关的参数,通过试验测得,  $m$  取值 2~7。

考虑到裂纹扩展存在“闭合效应”, Elber<sup>[9-10]</sup>最早发现该现象,同时,定义了裂纹闭合系数  $U$  并给出经验公式  $U=0.5+0.4R$ , Schijve<sup>[11]</sup> 对公式进行修正如下:

$$U=0.55+0.35R+0.1R^2 \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),有:

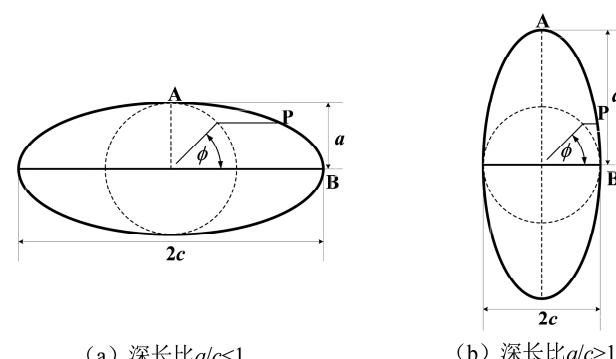
$$\frac{da}{dN} = C (U \Delta K)^m \quad (3)$$

利用 Paris 公式分别计算裂纹长度值  $c$  和深度值  $a$  与疲劳应力循环次数的积分关系。以埋藏裂纹为例,如图 2,在计算中只考虑前端的中心裂纹处 A 和边界裂纹处 B。其数学表达式为:

$$\frac{da}{dN} = C_A (U \Delta K_A)^m \quad (4)$$

$$\frac{da}{dN} = C_B (U \Delta K_B)^m \quad (5)$$

上两式中  $\Delta K_A$ 、 $\Delta K_B$  分别为中心裂纹处 A, 边界裂纹处 B 的应力强度因子的变化范围;  $C_A$ 、 $C_B$  分别为中心裂纹处 A, 边界裂纹处 B 的 Paris 公式常数。



(a) 深长比  $a/c < 1$

(b) 深长比  $a/c > 1$

图 2 埋藏裂纹初始形状  
Fig. 2 The initial shape of the embedded crack

将式(4)和(5)进行数值迭代,能够获得关于裂纹缺陷深度值与长度值的关联关系:

$$\frac{da}{dc} = \frac{C_A}{C_B} \left( \frac{\Delta K_A}{\Delta K_B} \right)^m \quad (6)$$

从式(6)可知,裂纹在深度和长度方向上的关联关

系,不仅与裂纹尖端处应力强度因子  $K$ ,而且和材料常数  $C$ 、 $m$  相关。对于表面裂纹,其在裂纹长度方向上存在较大的塑性区,受表面的延展性阻碍作用<sup>[12]</sup>,在一定程度上将影响长度  $c$  的扩展,可以取  $C_A = 0.9^m C_B$ ,针对埋藏裂纹而言,其不存在表面延展性作用取  $C_A = C_B$ 。因此,埋藏裂纹和表面裂纹通过以下方式扩展:

$$\begin{cases} \frac{\Delta a}{\Delta c} = \left( \frac{\Delta K_A}{\Delta K_B} \right)^m & (\text{埋藏裂纹}) \\ \frac{\Delta a}{\Delta c} = \left( \frac{0.9 \Delta K_B}{\Delta K_A} \right)^m & (\text{表面裂纹}) \end{cases} \quad (7)$$

式中  $\Delta a$  ( $\Delta a \rightarrow 0$ ) 为裂纹中心处 A 点的扩展变化量;  $\Delta c$  为裂纹边界处 B 点的裂纹扩展变化量。由式(7)可知,裂纹在深度和长度方向上的关联关系,主要与裂纹应力强度因子  $K$  有关,且式(7)可写成:

$$\begin{cases} \Delta c = \left( \frac{\Delta K_B}{\Delta K_A} \right)^m \times \Delta a & (\text{埋藏裂纹}) \\ \Delta c = \left( \frac{0.9 \Delta K_B}{\Delta K_A} \right)^m \times \Delta a & (\text{表面裂纹}) \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)分别进行迭加计算后,能得到裂纹扩展变化  $n$  次后的尺寸值,分别取裂纹初始深度和长度值为  $a_0$ 、 $c_0$ ,长度尺寸  $a_n$ 、深度值  $c_n$ ,其表示式为:

$$a_n = a_0 + n \Delta a \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (9)$$

$$\begin{cases} c_n = c_0 + \left( \frac{\Delta K_B}{\Delta K_A} \right)^m \times n \Delta a & (\text{埋藏裂纹}) \\ c_n = c_0 + \left( \frac{0.9 \Delta K_B}{\Delta K_A} \right)^m \times n \Delta a & (\text{表面裂纹}) \end{cases} \quad (10)$$

