

# 多界面热传导模型的数值解与参数估计

陈相兵<sup>1</sup>, 闵心畅<sup>2</sup>, 陈晨<sup>3</sup>

(1. 四川大学锦江学院数学教学部, 眉山 620860; 2. 四川大学数学学院, 成都 610064;  
3. 中国民用航空飞行学院理学院, 广汉 618307)

**摘要:** 本文研究了多界面热传导模型的数值解及参数估计。首先, 本文运用有限差分法对传热方程和界面条件进行离散化, 将其转换为三对角型线性方程组。然后, 基于追赶算法所给出的线性方程组数值解, 本文建立了方程参数的非线性规划模型, 并设计自适应粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)。本文提出的自适应 PSO 算法对惯性因子实施一种自适应的非线性递减调整策略, 以避免群体过早陷入局部极值、提升粒子的寻优精度。最后, 本文以仿真实验比较了自适应 PSO 算法、标准 PSO 算法及经典的非线性优化算法如 AS (Active Set) 算法, IP (Interior Point) 算法和 SQP 算法等在参数估计时的性能差异。

**关键词:** 热传导方程; 向后差分格式; 追赶法; 自适应粒子群算法

**中图分类号:** O241.82 **文献标识码:** A **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.2022.051002

## Numerical solution and parameter estimation of multi-interface heat conduction models

CHEN Xiang-Bing<sup>1</sup>, MIN Xin-Chang<sup>2</sup>, CHEN Chen<sup>3</sup>

(1. Division of Mathematics, Sichuan University Jinjiang College, Meishan 620860, China;  
2. School of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064, China;  
3. College of Science, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618307, China)

**Abstract:** This paper mainly studies the numerical solution and parameter estimation of a multi-interface heat conduction model. Firstly, the heat conduction equation and interface conditions are discretized to tridiagonal linear equations by using the finite difference method. Then a chasing method is used to obtain the numerical solution. Furthermore, a adaptive Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm is proposed for the parameter estimation. This algorithm adopts an adaptive nonlinear decreasing adjustment strategy for the inertia factor in order not to sinking into the local extreme values prematurely and the optimization accuracy. Finally, the performance of the proposed algorithm is compared to the standard PSO algorithm and the classical nonlinear optimization algorithms such as Active Set (AS), Interior Point (IP) and SQP by using a numerical example.

**Keywords:** Heat conduction equation; Backward difference; Chasing method; Adaptive particle swarm optimization

收稿日期: 2022-02-10

基金项目: 四川省科技计划资助项目(2022JDRC0068, 2021JDRC0080); 四川省教育厅项目(18ZB0363); 四川大学锦江学院校级项目(JG201727); 中国民用航空飞行学院校级课题(J2021-058)

作者简介: 陈相兵(1985-), 男, 安徽枞阳人, 博士, 副教授, 主要研究方向为应用数学. E-mail: chenxb85@sina.com

通讯作者: 陈晨. E-mail: chenchen\_uni@foxmail.com

## 1 引言

在高温环境中,高温作业专用服<sup>[1]</sup>是非常重要的个体防护设备,能够防止人体受到高温的伤害.性能良好的作业服可以保证工作人员的生命安全,最大限度地提高工作效率.

本文旨在研究实际生产的高温工作服的模型参数的精确估计和织物层厚度等织物材料参数的优化设计方法.为此,我们首先利用高温作业服的传热原理建立了多界面热传导方程模型,给出了稳定的方程数值算法,然后基于方程数值解建立实际生产中各模型参数的非线性规划模型,给出规划问题的自适应粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法.

此外,为验证模型算法的性能,本文以 2018 年全国大学生数学建模竞赛 A 题所提供的数据为基础,将提出的自适应 PSO 算法与标准 PSO 算法和经典优化算法,如 Active Set(AS)、Interior Point(IP)和 SQP<sup>[2]</sup>进行比较,结果显示自适应 PSO 算法的全局优化能力较强,解也更精确.本文的研究为防护服的优化设计提供了一种良好方法.

## 2 热传导模型

高温作业专用服一般由三层高性能织物材料构成,记为 I、II、III 层. I 层与外界高温环境接触,III 层与皮肤之间的充满空气的间隙记为 IV 层<sup>[1]</sup>.为模拟实际场景,本文使用 2018 年全国大学生数学建模竞赛 A 题的数据来分析传热机理,建立高温作业服的非稳态热传导模型.

