

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2017.05.023

# 基于 $\beta$ 稳定线和 $\alpha$ 衰变能对液滴模型 和原子核球堆积模型的比较研究

罗荡慰, 白立新

(四川大学物理科学与技术学院, 成都 610065)

**摘要:** 采用原子核球堆积模型及液滴模型两种核结构模型的核素结合能解析式及推导公式, 选取  $\beta$  稳定线上 90 种核素和具有  $\alpha$  衰变能的 152 种核素进行模型分析. 结果表明: 在核素  $\beta$  稳定线解析方面, 原子核球堆积模型比液滴模型能更好地解释  $\beta$  稳定线质子数  $Z$  与核质量数  $A$  之间的关系; 但从  $\alpha$  衰变能角度分析, 液滴模型却比原子核堆积模型更适合.

**关键词:** 核结构模型;  $\beta$  稳定线;  $\alpha$  衰变能

**中图分类号:** TL11      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0490-6756(2017)05-1029-05

## A study of $\beta$ -stability line and $\alpha$ -decay energy from the liquid drop model and the nuclear sphere packing model

LUO Dang-Wei, BAI Li-Xin

(College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** We used nuclear binding energy analytical formulas based on two nuclear structure models respectively (liquid drop model and nuclear sphere packing model), and selected 90 nuclides on the  $\beta$ -stability line and 152 nuclides which have  $\alpha$ -decay capability for model analysis. The results show that: for  $\beta$ -stability line analysis, nuclear sphere packing model can better explain the relationship between proton number  $Z$  and atomic mass  $A$  than liquid drop model, while liquid drop model works better on  $\alpha$  decay energy analysis.

**Keywords:** Nuclear structure model;  $\beta$ -stability line;  $\alpha$ -decay energy

### 1 引言

核结构模型是原子核物理学中的关键问题, 对它的认识, 有助于探索自然界的基本物质之谜. 目前, 关于核结构的理论, 大都是半唯象理论, 即在一定实验基础上, 对原子核做出某种模型假设, 以此解释核的某些性质. 除半唯象理论外, 核的微观理论亦取得较大发展, 它们对核子间的作用力作出一定假设后, 通过一系列方法进行求解, 试图为核结构模型提供较为可靠的理论依据.

不同模型, 可以从不同侧面揭露出原子核内部的特点和矛盾, 这对于原子核的全面认识和核技术的应用, 提供了强有力的支持. 迄今为止, 国内外学者提出了各种各样的模型及相关研究. 最广泛的便是液滴模型, 其整体上符合原子核模型猜想, 近几年持续对质量公式和电荷半径<sup>[1]</sup>、重核和超重核参数<sup>[2]</sup>等修正和拓展, 取得不错效果. 利用液滴模型对原子核衰变<sup>[3-6]</sup>、结团放射性<sup>[7]</sup>、核素半衰期<sup>[8]</sup>、丰中子核素<sup>[9]</sup>、甚至其他如空间物理<sup>[10]</sup>等方面的研究进展也很顺利. 此外, 其他壳

收稿日期: 2016-03-20

作者简介: 罗荡慰(1991-), 男, 四川宜宾人, 在读研究生, 研究方向为核技术及其应用. E-mail: luodangwei@yeah.net

通讯作者: 白立新. E-mail: blx.scu@163.com

层模型亦逐步发展和成熟, 并成功解释原子核某方面特性: 于长丰提出的原子核球堆积, 是在研究金属晶体方面延伸而出, 加以修正后发现能够在核素比结合能推算等方面对原子核做出很好地解释<sup>[11-12]</sup>; 核结构的代数集体模型实现对三轴核的分析, 和旋转震动模型和 Symplectic 模型预测遥相呼应<sup>[13]</sup>; NCSM 运用于三核集群并包含电磁方向<sup>[14]</sup>; Skyrme 成功引入哈密顿量, 使得在能量谱和势能面上与试验吻合<sup>[15]</sup>; 等等。

问题在于, 目前提出的原子核模型, 尽管都能解释一定的实验事实, 却不能阐述其他一些事实, 即至今为止还没有任何一种核结构模型能够统一诠释各种事实. 评价一种核结构模型从来都不是片面的, 本文旨在通过对核素的稳定与非稳定性两方面来解析液滴模型和球堆积模型, 并取得了相应的比较结果.