## 2.2 应力强度因子的计算

大型压力容器埋藏裂纹所在部分假设成如图 2 所示的平板,分析位于平板的横截面区域所对称埋藏缺陷相关的裂纹路径,该缺陷受疲劳 I 型载荷下的均匀张力。本文运用 Newman 和 Raju<sup>[13-15]</sup>提供的计算埋藏裂纹和表面裂纹应力强度因子  $K$  的方法。埋藏裂纹计算方程受拉应力下  $0 \leq a/c \leq \infty$ 、 $c/b < 0.5$  且  $-\pi \leq \varphi \leq \pi$  时有效,当取  $0 \leq a/c \leq 0.2$ ,则有  $a/t < 1.25(a/c + 0.6)$ ;当取  $0.2 \leq a/c \leq \infty$ ,则有  $a/t < 1$ ;表面裂纹计算方程受拉应力作用下  $0 \leq a/c \leq 2$ 、 $c/b < 0.5$  和  $0 \leq \varphi \leq \pi$  有效,当取  $0 \leq a/c \leq 0.2$ ,则有  $a/t < 1.25(a/c + 0.6)$ ;当取  $0.2 \leq a/c \leq 2$ ,则有  $a/t < 1$ ,但两者对于  $a/t > 0.8$  作者尚未给出确定的精度,其中  $a$  是裂纹深度值( $\text{mm}$ ); $b$  是裂纹所在平板长度的一半( $\text{mm}$ ); $c$  是裂纹长度的一半( $\text{mm}$ ); $t$  是裂纹所在平板厚度( $\text{mm}$ )。

埋藏裂纹应力强度因子  $K_e$  表达式如下:

$$K_e = (S_t) \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} F_e \left( \frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (11)$$

表面裂纹应力强度因子  $K_s$  表达式如下:

$$K_s = (S_t + H_s \times S_b) \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} F_s \left( \frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (12)$$

公式中  $S_t$  为受到的拉力; $S_b$ 、 $H_s$  分别为受到的弯曲应力和弯曲修正系数; $\varphi$  为裂纹扩展角度; $F_s$ 、 $F_e$ 、 $Q$  为计算中的过程变化量,和裂纹形状变化有关,具体推导过程见文献[14]。

我们通过以上公式可以求解裂纹的应力强度因子  $K$ ,进一步分析裂纹扩展的扩展变化情况。

## 2.3 裂纹扩展的数值分析与迭代计算

假设裂纹呈(半)圆形或(半)椭圆形,裂纹前沿裂纹点的扩展方向都垂直于裂纹前端方向,如图 2. 将椭圆形裂纹的前沿运用 Simpson 公式离散化分成长度相同的  $z$  段。并且每个裂纹点  $n$  都在垂直于裂纹前端方向上扩展并且遵循 Paris 公式,使裂纹的最大裂纹扩展量  $\Delta a_{\max}$  在扩展变化过程中保持恒定,这样与椭圆形裂纹前沿上所有裂纹点都相关联,且最大裂纹扩展量对应存在最大应力强度因子  $\Delta K_{\max}$ 。根据 Paris 迭代计算公式(7),得到如下公式,通过该公式可以求解椭圆形裂纹前沿上任意一点  $n$  的裂纹扩展量  $\Delta a_n$ 。

$$\Delta a_n = \Delta a_{\max} \left[ \frac{\Delta K_n}{\Delta K_{\max}} \right]^m \quad (13)$$

式中  $\Delta a_n$  是第  $n$  点的裂纹扩展变化量,  $\Delta a_{\max}$  是计算过程中最大裂纹扩展变化量,  $\Delta K_n$  是第  $n$  点的应力强度因子变化,  $\Delta K_{\max}$  是最大应力强度因子变化。基于 Newman 和 Raju 的方程(式(11)、(12)),有如下公式:

$$\begin{cases} \Delta a_n = \Delta a_{\max} \left[ \frac{(g f_{\varphi})_n}{(g f_{\varphi})_{\max}} \right]^m & (\text{埋藏裂纹}) \\ \Delta a_n = \Delta a_{\max} \left[ \frac{(H_s g f_{\varphi})_n}{(H_s g f_{\varphi})_{\max}} \right]^m & (\text{表面裂纹}) \end{cases} \quad (14)$$

通过上式计算得到某一时刻下任意一点的裂纹变化量,利用最小二乘法进行拟合形成新的椭圆形裂纹前沿,进而可以得到不同时刻下裂纹扩展深度和长度的变化规律。同时利用 Python 语言将上述数值计算模型编程,分析裂纹路径变化规律,通过迭代计算得出裂纹深度和长度的变化曲线。通常裂纹形状变化通过裂纹的深长比  $a/c$  和相对裂纹深度  $a/t$  来表示,根据计算绘制了  $a/c$  随  $a/t$  的函数变化曲线。主要迭代流程如图 3。流程图中:  $\Delta a_i$  为深