为简化模型,我们假设<sup>[3]</sup>:

- (i) 织物材料质地均匀,热量传递各向同性;
- (ii) 第 IV 层间隙小、温度不会太高,忽略热辐射、热对流;

(iii) 第 IV 层与皮肤之间的传热以热对流为主.



图 1 防护服简化示意图

Fig. 1 Simplified diagram for the protective clothing

如图 1 所示,设 I 至 IV 层厚度为  $d_i, i=1, 2, 3, 4$ . 以防热服与外界环境的交界作为原点,沿防护服至皮肤垂直方向为  $x$  轴的正向建立坐标系. 假设温度分布函数  $u(x, t)$  关于空间位置变量  $x$  和时间变量  $t$  分别有二阶连续和一阶连续偏导数,并令  $l_0=0$  及  $l_j = \sum_{i=1}^j d_i, j=1, 2, 3, 4$  为防护服各材料层界面处  $x$  坐标.

在高温传热过程中,鉴于防护服材料降解吸热、放热效应以及湿度影响所造成的热量损失小,通过合理简化,本文利用 Fourier 定律<sup>[4]</sup>和能量守恒建立了各层内的一维热传导方程<sup>[5]</sup>

$$c_j \rho_j \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_j \frac{\partial u}{\partial x} \right), x \in (l_{j-1}, l_j),$$

$$t \in [0, T] \quad (1)$$

其中  $c_j, \rho_j, k_j, j=1, 2, 3, 4$  分别代表各隔热材料层的比热容、密度和热传导率,  $T$  为工作总时长. 另外,对于防护服与外界高温环境以及防护服各层间的复杂传热,本文给出左右边界以及交界面的热量传导公式.

### 2.1 初值条件

进入高温环境前,假设人体与防护服已处于稳定的常温状态,温度分布的初始值为  $u_0 = 37^\circ\text{C}$ , 即满足初值条件

$$u(x, 0) = u_0 \quad (2)$$

### 2.2 边界条件

经典牛顿冷却定律<sup>[6]</sup>表明,当材料表面与环境存在温差时,单位时间内单位面积上散失的热量(即热流密度)与温差成正比. 因此,左边界(高温环境与 I 层)的传热条件为

$$-k_1 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(0,t)} = k_e (u_e - u) \quad (3)$$

其中  $k_e$  为高温环境与第 I 层之间的热传导系数,  $u_e$  为高温环境温度. 同理,右边界(第 IV 空气层和皮肤)的传热条件为

$$-k_4 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(l_4,t)} = k_s (u - u_s) \quad (4)$$

其中  $k_s$  为第四层材料与人体皮肤之间的热传导系数,  $u_s$  为皮肤测的温度.

### 2.3 交界面条件

假设防护服不同织物层间接触良好,能充分保证交界面处温度与热流密度的连续变化. 根据傅里叶热传导定律,在  $x$  方向坐标  $l_j (j=1, 2, 3)$  处左侧流出的热量应与  $l_j$  处右侧流入的热量守恒,所以交界面条件为

$$\begin{cases} u^- = u^+, \\ \left(k_j \frac{\partial u}{\partial x}\right)^- = \left(k_{j+1} \frac{\partial u}{\partial x}\right)^+, j=1,2,3 \end{cases} \quad (5)$$

其中  $u^-$  和  $u^+$  分别代表隔热层  $l_j$  处左侧与右侧的温度。

### 3 数值求解

#### 3.1 有限差分离散

有限差分法的计算原理简单, 而且应用广泛<sup>[7]</sup>。本文采用向后隐式差分格式。隐格式能充分保证数值解的稳定性, 对自变量的离散化步长没有严格的限制条件<sup>[8]</sup>。

