

doi: 103969/j. issn. 0490-6756. 2016. 03. 021

一维, 二维和三维对称双色型光晶格中 玻色-爱因斯坦凝聚的局域化

陈海军

(陇东学院电气工程学院, 庆阳 745000)

摘要: 利用含时变分法研究了一维, 二维和三维对称情形下双色型光晶格中玻色-爱因斯坦凝聚中局域化态的稳定性. 首先采用高斯型试探波函数得出了三种维度下稳定性分析所需要有效势能表达式. 其次根据有效势能是否具有局域最小值来判断体系是否具有稳定状态, 结果表明, 双色型光晶格强度, 两体, 三体和高阶相互作用在稳定性中所起的作用是不同的, 两体和高阶相互作用对体系的稳定性有决定性作用, 而三体和晶格强度只对稳定性起调节作用, 在有些情况下这种调节作用是必须的. 最后给出了参数相空间中的稳定区域.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚; 双色型光晶格; 局域态; 稳定性

中图分类号: O513 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2016)02-0375-07

The localization of a Bose-Einstein condensate in one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional bichromatic optical lattices

CHEN Hai-Jun

(Electrical Engineering College of Longdong University, Qingyang 745000, China)

Abstract: We investigate the stability of the localization of a Bose-Einstein condensate in one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional bichromatic optical lattices using a time-dependent variational approach. We derive the effective potential for the stability analysis of the system using the Gauss type trial wave function and give the stable criteria through this effective potential. It is demonstrated that the bichromatic optical lattice's intensities, two-body, three-body and high-order interactions play different roles in the stability of the system. The two-body and high-order have an important influence to the stability but the others play a regulatory role on the stability.

Key words: Bose-Einstein condensate; Bichromatic optical lattices; Localization; Stability

1 引言

自从1958年 Anerson P W 预言了电子波函数在无序势能(disordered potential)中的局域化^[1]之后, 局域化的研究已经扩展到了电磁波^[2,3], 声波^[4]和量子物质波的领域^[5], 引起了实验和理论研究的

兴趣. 两个实验小组报道了两种不同类型一维无序势阱中无相互作用玻色-爱因斯坦凝聚(Bose-Einstein condensate, BEC)中的局域化. Billy 等人观察到了由激光散斑形成的一维可控无序势阱中⁸⁷Rb 原子 BEC 的指数扩展形式的局域化^[5]. Roati 等人观察到了一维准周期双色型光晶格中无相互作用³⁹

收稿日期: 2014-11-04

基金项目: 2014 陇原青年创新人才扶持计划项目(D96); 2015 年度甘肃省高等学校科学研究项目(2015B-113); 国家自然科学基金(11565018).

作者简介: 陈海军(1982-), 男, 甘肃庆阳人, 讲师, 主要研究方向为冷原子体系的稳定性. Email: ldxychj@163.com

K 原子 BEC 中的局域化^[6]. Adhikari 等人进行了与之对应的理论研究, 利用数值计算方法模拟含时 Gross-Pitaevskii(GP)方程研究了一维双色型准周期光晶格势阱中无相互作用理想 BEC 中的局域化, 给出了光强和振幅变化对局域化的影响^[7]. 另外, 一维双色型光晶格中双组分 BEC 体系^[8], Bose-Fermi 混合体系^[9]以及自旋-轨道耦合 BEC 体系^[10]中的局域化也有类似的研究.

原子之间相互作用是决定体系稳定性的重要因素, 除了通常考虑的两体相互作用外还有三体相互作用^[11,12]和高阶相互作用对体系的稳定性有重要影响. 其中, 三体相互作用和平均场的五次方非线性项对应, 在紧束缚模型下, 周期势阱中包含两体和三体相互作用的 GP 方程简化为 cubic-quintic discrete 非线性薛定谔方程^[13]. 在铯原子的超冷气体中观察到了由于 Efimov 共振引起的三体相互作用^[14]. 对于存在两体吸引相互作用的体系, 稳定的体系存在一个原子数的上限^[15,16], 当超过这个上限时, 体系会塌缩, 如果从外界原子源补充原子时, 凝聚又可以重新形成, 此现象在 ⁷Li 原子的 BEC 中已经观察到^[17,18]. 但是, Gammal^[19]等人报道当体系存在三体相互作用时, 相当于获得了额外的排斥相互作用, 此时扩大了体系的稳定性区域, 因此三体相互作用可以增强体系的稳定性^[20]. 另外, 高阶相互作用项的出现对通常的 GP 方程进行了修正^[21], 高阶相互作用对稳定体系的临界原子数, 化学势, 轮廓

和能级有重要的影响^[22], 可以断定, 外势阱的形状对高阶相互作用有重要影响^[21].