度方向第  $i$  次的裂纹扩展变化量;  $\Delta c_i$  为长度方向第  $i$  次的裂纹扩展变化量。

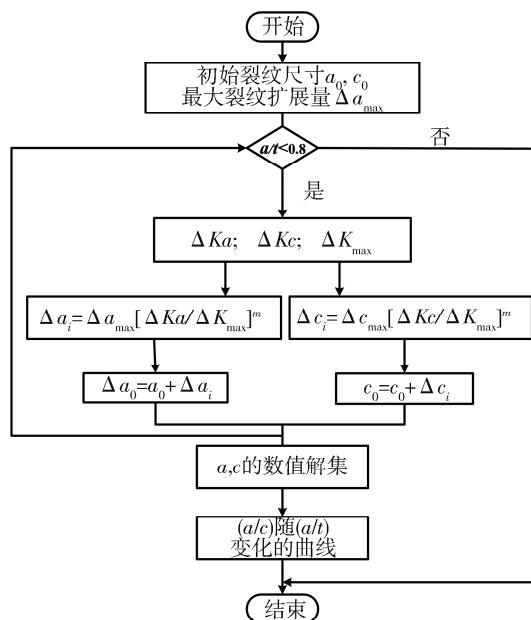


图 3 迭代计算流程示意图

Fig. 3 Schematic diagram of iterative calculation process

## 2.4 关联函数分析

首先运用 Python 语言对模型编程, 收敛计算得到了数值结果, 将埋藏裂纹和表面裂纹的裂纹前沿离散化为均匀长度的  $z$  段, 令循环计算过程中裂纹最大深度变化值  $\Delta a_{\max} = 0.00001t$ , 压力容器常用材料 16MnR 在 Paris 公式中材料相关系数  $m$  取值为 2~4, 这里取  $m=3$ . 图 4 绘制了埋藏裂纹和表面裂纹在初始裂纹尺寸为  $(a/t)_0 = \{0.02, 0.2, 0.4\}$  和  $(a/c)_0 = \{0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}$  共 15 个初始裂纹尺寸不同的深长比  $(a/c)$  随相对裂纹深度  $(a/t)$  的函数变化情况.

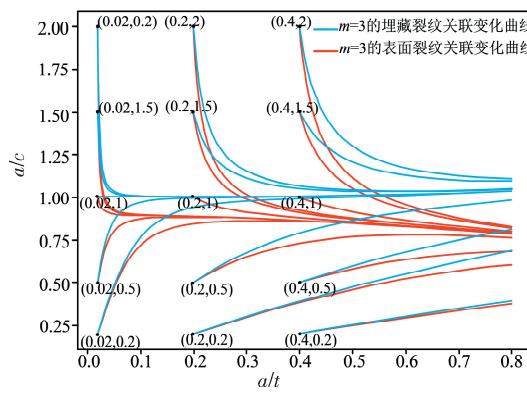


图 4 表面裂纹和埋藏裂纹扩展变化对比图(线上彩色)  
Fig. 4 Comparison of growth changes of surface cracks and embedded cracks (color online)

从图 4 分析可知:(1) 埋藏裂纹和表面裂纹受

拉作用下, 裂纹形状变化趋势相同, 当  $(a/c)_0 < 1$  时, 裂纹深长比  $a/c$  随相对裂纹深度  $a/t$  增加而变大, 靠近于 1 时趋于稳定; 当  $(a/c)_0 > 1$  时, 裂纹深长比  $a/c$  随相对裂纹深度  $a/t$  增加而变小, 靠近于 1 时趋于稳定, 表明两种裂纹受拉伸应力作用时, 最后的形状变化趋向于近似  $a=c$  的方向发展. 将图 4 中两种裂纹所有曲线分别收敛于某一趋势的路径定义为“最优扩展路径”, 表面裂纹的“最优扩展路径”比埋藏裂纹更低.(2) 对于相同类型的裂纹, 初始裂纹相对裂纹深度  $(a/t)_0$  一定时, 初始深长比  $(a/c)_0$  的值越大, 曲线会更快收敛于最优扩展路径; 当  $(a/t)_0 \geq 0.2$  受到拉应力时, 曲线会更慢收敛于最优扩展路径.(3) 对于不同类型的裂纹, 表面裂纹比埋藏裂纹曲线更快收敛于最优扩展路径.

选取图 4 中部分不同的初始裂纹点所形成的曲线进行曲线拟合, 生成表 1 和表 2 的裂纹关联函数.