## 2 从 β 稳定线角度比较两种核结构模型

β 稳定线是指在 Z-N 平面上由具有 β 稳定性的核素排列而成的曲线. 广义液滴模型的 β 稳定线核质子数 Z 与质量数 A 之间关系如下:

$$Z_1 = \frac{A}{1.98 + 0.0155A^{2/3}} \quad (1)$$

原子核球堆积模型关于 β 稳定线的关系式<sup>[12]</sup>:

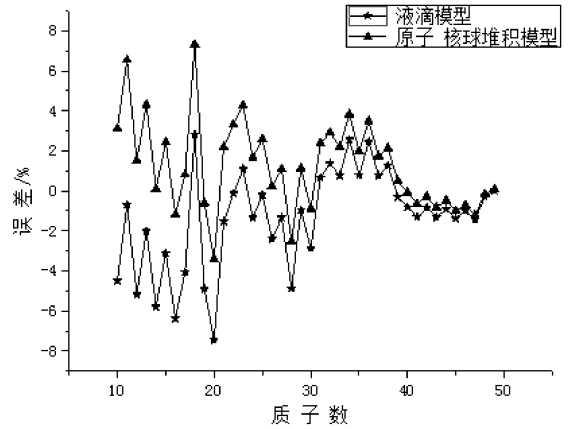
$$Z_2 = A^{2/3} \sqrt{1.09A^{1/3} - 1} \quad (2)$$

根据式(1)和式(2), 选取从<sup>20</sup>Ne 到<sup>252</sup>Es 共计 90 种稳定核素, 计算出其质子数数值(Z), 并给出误差, 如图 1 所示. 结果显示, 式(1)和式(2)的均方根误差分别为 2.06% 和 1.89%, 说明在计算 β 稳定线核素时, 式(2)比式(1)更精确, 即原子核球堆积模型比液滴模型能更好地解析核素 β 稳定线. 计算使用的均方根误差公式为:

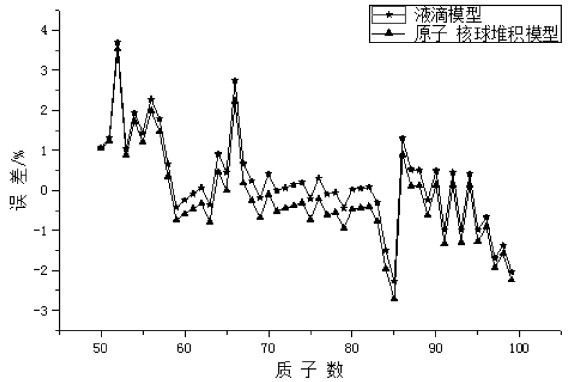
$$R_1 = \sqrt{\frac{1}{90} \sum_{i=1}^{90} \left( \frac{Z_{cal} - Z_{exp}}{Z_{exp}} \right)^2} \quad (3)$$

其中,  $Z_{cal}$  为两种原子核模型下的质子数计算值,  $Z_{exp}$  为核素本身质子数.

另外, 可以得知, 在质子数较大(>35)时, 液滴模型和原子核球堆积模型的误差趋势基本保持一致, 并且误差不超过 4%, 即侧面验证出两种模型的正确性. 而在质子数较小时, 两种模型误差较大, 这也暴露出两种模型在低 Z 核素上应用的局限性.