本文把上述相关研究推广到二维和三维对称情形, 考虑了一维, 二维圆对称和三维球对称双色型光晶格中 BEC 的局域化的稳定性. 由于三体相互作用项和高阶相互作用项对体系的稳定性有重要的影响, 我们同时考虑了对称型双色型光晶格, 两体相互作用, 三体相互作用和高阶相互作用对体系局域化态稳定性的影响. 文章第二部分选择高斯型试探波函数利用含时变分法给出了三种维度下波包宽度随时间变化的二阶微分方程, 进而得出了和经典力学对应的有效作用势能. 第三部分根据有效势能曲线是否具有局域最小值判断体系是否存在稳定的局域化态, 由于影响稳定性的因素有双色型光晶格, 两体, 三体和高阶相互作用四个因素, 我们固定其中两个因素, 研究另外两个因素对稳定性的影响, 进而在第四部分给出了参数空间中的稳定性区域.

2 模型

包含两体, 三体和高阶相互作用的一维, 二维圆对称和三维球对称 BEC 体系可采用无量纲化形式的平均场 GP 方程描述^[23,24], 空间和时间单位分别是 $\sqrt{\hbar/n\omega}$ 和 $1/\omega$. 三种维度的方程只包含一个空间变量 x , 因此我们可以进行统一的讨论, GP 方程是

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = -[\nabla^2 + V(x) + g |\psi(x, t)|^2 + \eta \nabla^2 (|\psi(x, t)|^2) + \chi |\psi(x, t)|^4] \psi(x, t) \quad (1)$$

在三种维度下分别有 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2$, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + (\partial/\partial x)/x$ 和 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + 2(\partial/\partial x)/x$. 其中 g 表示原子之间的两体相互作用强度, χ 表示原子之间的三体相互作用强度, η 表示原子之间的高阶相互作用项.

$$V(x) = \sum_l A_l \sin^2(k_l x) \equiv \sum_l \frac{4\pi^2 s_l}{\lambda_l^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_l} x\right) (l = 1, 2) \quad (2)$$

表示双色型光晶格^[7], A_l 表示晶格强度, k_l 是激光波数, 定义 $s_2/s_1 = a$, $\lambda_2/\lambda_1 = b$. 采用 \sin 形式描述双色型光晶格, 其在 $x = 0$ 处有局域最小值, 因此可以在 $x = 0$ 处形成稳定的局域化态. 在后面计算过程中, 所有物理量单位均取无量纲单位.

利用含时变分法进行稳定性研究, 鉴于上述分析, 在 $x = 0$ 处可以形成稳定的局域化态, 因此可以采用如下的 Gauss 型波包作为试探波函数

$$\psi(x, t) = A \exp\left[-\frac{x^2}{2\omega(t)^2} + \frac{i}{2}\beta(t)x^2 + i\alpha(t)\right], \quad (3)$$

$\psi(x, t)$ 满足归一化条件 $\int |\psi|^2 d\tau = 1$, 三种维度下 $d\tau$ 分别是 $d\tau = dx$, $d\tau = 2\pi x dx$ 和 $d\tau = 4\pi x^2 dx$, 三种维度下对应的 A 值分别是 $A = \pi^{-1/4} \omega(t)^{-1/2}$, $A = \pi^{-1/2} \omega(t)^{-1}$, $A = \pi^{-3/4} \omega(t)^{-3/2}$, 其中 $\omega(t)$ 是波包的宽度, α 和 β 分别是体系的 Phase 和 Chirp. 和方程(1)对应的 Lagrangian 密度是

$$L = \frac{i}{2}(\dot{\psi}\psi_t^* - \psi^* \dot{\psi}_t) + \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 + V |\psi|^2 + \frac{g}{2} |\psi|^4 + \frac{\eta}{2} |\psi|^2 \nabla^2 (|\psi|^2) + \frac{\chi}{3} |\psi|^6, \quad (4)$$