首先, 将方程式(1)的求解区域  $\Omega = [0, l_4] \times [0, T]$  进行正交网格剖分。在  $x$  轴方向上, 将隔热层的第  $j$  层区间  $[l_{j-1}, l_j]m_j$  等分; 在时间轴  $t$  方向将  $[0, T]$  区间  $N$  等分。容易计算第  $j$  层区间和时间跨度  $[0, T]$  的离散化步长分别是  $\Delta[x_j] = \frac{l_j - l_{j-1}}{m_j}$  和  $\Delta t = \frac{T}{N}$ , 对应的空间位置和时间节点为  $[x_j]_i = l_{j-1} + i\Delta[x_j], i=1,2,\dots,m_j$  和  $t_n = n\Delta t, n=0,1,\dots,N$ 。

然后, 对方程及初值条件和边界条件及界面条件进行离散化。计算一阶向后差商

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{([x_j]_i, t_n)} &= \frac{[u_j]_i^n - [u_j]_i^{n-1}}{\Delta t}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{([x_j]_i, t_n)} &= \frac{[u_j]_i^n - [u_j]_{i-1}^n}{\Delta[x_j]}, \end{aligned}$$

二阶向后差商

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{([x_j]_i, t_n)} = \frac{[u_j]_{i-1}^n - 2[u_j]_i^n + [u_j]_{i+1}^n}{(\Delta[x_j])^2},$$

其中  $[u_j]_i^n = u([x_j]_i, t_n)$ 。

(i) 令  $\lambda_j = \frac{k_j \Delta t}{c_j \rho_j (\Delta[x_j])^2}$ , 传热方程被离散

化为

$$-\lambda_j [u_j]_{i-1}^{n-1} + (1+2\lambda_j)[u_j]_i^n - \lambda_j [u_j]_{i+1}^n = [u_j]_i^{n-1} \quad (6)$$

其中  $i=1,2,\dots,m_j-1$ 。

(ii) 初值条件被离散化为

$$[u_j]_i^0 = u_s = 37^\circ\text{C}, i=0,1,\dots,m_j, j=1,2,3,4 \quad (7)$$

(iii) 左、右边界条件分别被离散化为

$$(1+\mu_e)[u_1]_0^n - [u_1]_1^n = \mu_e u_e \quad (8)$$

$$-[u_4]_{m_4-1}^n + (1+\mu_s)[u_4]_{m_4}^n = \mu_s u_s \quad (9)$$

其中  $\mu_e = \frac{k_e}{k_1} \Delta[x_1], \mu_s = \frac{k_s}{k_4} \Delta[x_4]$ 。

(iv) 令  $\tau_j = \frac{k_j \Delta[x_{j+1}]}{k_{j+1} \Delta[x_j]}$ 。交界面条件可离散

化为

$$\begin{cases} \tau_j ([u_j]_{m_j}^n - [u_j]_{m_j-1}^n) = [u_{j+1}]_1^n - [u_{j+1}]_1^n, \\ j=1,2,3, \\ [u_j]_{m_j}^n = [u_{j+1}]_0^n \end{cases}$$

将第二式代入上述第一等式中得到交界面条件

$$-\tau_j [u_j]_{m_j}^n + (1+\tau_j)[u_j]_{m_j}^n - [u_{j+1}]_1^n = 0, j=1,2,3 \quad (10)$$

#### 3.2 追赶算法求解

为简化符号, 令

$$[u_j]_{i_1, i_2}^n = [[u_j]_{i_1}^n, [u_j]_{i_1+1}^n, \dots, [u_j]_{i_2}^n].$$

综合式(6)~(10), 容易得到一个典型的三对角线型方程组  $AU_n = b_{n-1}$ , 其中解向量  $U_n$  和常数项向量  $b_{n-1}$  分别表示为

$$U_n = [[u_1]_{b, m_1-1}^n, [u_2]_{b, m_2-1}^n, [u_3]_{b, m_3-1}^n, [u_4]_{b, m_4}^n]^T \quad (11)$$

$$b_{n-1} = [\mu_e u_e, [u_1]_{i_1, m_1-1}^{n-1}, 0, [u_2]_{i_1, m_2-1}^{n-1}, 0, [u_3]_{i_1, m_3-1}^{n-1}, 0, [u_4]_{i_1, m_4-1}^{n-1}, \mu_s u_s]^T \quad (12)$$