(a)



(b)

图 1 β 稳定线下的两种核结构模型质子数误差比较: (a) 质子数 10-49; (b) 质子数 50~99

Fig. 1 Error comparison of proton number under the β-stability line between two nuclear structure models: (a) proton numbers between 10 and 49; (b) proton numbers between 50 and 99

## 3 从 α 衰变能角度比较两种核结构模型

处于 β 稳定线的核素是稳定的, 而 α 衰变是指原子核自发地放射出 α 粒子而发生的转变, 即发生 α 衰变的核素是不稳定的. 液滴模型的 α 衰变能计算式:

$$E_{\alpha 1} = -35.04 + 48.88A^{-1/3} - 92.80\left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2 + 2.856 \frac{Z}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) \quad (4)$$

另外, 原子核球堆积模型给出的结合能计算式为:

$$B = \frac{\hbar c}{\rho} \left( 12.865 - \frac{5.0488}{A} - 0.9348A^{1/3} - \frac{14.8557}{A^{1/3}} + \frac{4.9508}{A^{4/3}} + 0.18025A^{1/6} + \frac{3.2798}{A^{1/2}} \right) - 17 \left( \frac{\Delta A}{A + \Delta A} \right)^2 A \quad (5)$$

式中,  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  为普朗克常数,  $\alpha$  为精细结构常数,  $\rho$  为核子半径,  $A$  为质量数,  $\hbar c/\rho = 1.42856 \text{ MeV}$ ,

$$\Delta A = A - A_S(Z) = A - 0.004Z^2 - 2.233Z + 3.4528 \quad (6)$$

核素的  $\alpha$  衰变能的计算公式为:

$$E_d = -4 \frac{\partial B}{\partial A} - 2 \frac{\partial B}{\partial Z} + B_\alpha \quad (7)$$

结合(5)~(7)式, 不难推导出原子核球堆积模型的  $\alpha$  衰变能计算式, 整理如下:

$$E_{d2} = -25.4936 + 7.1494A^{1/3} - 1.2062A^{1/6} + 56.8082A^{-1/3} - 9.4065A^{-1/2} + 9.4659A^{-4/3} + 68 \left[ \frac{A - A_S(Z)}{2A - A_S(Z)} \right]^2 + 136A \cdot A_S(Z) \cdot \frac{A - A_S(Z)}{[2A - A_S(Z)]^3} - 68A^2 \cdot$$

$$\frac{[A - A_S(Z)](0.008Z + 2.233)}{[2A - A_S(Z)]^3} \quad (8)$$

根据式(4)和式(8)计算出两种模型的  $\alpha$  衰变能, 如表 1 所示, 共计 152 种核素. 与实验值比较, 发现对于绝大部分核素, 液滴模型的  $\alpha$  衰变能计算值误差要比原子核球堆积模型的  $\alpha$  衰变能计算值误差小; 从整体来看, 液滴模型和原子核球堆积模型的  $\alpha$  衰变能计算值的均方根误差分别为 8.47% 和 14.61%; 对于最大误差来说, 前者不超过 19%, 而后者最大误差却高达 35.1%. 可见, 从  $\alpha$  衰变能角度解析, 液滴模型比原子核球堆积模型更合适. 使用的均方根误差公式为:

$$R_2 = \sqrt{\frac{1}{152} \sum_{i=1}^{152} \left( \frac{Z_{\text{cal}} - Z_{\text{exp}}}{Z_{\text{exp}}} \right)^2} \quad (9)$$

表 1 两种核结构模型下的  $\alpha$  衰变能的计算值和实验值比较(单位: MeV)

Tab. 1 Comparison of the calculated and experimental results for the  $\alpha$ -decay energy (in MeV) of the two nuclear structure models