对方程(4)进行空间积分 $\int L d\tau$ 得到三种维度下对应的有效 Lagrangian 分别是

$$\begin{aligned} L^{(1D)} &= \int_{-\infty}^{\infty} dx L = \sum_l A_l [1 - \exp(-k_l^2 \omega^2)] / 2 \\ &\quad + \dot{\alpha} + \frac{1}{4} \omega^2 \dot{\beta} + \frac{1 + \omega^4 \beta^2}{2\omega^2} - \frac{\eta}{2\sqrt{2}\pi\omega^3} + \frac{\chi}{3\sqrt{3}\pi\omega^2} + \frac{g}{2\sqrt{2}\pi\omega}, \\ L^{(2D)} &= 2\pi \int_0^{\infty} dx L_x = \sum_l [A_l k_l F(k_l \omega)] \omega + \dot{\alpha} + \frac{1}{2} \omega^2 \dot{\beta} + \frac{1 + \omega^4 \beta^2}{\omega^2} - \frac{\eta}{2\pi\omega^4} + \frac{\chi}{9\pi^2\omega^4} + \frac{g}{4\pi\omega^2}, \\ L^{(3D)} &= 4\pi \int_0^{\infty} dx L_{x^2} = \sum_l A_l [1 + \exp(-k_l^2 \omega^2) (2k_l^2 \omega^2 - 1)] / 2 \\ &\quad + \dot{\alpha} + \frac{3}{4} \omega^2 \dot{\beta} + \frac{3(1 + \omega^4 \beta^2)}{2\omega^2} - \frac{3\eta}{4\sqrt{2}\pi^{3/2}\omega^5} + \frac{\chi}{9\sqrt{3}\pi^3\omega^6} + \frac{g}{4\sqrt{2}\pi^{3/2}\omega^3}. \end{aligned} \quad (5)$$

根据参数 $\omega(t)$ 和 $\beta(t)$ 的 Euler-Lagrangian 方程

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\sigma}} = 0 (\sigma = \omega, \beta), \quad (6)$$

把方程(5)代入方程(6)可以得到

$$\dot{\omega} = 2\omega\beta, \quad (7)$$

和

$$\begin{aligned} \dot{\beta}^{(1D)} &= \frac{2}{\omega^4} - 2 \sum_l A_l k_l^2 \exp(-k_l^2 \omega^2) - \frac{3\eta}{\sqrt{2}\pi\omega^5} + \frac{4\chi}{3\sqrt{3}\pi\omega^4} + \frac{g}{\sqrt{2}\pi\omega^3} - 2\beta^2, \\ \dot{\beta}^{(2D)} &= \frac{2}{\omega^4} + \sum_l [2A_l k_l^3 \omega F(k_l \omega) - A_l k_l^2 - A_l k_l F(k_l \omega) / \omega] - \frac{2\eta}{\pi\omega^5} + \frac{4\chi}{9\pi^2\omega^6} + \frac{g}{2\pi\omega^4} - 2\beta^2, \\ \dot{\beta}^{(3D)} &= \frac{2}{\omega^4} + \sum_l \left[\frac{4}{3} A_l k_l^4 \omega^2 \exp(-k_l^2 \omega^2) - 2A_l k_l^2 \exp(-k_l^2 \omega^2) \right] - \frac{5\eta}{2\sqrt{2}\pi^{3/2}\omega^7} + \\ &\quad \frac{4\chi}{9\sqrt{3}\pi^3\omega^8} + \frac{g}{2\sqrt{2}\pi^{3/2}\omega^5} - 2\beta^2. \end{aligned} \quad (8)$$