设  $L_i = [-\lambda_i, \dots, -\lambda_i], D_i = [1+2\lambda_i, \dots, 1+2\lambda_i] \in \mathbf{R}^{m_i-1}, U_i = [-1, -\lambda_i, \dots, -\lambda_i] \in \mathbf{R}^{m_i}$ 。矩阵  $A$  的主对角线和上下次对角线可分别表示为

$$D = [1+\mu_e, D_1, 1+\tau_1, D_2, 1+\tau_2, D_3, 1+\tau_3, D_4, 1+\mu_s] \quad (13)$$

$$U = [L_1, -\tau_1, L_2, -\tau_2, L_3, -\tau_3, L_4, -1] \quad (14)$$

$$L = [U_1, D_2, D_3, D_4] \quad (15)$$

对于具有  $\sum_{i=1}^4 m_i + 1$  阶三对角稀疏矩阵  $A$  的大规模线性方程组  $AU_n = b_{n-1}$ , 为节省求解的时耗和内存, 本文采用了经典追赶算法<sup>[9]</sup>, 如算法 1。

**算法 1** 求多边界热传导方程数值解的追赶算法

输入:  $k_i, d_i, m_i, i=1,2,3,4; N; \mu_e, \mu_s; k_e, k_s,$   
输出:  $U$ 。

a) 令  $n=1$ ;

b) 用式(12)式初始化  $b_{n-1}$ , 使用追赶法求解  $AU_n = b_{n-1}$ ;

c) 令  $n=n+1$ 。若  $n \leq N$ , 转步骤 b); 否则转步骤 d);

d) 输出  $U = [U_0, U_1, U_2, \dots, U_N]$ 。

## 4 自适应 PSO 参数估计

高温作业服模型参数还需依据温度分布进行优化设计. 本文先建立参数优化模型, 然后通过求解优化模型来优化参数设计.

### 4.1 非线性规划模型

利用算法 1 给出的多交界面热传导方程数值解, 设由式(6)~(10)确定的皮肤外侧温度向量值函数为

$$U_s = U_s(x) \in \mathbf{R}^{N+1} \quad (16)$$

其中  $x = (x_1, \dots, x_D) \in \mathbf{R}^D$  是未知的模型参数. 需要说明的是,  $U_s$  是追赶算法 1 中输出的温度矩阵  $U$  的最后一行  $U(\text{end}, :)$ . 为优化设计参数, 本文建立带约束的非线性规划模型:

$$\begin{aligned} \min L(x) &= \|U_s(x) - U^{(r)}\|_F^2, \text{ s. t.} \\ LB &\leq x \leq UB \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $U^{(r)} \in \mathbf{R}^{N+1}$  是时间跨度  $[0, T]$  的实验温度数据向量, 决策变量的下界是  $LB = [lb_1, \dots, lb_D]$ , 上界为  $UB = [ub_1, \dots, ub_D]$ .

### 4.2 自适应 PSO 算法

若利用遍历(网格化)搜索方法来获得优化问题式(17)的高精度全局最优解, 计算量非常庞大. 此外, 皮肤外侧温度向量值函数(16)式是通过代入参变量  $x$  的初始值, 并使用算法 1 才能最终求解的一种复杂隐函数, 其梯度向量并没有显式表达式, 且梯度近似计算的误差很大. 因此, 那些大量利用精确梯度信息的非线性最优化算法, 如 A S、I P 和 SQP 等, 在求解此类问题时的效果并不理想, 且它们对初始值特别敏感, 容易陷入局部极值.

粒子群算法<sup>[10]</sup>作为一种启发式算法, 最大的优点是全局寻优能力强、计算量低, 可并行计算. PSO 算法的主要思想是利用群体智慧, 即粒子间的协同合作和知识共享来达到全局寻优的目的. 在每一次迭代中, 粒子群的所有粒子根据自身当前的历史极值和粒子群共享的当前全局最优解来更新速度和位置.