| 核素                | $E_{d(\text{实验})}$ | 液滴模型     |       | 球堆积模型    |        | 核素                | $E_{d(\text{实验})}$ | 液滴模型     |        | 球堆积模型    |        |
|-------------------|--------------------|----------|-------|----------|--------|-------------------|--------------------|----------|--------|----------|--------|
|                   |                    | $E_{d1}$ | 误差/%  | $E_{d2}$ | 误差/%   |                   |                    | $E_{d1}$ | 误差/%   | $E_{d2}$ | 误差/%   |
| $^{133}\text{Bi}$ | 6.7784             | 7.0570   | 4.11  | 9.0213   | 33.09  | $^{117}\text{Pa}$ | 8.4888             | 7.8837   | -7.13  | 8.8477   | 4.23   |
| $^{134}\text{Bi}$ | 5.9183             | 6.5791   | 11.17 | 7.7685   | 31.26  | $^{118}\text{Pa}$ | 6.9868             | 6.4079   | -8.29  | 5.8949   | -15.63 |
| $^{201}\text{Bi}$ | 5.3467             | 5.3879   | 0.77  | 5.2807   | -1.23  | $^{117}\text{Pa}$ | 6.5804             | 6.2376   | -5.21  | 5.6138   | -14.69 |
| $^{132}\text{Po}$ | 7.3196             | 7.5034   | 2.51  | 9.5673   | 30.71  | $^{118}\text{Pa}$ | 6.2645             | 6.0662   | -3.17  | 5.3411   | -14.74 |
| $^{134}\text{Po}$ | 6.9870             | 7.1972   | 3.01  | 8.6901   | 24.38  | $^{119}\text{Pa}$ | 5.8349             | 5.8938   | 1.01   | 5.0765   | -13.00 |
| $^{136}\text{Po}$ | 6.6580             | 6.8811   | 3.35  | 7.8681   | 18.18  | $^{124}\text{U}$  | 8.6198             | 7.3906   | -14.26 | 7.5493   | -12.42 |
| $^{140}\text{Po}$ | 5.9814             | 6.2225   | 4.03  | 6.3764   | 6.60   | $^{125}\text{U}$  | 8.0146             | 7.2273   | -9.82  | 7.2249   | -9.85  |
| $^{202}\text{Po}$ | 5.7011             | 5.8812   | 3.16  | 5.7005   | -0.01  | $^{126}\text{U}$  | 7.7010             | 7.0627   | -8.29  | 6.9101   | -10.27 |
| $^{204}\text{Po}$ | 5.4848             | 5.5330   | 0.88  | 5.0674   | -7.61  | $^{127}\text{U}$  | 7.2113             | 6.8969   | -4.36  | 6.6047   | -8.41  |
| $^{206}\text{Po}$ | 5.3270             | 5.1782   | -2.79 | 4.4744   | -16.01 | $^{128}\text{U}$  | 6.8035             | 6.7300   | -1.08  | 6.3082   | -7.28  |
| $^{208}\text{Po}$ | 5.2153             | 4.8174   | -7.63 | 3.9190   | -24.86 | $^{129}\text{U}$  | 6.4754             | 6.5619   | 1.34   | 6.0206   | -7.02  |
| $^{136}\text{At}$ | 7.1980             | 7.4924   | 4.09  | 9.5781   | 33.07  | $^{130}\text{U}$  | 5.9927             | 6.3927   | 6.68   | 5.7414   | -4.19  |