结合方程(7)和(8)可以得到波包宽度 $\omega(t)$ 随时间变化的二阶微分方程是

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}^{(1D)} &= \frac{4}{\omega^3} - 4 \sum_l A_l k_l^2 \omega \exp(-k_l^2 \omega^2) - \frac{3\eta}{\sqrt{\pi/2}\omega^4} + \frac{8\chi}{3\sqrt{3}\pi\omega^3} + \frac{g}{\sqrt{\pi/2}\omega^2}, \\ \ddot{\omega}^{(2D)} &= \frac{4}{\omega^3} + \sum_l [4A_l k_l^3 \omega^2 F(k_l \omega) - 2A_l k_l^2 \omega - 2A_l k_l F(k_l \omega)] - \frac{4\eta}{\pi\omega^5} + \frac{8\chi}{9\pi^2\omega^6} + \frac{g}{\pi\omega^3}, \\ \ddot{\omega}^{(3D)} &= \frac{4}{\omega^3} + \sum_l \left[\frac{8}{3} A_l k_l^4 \omega^3 \exp(-k_l^2 \omega^2) - 4A_l k_l^2 \omega \exp(-k_l^2 \omega^2) \right] - \frac{5\eta}{\sqrt{2}\pi^{3/2}\omega^6} + \\ &\quad \frac{8\chi}{9\sqrt{3}\pi^3\omega^7} + \frac{g}{\sqrt{2}\pi^{3/2}\omega^4}. \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $F(\dots)$ 表示 Dawson 积分. 方程(9)类似于经典力学中单位质量质点在保守力场中的运动方程 $\ddot{x} = F = -\partial V / \partial x$, 因此可以得出体系的有效作用势能是

$$V_{eff} = - \int dx \dot{\omega}. \quad (10)$$

把方程(9)代入方程(10)可以得出三种维度下的有效作用势能分别是

$$\begin{aligned} V_{eff}^{(1D)} &= \frac{2}{\omega^2} + \sum_l [-2A_l \exp(-k_l^2 \omega^2)] - \frac{\eta}{\sqrt{\pi/2}\omega^3} + \frac{4\chi}{3\sqrt{3}\pi\omega^2} + \frac{g}{\sqrt{\pi/2}\omega}, \\ V_{eff}^{(2D)} &= \frac{2}{\omega^2} + \sum_l A_l k_l^2 \omega^2 \left[{}_2F_2\left(1, 1; \frac{1}{2}, 2; -k_l^2 \omega^2\right) + {}_2F_2\left(1, 1; \frac{3}{2}, 2; -k_l^2 \omega^2\right) \right] - \frac{\eta}{\pi\omega^4} + \frac{2\chi}{9\pi^2\omega^4} + \frac{g}{2\pi\omega^2}, \end{aligned}$$

$$V_{eff}^{(3D)} = \frac{2}{\omega^2} + \sum_l \frac{2}{3} A_l \exp(k_l^2 \omega^2 - \omega^2 \sum_l k_l^2) (2k_l^2 \omega^2 - 1) - \frac{\eta}{\sqrt{2} \pi^{3/2} \omega^5} + \frac{4\chi}{27\sqrt{3} \pi^3 \omega^6} + \frac{g}{3\sqrt{2} \pi^{3/2} \omega^3}. \quad (11)$$

其中 ${}_2F_2(\dots)$ 表示广义超几何函数. 根据有效作用势能随 ω 的变化曲线是否具有局域最小值可以判断体系是否具有稳定的局域化态, 但是在三种维度下的有效作用势能具有复杂的数学形式, 不能进行解析分析, 因此只能通过作图办法来观察势能曲线的结构, 这种方法得出结果虽然很有限, 但是可以给出一些定性的结果. 由方程(11)可以看出势能表达式的复杂性是由双色型光晶格引起的, 所以在有双色型光晶格束缚的 BEC 体系中, 不能用解析的方法给出一般的结论.

3 稳定性分析

从有效势能的表达式(11)可以看出, 体系是否具有稳定的局域化态是由双色型光晶格, 两体, 三体和高阶相互作用项共同决定, 即由四个参数决定, 我们固定其中的两个参数, 然后让其它两个参数在一定范围内变化, 观察势能曲线是否具有局域最小值, 进而判断体系是否具有稳定的局域化态, 以三维球对称情况为例, 计算结果如图 1 和图 2 所示.