表 1 埋藏裂纹深度  $a$  和长度  $c$  变化关联函数

Tab. 1 Correlation function of changes in depth  $a$  and length  $c$  of embedded cracks

初始 (a/t) <sub>0</sub>	初始 (a/c) <sub>0</sub>	埋藏裂纹关联函数 $f(x)=a/c, x=a/t$
0.02	0.5	$f(x)=10.92x-61.48x^2+154.33x^3-176.92x^4+75.66x^5+0.25$
0.2	0.5	$f(x)=-24.84x+117.52x^2-248.35x^3+247.08x^4-94.13x^5+2.38$
0.4	0.5	$f(x)=-310.46x+1023.13x^2-1661.11x^3+1333.31x^4-423.66x^5+37.5$
0.02	1.5	$f(x)=-16.27x+109.09x^2-304.8x^3+374.96x^4-168.04x^5+1.7$
0.2	1.5	$f(x)=-57.04x+215.1x^2-399.05x^3+362.83x^4-129.13x^5+6.97$
0.4	1.5	$f(x)=-199.21x+594.16x^2-891.52x^3+670.07x^4-201.23x^5+28.09$

表 2 表面裂纹深度  $a$  和长度  $c$  变化关联函数

Tab. 2 Correlation function of changes in depth  $a$  and length  $c$  of surface cracks

初始 (a/t) <sub>0</sub>	初始 (a/c) <sub>0</sub>	表面裂纹关联函数 $f(x)=a/c, x=a/t$
0.02	0.5	$f(x)=8.17x-44.81x^2+108.63x^3-121.54x^4+50.99x^5+0.32$
0.2	0.5	$f(x)=-20.99x+98.36x^2-206.35x^3+202.75x^4-76.2x^5+2.12$
0.4	0.5	$f(x)=-12.96x+47.45x^2-78.75x^3+63.03x^4-19.92x^5+1.64$

(续表 2)

初始 ( $a/t$ ) <sub>0</sub>	初始 ( $a/c$ ) <sub>0</sub>	表面裂纹关联函数 $f(x)=a/c, x=a/t$
0.02	1.5	$f(x) = -16.39x + 100.13x^2 - 262.09x^3 + 307.7x^4 - 133.65x^5 + 1.648$
0.2	1.5	$f(x) = -71.25x + 306.42x^2 - 581.39x^3 + 583.49x^4 - 194.81x^5 + 8.94$
0.4	1.5	$f(x) = -320.13x + 956.79x^2 - 1433.25x^3 + 1071.85x^4 - 319.61x^5 + 44.03$

将本文提出的数值计算模型进一步验证, 在相应工况下运用数值模型计算文献<sup>[16-17]</sup>裂纹初始值下变化趋势与文献实验值比较, 即使考虑到工程材料中疲劳裂纹扩展的固有实验误差, 模型预测和实验结果之间的一致性也非常好。

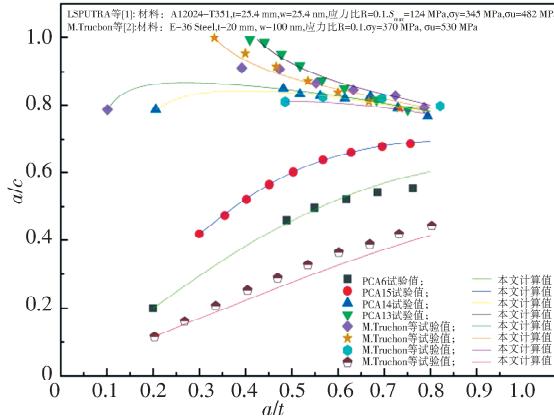


图 5 表面裂纹模型计算值与实验值对比(线上彩色)  
Fig. 5 Comparison of calculated and experimental values of surface crack model (color online)

### 3 压力容器安全裕度模型研究

以裂纹扩展变化关联函数为基础, 基于缺陷失效评定图计算得出缺陷安全衰减路径, 提出路径速度积安全裕度动态计算模型, 实际表征出缺陷裂纹变化过程中剩余安全裕度的大小。传统安全裕度研究方法模型有射线法安全裕度模型、衰减路径法安全裕度模型和模糊评定法安全裕度模型三种, 这三种安全裕度模型的计算方法见文献<sup>[4, 18]</sup>, 虽然以上三种传统安全评定模型都有各自优点, 但都没有考虑裂纹扩展速度即考虑时变性对于安全裕度表征的影响进行准确判定。因此基于衰减路径法安全裕度模型, 考虑裂纹时变性的问题, 提出新的剩余安全裕度模型。