| $^{137}\text{At}$ | 7.1037             | 7.3379   | 3.30  | 9.1443   | 28.73  | $^{132}\text{U}$  | 5.4136             | 6.0514   | 11.78  | 5.2076   | -3.81  |
| $^{138}\text{At}$ | 6.5901             | 7.1812   | 8.97  | 8.7241   | 32.38  | $^{134}\text{U}$  | 4.8577             | 5.7062   | 17.47  | 4.7048   | -3.15  |
| $^{200}\text{At}$ | 6.3538             | 6.8610   | 7.98  | 7.9231   | 24.70  | $^{136}\text{U}$  | 4.5723             | 5.3576   | 17.18  | 4.2314   | -7.46  |
| $^{202}\text{At}$ | 6.2100             | 6.5325   | 5.19  | 7.1718   | 15.49  | $^{136}\text{Np}$ | 8.1973             | 7.7016   | -6.05  | 7.9972   | -2.44  |
| $^{204}\text{At}$ | 6.0703             | 6.1963   | 2.08  | 6.4672   | 6.54   | $^{137}\text{Np}$ | 7.8164             | 7.5405   | -3.53  | 7.6657   | -1.93  |
| $^{205}\text{At}$ | 6.0195             | 6.0256   | 0.10  | 6.1314   | 1.86   | $^{139}\text{Np}$ | 7.0140             | 7.2144   | 2.86   | 7.0315   | 0.25   |
| $^{206}\text{At}$ | 5.8869             | 5.8532   | -0.57 | 5.8063   | -1.37  | $^{140}\text{Np}$ | 6.7781             | 7.0497   | 4.01   | 6.7283   | -0.73  |
| $^{207}\text{At}$ | 5.8724             | 5.6791   | -3.29 | 5.4914   | -6.49  | $^{131}\text{Np}$ | 6.3684             | 6.8837   | 8.09   | 6.4340   | 1.03   |
| $^{208}\text{At}$ | 5.7510             | 5.5035   | -4.30 | 5.1865   | -9.82  | $^{140}\text{Pu}$ | 7.1799             | 7.6912   | 7.12   | 7.7847   | 8.42   |
| $^{209}\text{At}$ | 5.7569             | 5.3264   | -7.48 | 4.8912   | -15.04 | $^{142}\text{Pu}$ | 6.7159             | 7.3670   | 9.70   | 7.1553   | 6.54   |
| $^{210}\text{At}$ | 5.6312             | 5.1480   | -8.58 | 4.6053   | -18.22 | $^{143}\text{Pu}$ | 6.4163             | 7.2032   | 12.26  | 6.8542   | 6.83   |
| $^{138}\text{Rn}$ | 7.3493             | 7.7858   | 5.94  | 10.0835  | 37.20  | $^{144}\text{Pu}$ | 6.3010             | 7.0384   | 11.70  | 6.5619   | 4.14   |
| $^{139}\text{Rn}$ | 7.1362             | 7.6337   | 6.97  | 9.6413   | 35.10  | $^{146}\text{Pu}$ | 5.8671             | 6.7056   | 14.29  | 6.0024   | 2.31   |
| $^{200}\text{Rn}$ | 7.0433             | 7.4793   | 6.19  | 9.2129   | 30.80  | $^{148}\text{Pu}$ | 5.5932             | 6.3690   | 13.87  | 5.4749   | -2.11  |