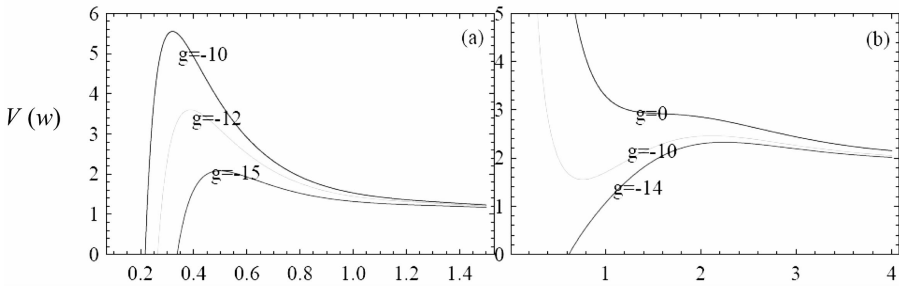


图 1 只有两体相互作用时, g 的不同取值时三维(a)和二维(b)情形下势能曲线随波包宽度的变化

Fig.1 Plots of the effective potential as a function of ω with two-body interaction for different values of g
(a) three-dimensional, (b) two-dimensional

图 1 表示只有两体相互作用和双色型光晶格时 ($\eta = 0, \chi = 0$) 有效势能曲线随两体相互作用 g 的变化, 取晶格参数 $\lambda_1 = 10, s_1 = 2, a = 1, b = 0.86$. 图 1(a) 表示三维情况, 可以看出在三维情形下, 只有两体相互作用 g 作用时, 在球对称的双色型光晶格中体系不能形成球对称的稳定局域态. 图 1(b) 表示与之对应的二维情形, 可以看出与三维情况不同, 两体相互作用 g 在一定范围内取值时 ($-14 < g < 0$) 在圆对称的双色型光晶格中可以形成稳定的圆对称的局域态. 因此, 不同维度下两体相互作用对体系稳定性的影响程度是不一样的, 只存在两体相互作用在三维球对称双色型光晶格中不能形成稳定的局域化态, 而在二维情形下可以形成稳定的局域化态.

图 2 表示存在三体和高阶相互作用时势能曲线的变化. 图 2(a) 表示没有光晶格约束 ($s_1 = 0$), 两体相互作用 $g = -50$ 时势能曲线随三体相互作用 χ 和高阶相互作用 η 的变化, 红线表示 $\eta = -4$, 绿线表示 $\eta = -3$, 蓝线表示 $\eta = -2$, 可以看出当高阶相互作用 $\eta < -4$ 时, 势能曲线没有局域最小

值, 体系不存在稳定的局域态. 当增加三体相互作用时, 例如 $\eta = -3, -2$ 时, 势能曲线出现了局域最小值, 也就是体系有稳定的局域化态, 即高阶相互作用存在一个最小临界值. 另一方面可以看出势能曲线随三体相互作用 χ 的变化, 点线表示没有三体相互作用 ($\chi = 0$) 时的情形, 实线表示 $\chi = -0.1g$, 短线表示 $\chi = -0.1g$, 可以看出由于三体相互作用相对于两体相互作用很小, 能使势能曲线的弯曲程度增加或减小, 进而可以增强和减弱体系稳定性, 例如 $\eta = -3, \chi = -0.1g$ 时曲线的弯曲程度减小, 表示稳定性减弱, 相反 $\chi = 0.1g$ 时曲线的弯曲程度变大, 增强了体系的稳定性. 因此, 在没有势阱约束的情形下, 固定两体相互作用时, 当高阶相互作用大于某一临界值时, 可以形成稳定的局域化态, 而三体相互作用对体系的稳定性具有调节作用.