#### 3.1 路径速度积安全裕度模型

3.1.1 衰减路径与速率拐点 由图 6 可知, 随着裂纹尺寸变化, 失效评定图上失效点从 D 到 C 的

变化并非呈现射线状变化而是呈现曲线状变化, 且疏密程度不同的失效点逐渐靠近缺陷失效曲线(FAC), 将 DC 所连成的散点曲线称为衰减路径, 仿真过程中由于裂纹类型变化或者规则化处理的原因衰减路径会出现断点跳跃的情况<sup>[2]</sup>。同时, 从图 7<sup>[19-20]</sup>裂纹扩展速率图中可以看出, 从第二阶段到第三阶段速度突然增加时存在一个分界点 C, 将该点称为“速率拐点”。对应衰减路径图 6 中存在某一失效点到达速率拐点临界线之后, 任意两个失效点之间的距离突然逐渐增大, 将该点称也定义“速率拐点”。

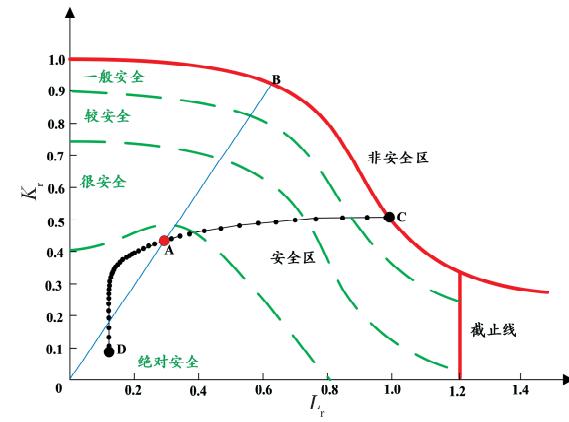


图 6 三种安全裕度模型示意图  
Fig. 6 Schematic diagram of three safety margin models

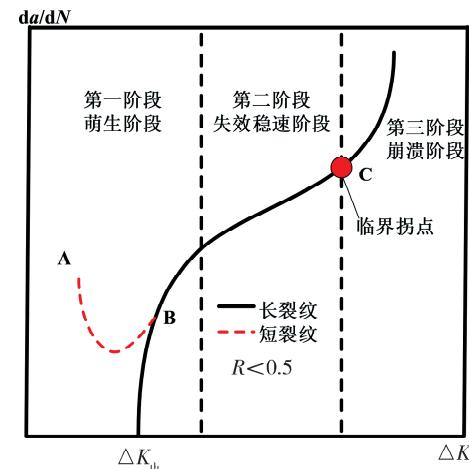


图 7 长短裂纹速率变化示意图  
Fig. 7 Schematic diagram of the change of long and short crack rate

3.1.2 失效速度和失效路径表征 衰减路径是由不同( $L_r, K_r$ )值组成的散点路径, 每两个失效点之间的横、纵坐标的变化量分别为 $\Delta L_r, \Delta K_r$ , 则每两个失效点之间的直线距离为 $\sqrt{(\Delta K_r)^2 + (\Delta L_r)^2}$ 。基于衰减路径考虑裂纹扩展变化中的时变性, 失效速度表征为:

$$v = \sqrt{(\Delta K_r)^2 + (\Delta L_r)^2} / \Delta a \quad (15)$$

裂纹扩展中裂纹增长量为  $\Delta a$ , 考虑厚度大小无量纲化处理后有  $\Delta a/t$ , 则裂纹增长长度可表示为  $a_n/t = \Delta a_1/t + \Delta a_2/t + \dots + \Delta a_n/t$ , 失效路径表征为:

$$S = \frac{a_n}{t} = \frac{\Delta a_1}{t} + \frac{\Delta a_2}{t} + \dots + \frac{\Delta a_n}{t} \quad (16)$$

将含缺陷的衰减速率图转化成图 8 的  $v-S$  图, 该图能反映裂纹失效速度  $v$  随裂纹扩展变化长度的趋势, 其变化趋势与图 7 的变化趋势极为一致。其中,  $S_0$  点表示缺陷裂纹开始扩展,  $S_1$  点表示第二阶段开始点,  $S_i$  点表示扩展过程中任一点,  $S_n$  表示速率拐点。

**3.1.3 路径速度积剩余安全裕度表征** 不同大小的缺陷裂纹尺寸与失效速度有关, 同时反映了设备的安全程度。由于第三阶段失稳崩溃速度较快, 考虑到压力容器评定安全性问题, 这里将速率拐点作为分界线, 在速度积安全裕度计算过程中把第三阶段作省略处理。利用  $v-S$  路径速度积对应面积来表示其剩余的安全裕度大小如图 8。