(续表)

|                   |        |        |        |         |        |                   |        |        |       |        |        |
|-------------------|--------|--------|--------|---------|--------|-------------------|--------|--------|-------|--------|--------|
| $^{201}\text{Rn}$ | 6.8607 | 7.3226 | 6.73   | 8.7980  | 28.24  | $^{239}\text{Pu}$ | 5.2445 | 6.1994 | 18.21 | 5.2226 | -0.42  |
| $^{202}\text{Rn}$ | 6.7737 | 7.1639 | 5.76   | 8.3960  | 23.95  | $^{240}\text{Pu}$ | 5.2558 | 6.0290 | 14.71 | 4.9776 | -5.29  |
| $^{203}\text{Rn}$ | 6.6298 | 7.0031 | 5.63   | 8.0065  | 20.77  | $^{241}\text{Pu}$ | 4.9846 | 5.6857 | 14.07 | 4.5086 | -9.55  |
| $^{204}\text{Rn}$ | 6.5464 | 6.8403 | 4.49   | 7.6292  | 16.54  | $^{238}\text{Am}$ | 6.0417 | 7.0290 | 16.34 | 6.4097 | 6.09   |
| $^{205}\text{Rn}$ | 6.3861 | 6.6756 | 4.53   | 7.2638  | 13.74  | $^{239}\text{Am}$ | 5.9224 | 6.8632 | 15.89 | 6.1357 | 3.60   |
| $^{206}\text{Rn}$ | 6.3838 | 6.5091 | 1.96   | 6.9097  | 8.24   | $^{240}\text{Am}$ | 5.7076 | 6.6966 | 17.33 | 5.8696 | 2.84   |
| $^{207}\text{Rn}$ | 6.2511 | 6.3408 | 1.44   | 6.5667  | 5.05   | $^{241}\text{Am}$ | 5.6378 | 6.5290 | 15.81 | 5.6111 | -0.47  |
| $^{208}\text{Rn}$ | 6.2607 | 6.1709 | -1.43  | 6.2345  | -0.42  | $^{238}\text{Cm}$ | 6.6702 | 7.6745 | 15.06 | 7.4096 | 11.08  |
| $^{209}\text{Rn}$ | 6.1555 | 5.9994 | -2.54  | 5.9126  | -3.95  | $^{240}\text{Cm}$ | 6.3978 | 7.3500 | 14.88 | 6.8238 | 6.66   |
| $^{212}\text{Fr}$ | 7.3886 | 7.7755 | 5.24   | 9.7093  | 31.41  | $^{241}\text{Cm}$ | 6.1852 | 7.1863 | 16.18 | 6.5433 | 5.79   |
| $^{213}\text{Fr}$ | 7.2748 | 7.6212 | 4.76   | 9.2861  | 27.65  | $^{242}\text{Cm}$ | 6.2156 | 7.0216 | 12.97 | 6.2708 | 0.89   |
| $^{214}\text{Fr}$ | 7.1704 | 7.4648 | 4.11   | 8.8761  | 23.79  | $^{243}\text{Cm}$ | 6.1688 | 6.8561 | 11.14 | 6.0061 | -2.64  |
| $^{215}\text{Fr}$ | 7.0546 | 7.3063 | 3.57   | 8.4788  | 20.19  | $^{244}\text{Cm}$ | 5.9017 | 6.6898 | 13.35 | 5.7489 | -2.59  |
| $^{216}\text{Fr}$ | 6.9234 | 7.1460 | 3.21   | 8.0937  | 16.90  | $^{245}\text{Cm}$ | 5.6230 | 6.5227 | 16.00 | 5.4990 | -2.21  |
| $^{217}\text{Fr}$ | 6.8930 | 6.9837 | 1.32   | 7.7207  | 12.01  | $^{246}\text{Cm}$ | 5.4751 | 6.3548 | 16.07 | 5.2562 | -4.00  |
| $^{218}\text{Fr}$ | 6.7847 | 6.8196 | 0.51   | 7.3591  | 8.47   | $^{248}\text{Cm}$ | 5.1617 | 6.0168 | 16.57 | 4.7912 | -7.18  |