图 2(b) 和图 2(c) 表示有三维球对称双色型光晶格约束时, 有效作用势能曲线随参数 χ 和 η 的变化, 仍然取 $g = -50$, 光晶格参数取 $\lambda_1 = 10, a = 1, b = 0.86, s_1$ 分别为 2 和 5. 图 2(b) 对应 $s_1 =$

2, 其中红绿蓝线分别表示 $\eta = -11, -5, -3$, 实线表示 $\chi = -0.1g$, 点线表示 $\chi = 0$, 短线表示 $\chi = 0.1g$. 当高阶相互作用 $\eta < -11$ 时, 势能曲线没有局域最小值, 体系没有稳定状态, 当 $\eta > -11$ 时, 例如 $\eta < -5, -3$ 时, 势能曲线具有最小值, 体系存在稳定的局域化态. 另外可以看出和图 2(a) 类似, 三体相互作用 χ 能减弱和增强体系的稳定性, 和图 2(a) 不同的是当存在双色型晶格时 η

的下限值更小, 没有晶格时 $\eta_{\min} = -4$, 当存在晶格时 $\eta_{\min} = -11$. 图 2(c) 对应 $s_1 = 5$, 其中红绿蓝线分别表示 $\eta = -25, -20, -15$, 其它参数和图 2(b) 一致, 可以看出有稳定状态时 η 的下限值是 -25 . 因此, 当存在双色型晶格时, 晶格强度的增加减小了 η 的下限值, 也就是扩展了体系的稳定性区间, 三体相互作用的表示方法和 (a) 一样, 三体相互作用同样对体系的稳定性具有调节作用.

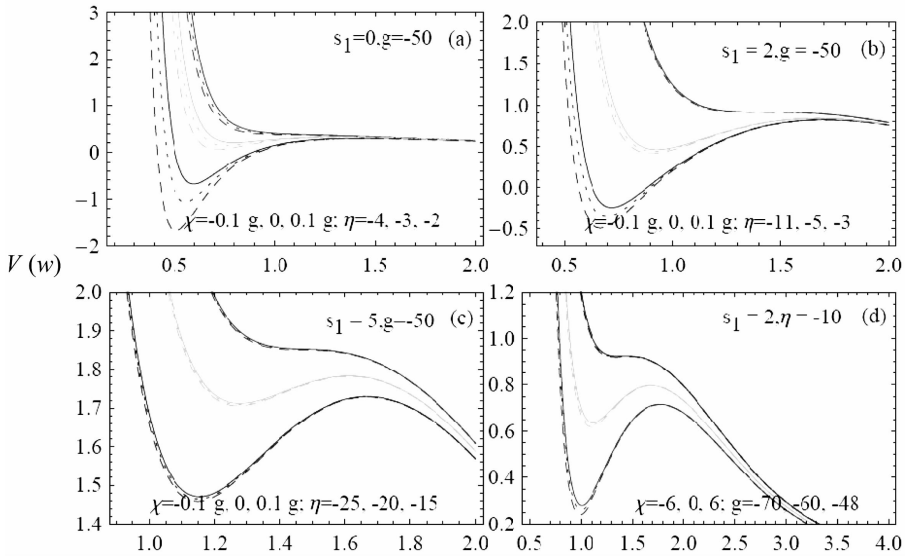


图 2 有三体和高阶相互作用时势能曲线的变化

Fig. 2 Plots of the effective potential as a function of w with three-body and high-order interactions

图 2(d) 表示固定双色型晶格强度 s_1 和高阶相互作用 η 时, 有效作用势能曲线随三体相互作用 χ 和两体相互作用 g 的变化, 取 $\eta = -10$, 晶格参数为 $\lambda_1 = 10, s_1 = 2, a = 1, b = 0.86$, 图中红绿蓝线分别表示 $g = -70, -60, -48$, 实线表示 $\chi = -6$, 点线表示 $\chi = 0$, 短线表示 $\chi = 6$. 当原子之间两体相互作用 $g > -48$ 时, 势能曲线没有最小值, 体系没有稳定状态, 当 $g < -48$ 时, 例如 $g = -60, -70$ 时, 势能曲线具有局域最小值, 体系存在稳定的局域化态. 三体相互作用对体系的稳定性具有增强和减弱的作用. 另外, 结合图 2(a) 可以看出, 只有原子之间的两体相互作用为吸引相互作用时, 体系才具有稳定的局域化态, 且随着原子之间吸引相互作用增加 ($|g|$ 增大), 体系的稳定性增强.