本文基于目前标准的 PSO 算法框架, 提出了处理参数估计问题(17)式的自适应 PSO 算法, 见算法 2. 注意, 若在上述算法中采用惯性因子的线性递减策略

$$\omega_k = (\omega_0 - \omega_K)(1 - k/K) + \omega_K \quad (18)$$

则称此算法为标准 PSO 算法. 此外, 本文提出的自适应 PSO 算法有两个主要创新点:

(i) 通常 PSO 算法中惯性因子  $\omega_k$  越大, 全局

寻优能力越强, 反之局部寻优能力强. 针对一般的非线性优化问题式(17), 本文设计了惯性因子的非线性调整策略

$$\begin{aligned} \omega_k &= (\omega_0 - \omega_K)(1 - k/K)^2 + \omega_K, \\ k &= 1, \dots, K. \end{aligned}$$

其主要思想是在迭代初始阶段较快地减小惯性因子, 赋予各粒子高效的全局搜索能力, 以避免群体过早陷入局部极值, 在迭代的中后期缓慢减小惯性因子, 保证了粒子有更高的寻优精度;

(ii) 粒子在迭代寻优的过程中, 惯性因子应随自身“适应度”与当前群体最佳“适应度”间的差异大小进行自适应变化, 更为合理. 再考虑到自适应调整不能太过剧烈的因素, 本文惯性因子的线性调整策略式(18)上添加了自适应调整因子:

$$\kappa = \frac{1}{1 + \log[L(pbest_i^{(k)})/L(gbest^{(k)})]},$$

其中  $L(\cdot)$  函数的定义见式(17).

最后, 结合标准的 PSO 架构, 我们获得了一种新的自适应 PSO 改进算法.

#### 算法 2 自适应 PSO 算法

**输入:** 种群规模  $M = 20$ , 最大迭代次数  $K = 50$ , 学习因子  $c_1 = c_2 = 2$ , 初始惯性权重  $\omega_0 = 0.9$ , 迭代终止时的惯性因子  $\omega_K = 0.2$ ; 决策变量下界  $LB$  和上界  $UB$ ; 最大飞行速度  $v_m = (UB - LB)/M$ . 设定误差容忍度  $\epsilon = 10^{-3}$ ,

**输出:**  $\hat{x}$ .

a) 令  $k = 0$ . 利用拟蒙特卡洛法<sup>[11]</sup>初始化种群中  $M$  个粒子的位置  $x_i^{(k)}$  与速度  $v_i^{(k)}$ ,  $i = 1, \dots, M$ ;

b) 使用追赶算法 1 计算第  $i$  个粒子的“适应度”  $Fit_i^{(k)} = L(x_i^{(k)})$ . 通过“适应度”比较更新每个粒子当前的历史最优位置  $pbest_i^{(k)}$ ,  $i = 1, \dots, M$  和群体的全局最优位置  $gbest^{(k)}$ . 若  $L(gbest^{(k)}) \geq \epsilon$  或  $k < K$ , 转步骤 d); 否则, 转步骤 c);

c) 令  $k = k + 1$ . 对惯性因子采用递减的非线性调整策略(19)式. 通过式(20)和式(21)更新每个粒子当前的飞行速度和到达位置. 若粒子越界, 则按距  $x_i^{(k)}$  近的边界值  $LB$  或  $UB$  替代, 超速则以更接近  $v_i^{(k)}$  的  $-v_m$  或  $v_m$  替代. 转步骤 b),

$$\omega_k = \frac{(\omega_0 - \omega_K)(1 - k/K)^2 + \omega_K}{1 + \log[L(pbest_i^{(k)})/L(gbest^{(k)})]} \quad (19)$$

$$v_i^{(k)} = \omega_k v_i^{(k)} + c_1 r_1 (pbest_i^{(k)} - x_i^{(k)}) + c_2 r_2 (gbest^{(k)} - x_i^{(k)}) \quad (20)$$

$$x_i = x_i + v_i \quad (21)$$

其中  $r_1$  和  $r_2$  是区间  $[0, 1]$  的均匀随机数;

d) 输出全局最优参数估计  $\hat{x} = gbest^{(k)}$ .

### 5 数值算例

为验证提出算法的有效性, 本文针对两种不同的优化模型, 以 2018 年全国大学生数学建模竞赛 A 题所提供的数据为基础, 综合比较了自适应 PSO 算法、标准 PSO 算法以及经典的非线性优化算法 (Active Set, Interior Point 和 SQP) 在参数估计时的性能差异. 数据的来源背景是: 将体内温度恒定在  $37\text{ }^\circ\text{C}$  的模拟假人放置在  $75\text{ }^\circ\text{C}$  高温环境中持续工作  $T=90\text{ min}$ , 测量假人皮肤外侧间隔  $1\text{ s}$  的温度变化. 其他关于高温作业服织物材料的参数如表 1 所示. 这里要说明的是: 在以下两个优化模型中, 热传导方程数值解算法中的织物层区间分别被进行了  $m_i=50, i=1, 2, 3, 4$  等分, 关于 PSO 算法的参数设置一律按照算法 2 的具体设定.