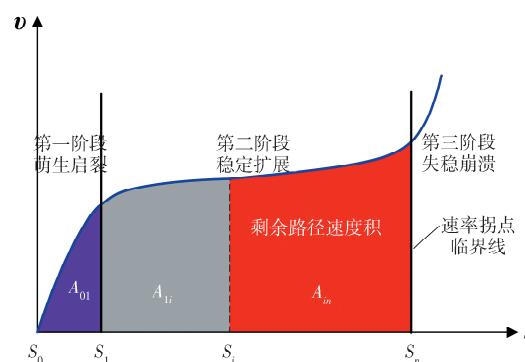


图 8 表面裂纹速度积计算示意图

Fig. 8 Schematic diagram of surface crack velocity product calculation

将扩展过程中任一点  $S_i$  的速度积大小用  $A_i$  表示:

$$A_i = \int_{S_0}^{S_i} v(S) dS \quad (17)$$

分析式(17)可知,  $A_i$  的大小是  $S$  对  $v$  积分求面积, 同理, 如图 8, 对任意两个点  $S_i, S_j$  之间的速度积大小可定义为:

$$A_{ij} = \int_{S_i}^{S_j} v(S) dS \quad (18)$$

根据以上定义, 对于剩余速度积  $A_{in}$  和全域速度积  $A$  的计算可分别定义为

$$A_{in} = \int_{S_i}^{S_n} v(S) dS \quad (19)$$

$$A = \int_{S_0}^{S_n} v(S) dS \quad (20)$$

以表面裂纹情况计算, 衰减路径转化后得到速度积散点曲线  $v(S)$ , 将各个点运用插值法拟合成图 8 的幂函数曲线, 可表示为:

$$v(S) = b_1 S + b_2 S^2 + b_3 S^3 + \dots + b_M S^M = \sum_{i=1}^M b_i S^i \quad (21)$$

其中  $b_i (i=1, 2, 3, \dots, M)$  表示常数。

通过以上定义可知, 全域速度积还可代换为  $A = A_i + A_{in}$ , 则安全系数  $F = A/A_i$ , 计算失效点  $S_i$  的剩余安全裕度为:

$$M = 1 - 1/F = A_{in}/A = A_i + A_{in}/A \quad (22)$$

随着裂纹扩展安全裕度不断降低, 红色面积  $A_{in}$  逐渐快速趋向于 0。

### 3.2 速度积安全裕度模型实例

以压力容器常用材料为 16MnR 为例, 假设壁厚  $t = 20$  mm 的容器内部存在一条初始裂纹深度  $a_0 = 6$  mm, 长度  $2c_0 = 30$  mm 的表面裂纹, 即  $(a/t)_0 = 0.3$ ,  $(a/c)_0 = 0.4$ . 通过关联函数模型计算并拟合得到  $y = 1.12343x^1 + 1.73772x^2 - 5.88087x^3 + 5.21485x^4 - 1.62323x^5 + 0.01806$  的关联函数, 然后计算得到安全衰减路径。由于裂纹扩展过程中变成穿透裂纹, 所以出现断点跳跃情况。同时考虑了形成初始裂纹之前的微小短裂纹扩展, 且假设微小短裂纹的扩展情况满足上面长裂纹拟合的深度与长度变化的关联函数表达式, 最终得到裂纹从裂纹源形成到失效的全域衰减路径, 如图 9。

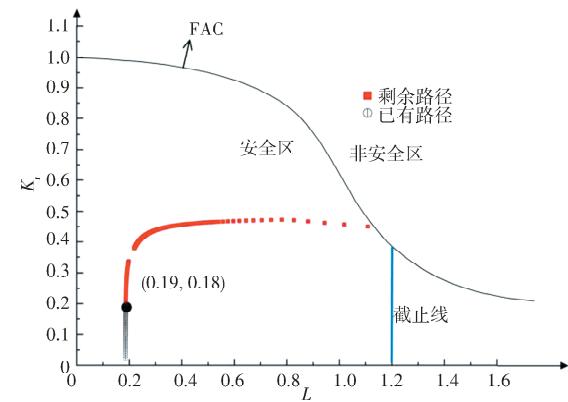


图 9 表面裂纹安全衰减路径实例计算示意图

Fig. 9 Schematic diagram of calculation of safety attenuation path of surface crack

通过关联函数计算裂纹从微小短裂纹出现到最后崩溃的全域衰减路径, 同样进行速度积转化, 如图, 由放大图可以看出考虑微裂纹扩展时, 裂纹

扩展速率是先增大后减小最后进入长裂纹扩展阶段, 其趋势与图 7 中长短裂纹变化一致, 同时文献<sup>[19-20]</sup>也指出短裂纹扩展速度随长度增长而降低, 到达某一尺寸后再迅速增大然后进入长裂纹扩展速率趋势。计算安全裕度时考虑其速率拐点, 取速度变化量是前一次速度变化量的两倍为速率拐点作临界线, 这里取速率拐点为  $S = 0.8745$ ,  $v = 0.30677$ , 对应则的  $L_r = 0.5450$ ,  $K_r = 0.4660$ , 如图 10。