4 稳定区间

为了更系统的研究体系的稳定性, 我们给出

了参数相空间中的稳定区域, 如图 3 所示, 取晶格参数 $s_1 = 2, \lambda_1 = 10, a = 1, b = 0.86$. 图 3(a) 表示 $\eta = 0$, 即没有高阶相互作用时, 在给定晶格强度 s_1 的情况下, 体系的稳定性由两体相互作用 g 和三体相互作用 χ 决定, 当给定两体相互作用 g , 三体相互作用 χ 的取值在一定范围内时, 体系存在稳定的局域化态, 例如给定 $g = -15$, 三体相互作用满足 $0.16 < \chi < 1.4$ 时, 体系存在稳定的局域化态, 随着 g 值的变化, χ 的最大临界值和最小临界值将 $g - \chi$ 相空间分成三部分, 在下限以下, 体系会塌缩, 在上限以上体系会扩散, 中间区域是体系存在稳定态的区间. 另一方面, 体系存在稳定状态对 g 的取值也有限制, 可以看出当 $g = -10$ 时稳定区间几乎为 0, 而当 $g = -30$ 时, χ 的上限值和 g 相等, 由于一般情况下三体相互作用会小于两体相互作用强度, 所以只有 $-30 < g < -10$ 时, 体系才有稳定的局域化态.

图 3(b) 表示三体相互作用 $\chi = -5$, η 的取值将 g

$-\eta$ 空间分成三部分, 中间区域是稳定态部分, 上限以上体系会塌缩, 下限以下体系会扩散, 上限值随着 g 的增加几乎不变, 下限值随着 g 的增加而增加, 稳定区间随着 g 的增加而减小, 当 g

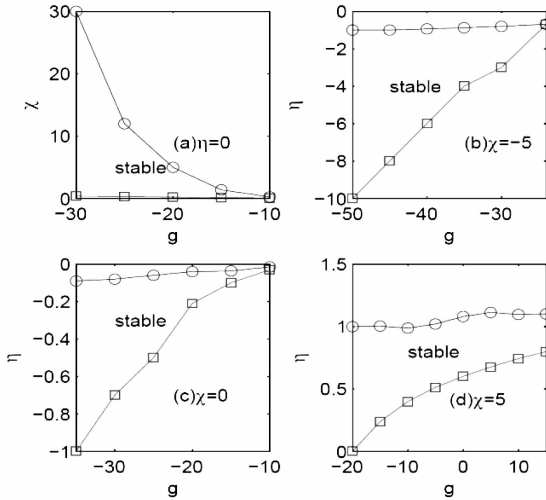


图 3 参数相空间中的稳定区域

Fig. 3 Stability phase diagrams in the parameters spaces

$= -24$ 时, 稳定区间几乎为 0. 图 3(c) 表示没有三体相互作用时 ($\chi = 0$), 体系的稳定性由 g 和 χ 决定, 稳定区间随着 g 的增加而减小, 当 $g = -10$ 时, 稳定区间几乎为 0, 和图 3(b) 相比, 没有三体相互作用, 体系仍然能形成稳定状态, 但是稳定区间减小. 图 3(d) 表示 $\chi = 5$ 的情形, 对于给定的 g 的每一取值, η 的取值在一定范围内时, 体系会有稳定的局域态存在, 在上限以上, 体系会塌缩, 下限以下体系会扩散, 另外, 当 $\chi = 5$ 时, 两体相互作用为吸引和排斥作用时均可以形成稳定的局域态. 因此三体相互作用可以增强和减弱体系的稳定性.

5 结 论

本文利用含时变分法研究了对称性双色型光晶格中 BEC 体系局域化态的稳定性, 包括一维, 二维圆对称和三维球对称的情形下两体, 三体和高阶相互作用对体系稳定性的影响. 双色型光晶格, 两体, 三体和高阶相互作用对稳定性的影响是不同的, 其中双色型光晶格的强度和三体相互作用对体系的稳定性具有调节作用, 在有些情况下只有这种调节作用才能形成稳定的局域化态, 而高阶相互作用和两体相互作用对体系有重要影响, 例如在二维体系中只有两体相互作用可以形

成稳定的局域化态, 而在三维体系中不能形成稳定的局域化态. 我们给出了三种维度下有效势能的表达式, 对各种参数在稳定性中所起作用进行分析, 最后给出了参数空间中的稳定区域.