表 1 高温作业服材料参数

Tab. 1 Material parameters of the high-temperature clothing

分层	密度/ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	比热/ ( $\text{J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ )	热传导率/ ( $\text{W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$ )	厚度/ mm
I 层	300	1377	0.082	0.6
II 层	862	2100	0.37	6
III 层	74.2	1726	0.045	3.6
IV 层	1.18	1005	0.028	5

#### 5.1 模型 1

建立估计未知参数  $x=(k_e, k_s)$  的带约束非线性规划模型:

$$\min \|U_s(k_e, k_s) - U^{(r)}\|_F^2, \text{ s. t. } \begin{cases} lb_e \leq k_e \leq ub_e, \\ lb_s \leq k_s \leq ub_s, \end{cases}$$

其中  $[lb_e, lb_s] = [1, 50], [ub_e, ub_s] = [18, 150]$ . Matlab 工具箱<sup>[12]</sup> 的优化函数 fmincon 分别使用 AS, IP 和 SQP 三种非线性优化算法, 初始点均选择  $[10, 10]$ .

从图 2 容易看出, 相比于标准 PSO 算法, 自适应 PSO 在迭代初期拥有更强的全局寻优能力, 目标函数值下降速度更快. 同时, 表 2 反映出自适应 PSO 获得了比标准 PSO, 经典优化算法 AS, IP 和 SQP 更小的目标函数值, 参数估计更为精确.

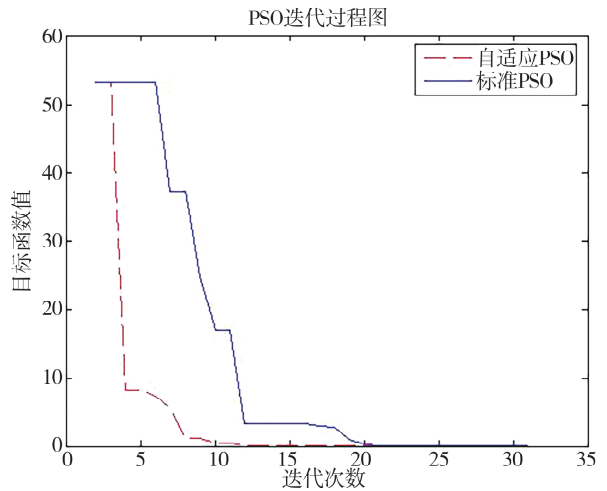


图 2 模型 1 的参数估计迭代

Fig. 2 Iteration diagram of the parameters estimation in model 1

表 2 模型 1 情形下各算法性能比较

Tab. 2 Performance comparison of the algorithms for model 1

计算算法	$k_e$	$k_s$	目标函数值
AS	8.3571	117.2114	0.0311
IP	8.3572	117.2115	0.0311
SQP	8.3571	117.2110	0.0311
标准 PSO	8.3600	117.6166	0.0753
自适应 PSO	8.3580	117.2447	0.0251

#### 5.2 模型 2

为进一步验证算法的全局搜索能力, 我们假设表 1 中的材料参数  $d_1$  未知, 建立如下估计未知参数  $x=(k_e, k_s, d_1)$  的带约束非线性规划模型:

$$\min \|U_s(k_e, k_s, d_1) - U^{(r)}\|_F^2, \text{ s. t. } \begin{cases} lb_e \leq k_e \leq ub_e, \\ lb_s \leq k_s \leq ub_s, \\ lb_1 \leq d_1 \leq ub_1, \end{cases}$$

其中  $[lb_e, lb_s, lb_1] = [1, 50, 0.1], [ub_e, ub_s, ub_1] = [18, 150, 10]$ . Matlab 工具箱的优化函数 fmincon 分别使用 AS, IP 和 SQP 三种非线性优化算法, 初始点均选择  $[10, 10, 0.1]$ .