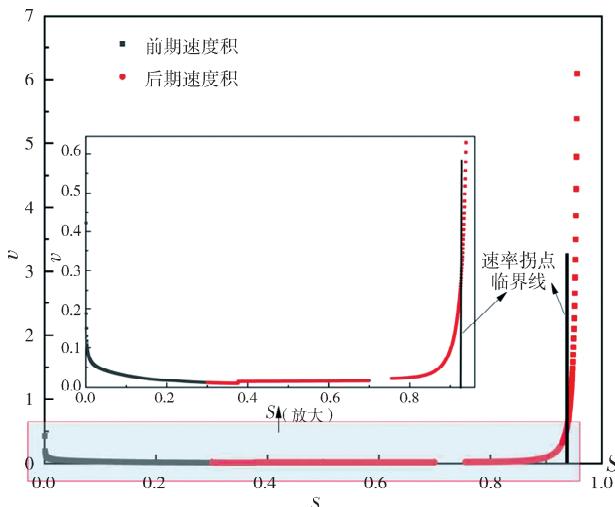


图 10 表面裂纹速度积实例计算示意图

Fig. 10 Schematic diagram of calculation of surface crack velocity product example

将临界线后面第三阶段速度进行省略然后利用速度积分求面积来表征安全裕度, 与射线法、衰减路径法和模糊评定法计算的安全裕度进行比较, 运用寿命安全裕度评估剩余路径速度积安全裕度模型的合理性, 计算结果由图 11 和表 3 所示。

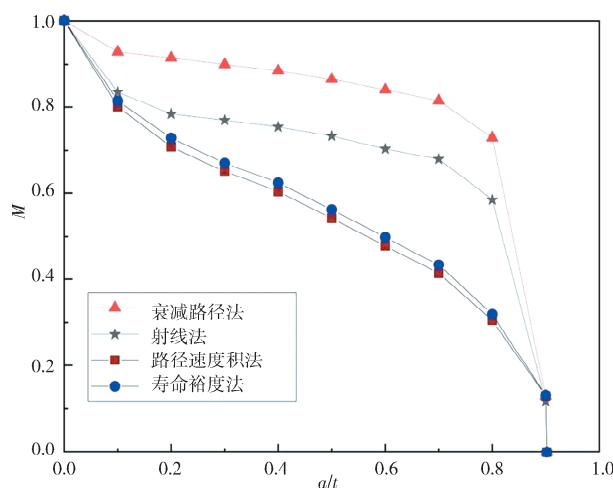


图 11 安全裕度实例计算对比图

Fig. 11 Comparison of calculation examples of safety margin

表 3 裂纹变化时的剩余安全裕度大小

Tab. 3 The size of the remaining safety margin when the crack changes

裂纹扩展 长度 $a/t$	剩余安全裕度 $M$ 大小变化				
	射线法	衰减路 径法	模糊评 定法	路径速 度积法	寿命裕 度法
0.0	1.000 0	1.000 0	绝对安全	1.000 0	1.000 0
0.1	0.834 3	0.921 0	绝对安全	0.800 4	0.813 8
0.2	0.784 0	0.915 1	绝对安全	0.708 9	0.728 9
0.3	0.769 7	0.900 1	绝对安全	0.650 8	0.670 9
0.4	0.754 3	0.885 0	绝对安全	0.603 6	0.623 6
0.5	0.733 4	0.864 2	绝对安全	0.541 9	0.561 9
0.6	0.703 8	0.839 7	绝对安全	0.478 7	0.498 7
0.7	0.680 2	0.814 4	很安全	0.413 4	0.433 4
0.8	0.584 4	0.729 2	比较安全	0.305 3	0.319 3
0.9	0.117 8	0.129 2	一般安全	0.130 1	0.130 9
1.0	0.000 0	0.000 0	不安全	0.000 0	0.000 0

从图 11 和表 3 可以看出, 裂纹扩展尺寸均匀变化时, 射线法、衰减路径法和模糊评定法变化趋势初期比较平缓, 当到达 0.8 后时, 剩余裕度会出现突然降低的变化, 而路径速度积随着裂纹尺寸变化趋势平缓且与图 8 中速度  $v$  有关, 速度越大安全裕度下降越快。计算的寿命裕度变化与路径速度积变化规律基本也一致。与衰减路径法相比, 路径速度积法的差别可达 42% 左右, 而与寿命裕度法相比最大差别仅为 2%。说明路径速度积法更符合裂纹扩展下安全裕度变化, 能较好的实时表征动态安全裕度的大小。