| $^{219}\text{Fr}$ | 6.7774 | 6.6538 | -1.82  | 7.0088  | 3.41   | $^{249}\text{Bk}$ | 6.8743 | 7.5070 | 9.20  | 6.9576 | 1.21   |
| $^{210}\text{Fr}$ | 6.6716 | 6.4863 | -2.78  | 6.6693  | -0.03  | $^{244}\text{Bk}$ | 6.7788 | 7.3443 | 8.34  | 6.6787 | -1.48  |
| $^{211}\text{Fr}$ | 6.6622 | 6.3172 | -5.18  | 6.3404  | -4.83  | $^{245}\text{Bk}$ | 6.4545 | 7.1808 | 11.25 | 6.4077 | -0.73  |
| $^{212}\text{Fr}$ | 6.5289 | 6.1466 | -5.86  | 6.0216  | -7.77  | $^{249}\text{Bk}$ | 5.5234 | 6.5188 | 18.02 | 5.3977 | -2.28  |
| $^{224}\text{Ra}$ | 7.6366 | 8.0699 | 5.67   | 10.2133 | 33.74  | $^{248}\text{Cf}$ | 7.5168 | 8.3018 | 10.44 | 8.2854 | 10.23  |
| $^{225}\text{Ra}$ | 7.4864 | 7.9179 | 5.76   | 9.7818  | 30.66  | $^{249}\text{Cf}$ | 7.4181 | 8.1440 | 9.78  | 7.9746 | 7.50   |
| $^{226}\text{Ra}$ | 7.4152 | 7.7638 | 4.70   | 9.3637  | 26.28  | $^{244}\text{Cf}$ | 7.3289 | 7.9851 | 8.95  | 7.6725 | 4.69   |
| $^{227}\text{Ra}$ | 7.2733 | 7.6076 | 4.60   | 8.9583  | 23.17  | $^{245}\text{Cf}$ | 7.2584 | 7.8253 | 7.81  | 7.3789 | 1.66   |
| $^{228}\text{Ra}$ | 7.2731 | 7.4496 | 2.43   | 8.5655  | 17.77  | $^{246}\text{Cf}$ | 6.8616 | 7.6647 | 11.70 | 7.0935 | 3.38   |
| $^{229}\text{Ra}$ | 7.1430 | 7.2896 | 2.05   | 8.1847  | 14.58  | $^{248}\text{Cf}$ | 6.3612 | 7.3407 | 15.40 | 6.5463 | 2.91   |
| $^{230}\text{Ra}$ | 7.1508 | 7.1279 | -0.32  | 7.8156  | 9.30   | $^{249}\text{Cf}$ | 6.2962 | 7.1775 | 14.00 | 6.2841 | -0.19  |
| $^{231}\text{Ra}$ | 7.0418 | 6.9645 | -1.10  | 7.4578  | 5.91   | $^{250}\text{Cf}$ | 6.1284 | 7.0135 | 14.44 | 6.0293 | -1.62  |
| $^{232}\text{Ra}$ | 7.0316 | 6.7994 | -3.30  | 7.1110  | 1.13   | $^{252}\text{Cf}$ | 6.2169 | 6.6834 | 7.50  | 5.5407 | -10.88 |
| $^{233}\text{Ra}$ | 6.8618 | 6.6327 | -3.34  | 6.7749  | -1.27  | $^{253}\text{Cf}$ | 6.1260 | 6.5173 | 6.39  | 5.3066 | -13.38 |
| $^{234}\text{Ra}$ | 7.2725 | 6.4645 | -11.11 | 6.4491  | -11.32 | $^{254}\text{Cf}$ | 5.9268 | 6.3506 | 7.15  | 5.0790 | -14.31 |
| $^{230}\text{Ac}$ | 7.6072 | 7.7512 | 1.89   | 9.0446  | 18.89  | $^{246}\text{Es}$ | 7.7421 | 8.2994 | 7.20  | 8.1075 | 4.72   |
| $^{231}\text{Ac}$ | 7.6216 | 7.5935 | -0.37  | 8.6560  | 13.57  | $^{247}\text{Es}$ | 7.4622 | 8.1415 | 9.10  | 7.8071 | 4.62   |
| $^{232}\text{Ac}$ | 7.5188 | 7.4341 | -1.13  | 8.2792  | 10.11  | $^{248}\text{Es}$ | 7.1605 | 7.9827 | 11.48 | 7.5151 | 4.95   |
| $^{233}\text{Ac}$ | 7.4993 | 7.2730 | -3.02  | 7.9139  | 5.53   | $^{249}\text{Es}$ | 6.9363 | 7.8231 | 12.78 | 7.2311 | 4.25   |