参考文献:

- [1] Anderson P W. Absence of diffusion in certain random lattices[J]. Phys Rev, 1958, 109: 1492.
- [2] Wiersma D S, Bartolini P, Lagendijk A Righini R. Localization of light in a disordered medium[J]. Nature, 1997, 390: 671.
- [3] Dalichaouch R, Armstrong J P, Schultz S, et al. Microwave localization by two-dimensional random scattering[J]. Nature, 1991, 354: 53.
- [4] Weaver R L. Anderson localization of ultrasound [J]. Wave Motion, 1990, 12: 129.
- [5] Billy J, Josse V, Zuo Z C, et al. Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder[J]. 2008, 453: 891.
- [6] Roati G, D'Errico C, Fallani L, et al. Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate[J]. Nature, 2008, 453: 895.
- [7] Adhikari S K, Salasnich L. Localization of a Bose-Einstein condensate in a bichromatic optical lattice [J]. Phys Rev A, 2009, 80: 023606.
- [8] Cheng Y S, Adhikari S K. Symmetry breaking in a localized interacting binary Bose-Einstein condensate in a bichromatic optical lattice [J]. Phys Rev A, 2010, 81: 023620.
- [9] Cheng Y S, Adhikari S K. Localization of a Bose-Fermi mixture in a bichromatic optical lattice [J]. Phys Rev A, 2011, 84: 023632.
- [10] Cheng Y S, Tang G H, Adhikari S K. Localization of a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate in a bichromatic optical lattice [J]. Phys Rev A, 2014, 89: 063602.
- [11] Abdullaev F Kh, Gammal A, Tomio L, et al. Stability of trapped Bose-Einstein condensates [J]. Phys Rev A, 2001, 63: 043604.
- [12] Akhmediev N, Das M P, Vagov A V. Bose-Einstein condensation of atoms with attractive interaction [J]. Int. J. Mod. Phys. B, 1999, 13: 625.
- [13] Wamba E, Mohamadou A, Kofane T C. Modulational instability of a trapped Bose-Einstein condensate with two- and three-body interactions [J]. Phys Rev E, 2008, 77: 046216.
- [14] Chin C, Kraemer T, Mark M, Herbig J, et al. Observation of feshbach-like resonances in collisions

- between ultracold molecules [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 123201.
- [15] Adhikari S K. Numerical study of the spherically symmetric Gross-Pitaevskii equation in two space dimensions [J]. *Phys Rev E*, 2000, 62: 2937.
- [16] Edwards M, Burnett K. Numerical solution of the nonlinear Schrödinger equation for small samples of trapped neutral atoms [J]. *Phys Rev A*, 1995, 51: 1382.
- [17] Bradley CC, Sackett C A, Tollett J J, *et. al.* Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions [J]. *Phys Rev Lett*, 1995, 75: 1687.
- [18] Bradley CC, Sackett C A, Hulet R G. Bose-Einstein condensation of lithium: observation of limited condensate number [J]. *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 985.
- [19] Gammal A, Frederico T, Tomio L, *et. al.* Atomic Bose-Einstein condensation with three-body interactions and collective excitations [J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2000, 33: 4053.
- [20] Sabari S, Raja R V J, Porsezian K, Muruganandam P. Stability of trapless Bose-Einstein condensates with two- and three-body interactions [J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2010, 43: 125302.
- [21] Wamba E, Sabari S, Porsezian K, *et. al.* Dynamical instability of a Bose-Einstein condensate with higher-order interactions in an optical potential through a variational approach [J]. *Phys Rev E*, 2014, 89: 052917.
- [22] Zinner N T, Thøgersen M. Stability of a Bose-Einstein condensate with higher-order interactions near a Feshbach resonance [J]. *Phys Rev A*, 2009, 80: 023607.
- [23] Adhikari S K. Stabilization of bright solitons and vortex solitons in a trapless three-dimensional Bose-Einstein condensate by temporal modulation of the scattering length [J]. *Phys Rev A*, 2004, 69: 063613.
- [24] Muruganandam P, Adhikari S K. Fortran programs for the time-dependent Gross-Pitaevskii equation in a fully anisotropic trap [J]. *Comput Phys Commun*, 2009, 180: 1888.