## 4 结 论

本文主要针对含缺陷压力容器安全评估展开研究。传统安全裕度判定方法如射线法只能判断设备是否安全, 而无法准确得出剩余安全裕度大小, 针对这一局限, 本文通过找出不同类型裂纹扩展形状关联变化函数, 得到裂纹的安全衰减路径, 进而考虑裂纹扩展变化中的时变性建立路径速度积的安全裕度表征模型。并与射线法、衰减路径法和模糊评定法进行比较, 从剩余寿命法角度对比了其实用性, 论证模型的可靠性。本文主要研究内容如下: (1) 基于 Paris 公式进行迭代得到裂纹扩展规律公式, 应用 Newman 等的数值计算  $K$  的理论, 考虑裂纹存在闭合效应下埋藏裂纹和表面裂纹扩展规律

变化情况,改变 Paris 公式中材料系数  $m$  证明裂纹扩展变化与材料有关,并利用 Python 计算机语言进行模型编程,得到不同初始值下裂纹的变化规律图,建立埋藏裂纹和表面裂纹在扩展过程中深度  $a$  和长度  $c$  的关联变化函数。(2) 基于传统安全裕度模型无法考虑裂纹扩展下时变性问题,根据速度积概念,建立了新的大型压力容器剩余安全裕度模型。以表面裂纹为例进行讨论分析,从寿命安全裕度角度评价路径速度积安全裕度模型,结果符合较好。

### 参考文献:

- [1] 李志安, 张建伟, 吴剑华. 过程装备断裂理论与缺陷评定[M]. 北京: 化学工业出版社, 2006.
- [2] 龙伟, 严佳兵, 李炎炎, 等. 基于缺陷安全衰减路径仿真的含埋藏裂纹压力容器剩余寿命研究[J]. 工程科学与技术, 2018, 50: 239.
- [3] 林思建, 龙伟, 田大庆, 等. 在役压力容器安全评估与剩余寿命预测的研究[J]. 机械, 2012, 39: 12.
- [4] 谢阳, 龙伟, 赵波, 等. 压力容器缺陷安全评定研究进展和衰减路径速度积方法[J]. 机械, 2019, 46: 8.
- [5] 谢阳, 龙伟, 赵波, 等. 压力容器疲劳加载下埋藏裂纹扩展规律的研究[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2021, 58: 024004.
- [6] Paris P, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws [J]. J Basic Eng Dec, 1963, 85: 528.
- [7] Oh S H, Ryu T Y, Park S H, et al. Evaluation of J-groove weld residual stress and crack growth rate of PWSCL in reactor pressure vessel closure head [J]. J Mech Sci Technol, 2015, 29: 1225.
- [8] Newman J C, Raju I S. An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack [J]. Eng Fract Mech, 1981, 15: 185.
- [9] Elber W. The significance of fatigue crack closure [EB/OL]//Rosenfeld M. STP486-EB Damage tolerance in aircraft structures. West Conshohocken, PA: ASTM International, 1971: 230 [2021-04-02]. <https://doi.org/10.1520/STP26680S>.
- [10] Elber W. Fatigue crack closure under cyclic tension [J]. Eng Fract Mech, 1970, 2: 37.
- [11] Schijve J. Stress intensity factors of cracks [M]// Schijve J. Fatigue of Structures and Materials. Dordrecht: Springer, 2009: 105.
- [12] 黄如旭, 黄进浩, 万正权. T型接头横向埋藏裂纹扩展特性[J]. 舰船科学技术, 2015, 37: 29.
- [13] Newman J C, Raju I S. Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads: NASA-TP-1578 [R]. Hampton: NASA, 1979.
- [14] Raju I S, Newman J C. Stress-intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates [J]. Eng Fract Mech, 1979, 11: 817.
- [15] Newman J C, Raju I S. Stress-intensity factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies: NASA-TM-83200 [R]. Los Angeles: NASA, 1981.
- [16] Thuchon M, Lieurade H P. Experimental study of surface crack propagation in an E-36 steel [C]//5th Int Conf on Fracture. Cannes: IRSID, 1981: 9.
- [17] Putra I S, Schijve J. Crack opening stress measurements of surface cracks in 7075-T6 aluminium alloy plate specimen through electron fractography [J]. Fatigue Fract Eng M, 1992, 15: 323.
- [18] 杜仕冲, 龙伟, 夏令, 等. 基于压力容器缺陷模糊评定的梯度分区[J]. 机械, 2007, 34: 54.
- [19] 程育仁. 疲劳强度[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1990.
- [20] 赵永翔, 高庆, 王金诺. 不锈钢管道焊缝金属疲劳短裂纹行为的实验研究Ⅱ. 裂纹萌生, 扩展与交互作用[J]. 金属学报, 2000, 36: 937.

### 引用本文格式:

- 中 文: 谢阳, 赵波, 龙伟, 等. 基于衰减路径时变性的压力容器疲劳裂纹安全裕度研究[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2021, 58: 064003.
- 英 文: Xie Y, Zhao B, Long W, et al. Research on safety margin of fatigue crack of pressure vessel based on time variation of attenuation path [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2021, 58: 064003.