从图 3 容易看出, 在增加待估参数  $d_1$  的情况下, 自适应 PSO 算法比标准 PSO 在迭代初期仍然拥有更强的全局寻优能力. 另外, 在表 2 中, 经典的优化算法 AS, IP 和 SQP 明显陷入了局部极值, 但自适应 PSO 算法性能比较稳定, 能获得准确的全局最优值.

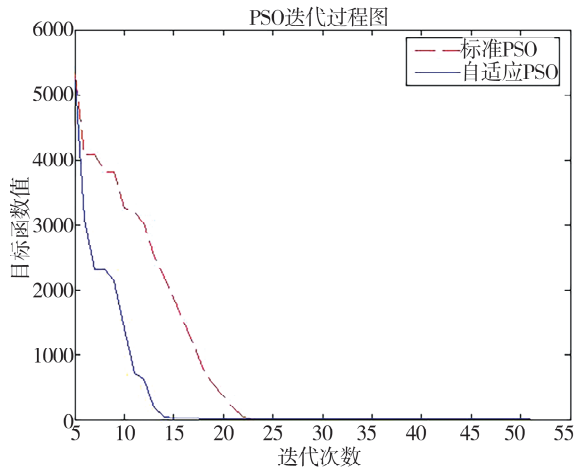


图 3 模型 2 情形下的参数估计迭代

Fig. 3 Iteration diagram of the parameters estimation in model 2

表 3 模型 2 情形下各算法的性能比较

Tab. 3 Performance comparison of the algorithms for model 2

计算算法	$k_e$	$k_s$	$d_1/\text{mm}$	目标函数值
AS	8.3517	148.1521	0.7639	0.0971
IP	8.3516	148.1520	0.7638	0.0971
SQP	8.3517	148.1521	0.7638	0.0971
标准 PSO	8.3711	118.0163	0.5724	0.1463
自适应 PSO	8.3573	117.2501	0.6011	0.0176

## 6 结 论

本文首先基于高温作业服的传热原理建立了一种多交界面热传导方程的数学模型,然后利用有限差分法将该方程离散化为三对角型线性方程组,给出了稳定、高效的追赶算法。为解决工程设计中作业服传热模型参数的精确估计和织物层厚度的优化设计问题,本文建立了非线性优化模型,然后对传统 PSO 算法中的惯性因子进行了自适应的非线性递减调整,提出了一种自适应 PSO 算法,以解决群体进化过早陷入局部极值的困境,提升寻优精

度。利用 2018 年全国大学生数学建模竞赛 A 题所提供的实验数据,我们对提出的自适应 PSO 算法,标准 PSO 算法以及经典优化算法(AS, IP 和 SQP)的性能进行了综合比较,发现自适应 PSO 算法全局优化能力强,参数估计更精确。

### 参考文献:

- [1] 胡淑蓉,李俊. 防护服性能测评的研究进展[J]. 纺织学报, 2011, 32: 148.
- [2] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [3] 卢琳珍. 多层热防护服装的热传递模型及参数最优决定[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2018.
- [4] 杨世铭,陶文铨. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [5] 王铸础,谢小平. 热传导界面问题的一种神经网络算法[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2020, 57: 1038.
- [6] 詹士昌. 牛顿冷却定律适用范围探讨[J]. 大学物理, 2000(5): 36.
- [7] 何光,龙宪军. SWR 算法在期权定价中的应用[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2019, 56: 25.
- [8] 陆金甫,关治. 偏微分方程数值解[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016.
- [9] Golub G H, van Loan C F. Matrix computation [M]. Baltimore: John-Hopkins University Press, 1989.
- [10] Yang B, Chen Y P, Zhao Z L. Survey on applications of particle swarm optimization in electric power systems [C]//IEEE International Conference on Control & Automation. Piscataway: IEEE, 2007.
- [11] 康崇禄. 蒙特卡罗方法理论和应用[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- [12] 周建兴. MATLAB 从入门到精通[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2008.

#### 引用本文格式:

中文: 陈相兵, 闵心畅, 陈晨. 多交界面热传导模型的数值解与参数估计[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2022, 59: 051002.

英文: Chen X B, Min X C, Chen C. Numerical solution and parameter estimation of multi-interface heat conduction models [J]. J Sichuan Univ: Nat Sci Ed, 2022, 59: 051002.