| $^{234}\text{Ac}$ | 7.3521 | 7.1102 | -3.29  | 7.5597  | 2.82   | $^{251}\text{Es}$ | 6.5978 | 7.5013 | 13.69 | 6.6866 | 1.35   |
| $^{230}\text{Th}$ | 8.0689 | 8.3561 | 3.56   | 10.3617 | 28.42  | $^{253}\text{Es}$ | 6.7392 | 7.1764 | 6.49  | 6.1718 | -8.42  |
| $^{231}\text{Th}$ | 7.9429 | 8.2044 | 3.29   | 9.9401  | 25.14  | $^{254}\text{Es}$ | 6.6157 | 7.0129 | 6.00  | 5.9250 | -10.44 |
| $^{232}\text{Th}$ | 7.9580 | 8.0508 | 1.17   | 9.5312  | 19.77  | $^{255}\text{Es}$ | 6.4363 | 6.8488 | 6.41  | 5.6850 | -11.67 |
| $^{233}\text{Th}$ | 7.8390 | 7.8954 | 0.72   | 9.1347  | 16.53  | $^{248}\text{Fm}$ | 8.3769 | 8.9206 | 6.49  | 9.1905 | 9.71   |
| $^{234}\text{Th}$ | 7.8271 | 7.7383 | -1.14  | 8.7501  | 11.79  | $^{249}\text{Fm}$ | 8.2576 | 8.7665 | 6.16  | 8.8657 | 7.36   |
| $^{235}\text{Th}$ | 7.6646 | 7.5794 | -1.11  | 8.3771  | 9.30   | $^{248}\text{Fm}$ | 7.9945 | 8.6115 | 7.72  | 8.5498 | 6.95   |
| $^{236}\text{Th}$ | 8.0724 | 7.4189 | -8.10  | 8.0155  | -0.71  | $^{249}\text{Fm}$ | 7.7087 | 8.4555 | 9.69  | 8.2426 | 6.93   |
| $^{228}\text{Th}$ | 5.5201 | 5.3868 | -2.41  | 4.4383  | -19.60 | $^{250}\text{Fm}$ | 7.5565 | 8.2986 | 9.82  | 7.9438 | 5.13   |
| $^{229}\text{Th}$ | 5.1676 | 5.2102 | 0.82   | 4.1953  | -18.82 | $^{251}\text{Fm}$ | 7.4251 | 8.1408 | 9.64  | 7.6533 | 3.07   |
| $^{230}\text{Th}$ | 4.7698 | 5.0327 | 5.51   | 3.9596  | -16.99 | $^{252}\text{Fm}$ | 7.1527 | 7.9822 | 11.60 | 7.3707 | 3.05   |
| $^{231}\text{Pa}$ | 8.4294 | 8.6495 | 2.61   | 10.8726 | 28.98  | $^{253}\text{Fm}$ | 7.1980 | 7.8228 | 8.68  | 7.0959 | -1.42  |
| $^{234}\text{Pa}$ | 8.2709 | 8.3486 | 0.94   | 10.0255 | 21.21  | $^{254}\text{Fm}$ | 7.3075 | 7.6626 | 4.86  | 6.8286 | -6.55  |
| $^{235}\text{Pa}$ | 8.2417 | 8.1954 | -0.56  | 9.6209  | 16.73  | $^{255}\text{Fm}$ | 7.2397 | 7.5017 | 3.62  | 6.5687 | -9.27  |
| $^{236}\text{Pa}$ | 8.0970 | 8.0404 | -0.70  | 9.2284  | 13.97  | $^{256}\text{Fm}$ | 7.0272 | 7.3400 | 4.45  | 6.3159 | -10.12 |

## 4 结 论

从核素 $\beta$ 稳定线方面考虑,即对于稳定核素,原子核球堆积模型比液滴模型更适用;从 $\alpha$ 衰变能角度分析,即对于不稳定核素,液滴模型比原子核堆积模型更好.

采用这两个角度比较液滴模型和原子核球堆积模型优劣,是基于核素有稳定核素和不稳定核素之分来考虑.这种从稳定性和不稳定性的矛盾统一分析方法,为解析原子核模型提供一种参考,有利于对原子核模型的认识及新元素的探索,并为核技术的应用提供支持.

本文基于整体方面对两种核结构模型进行比较分析,但在一些局部核素上误差较大的原因未加以研究.下一步工作便是对局部较大误差更加细微的研究和讨论.

### 参考文献:

- [1] Royer G, Rousseau R. On the liquid drop model mass formulae and charge radii [J]. *Eur Phys J A*, 2009, 42: 541.
- [2] 张海飞,包小军,王佳眉,等.推广的液滴模型及其应用[J].*原子核物理评论*,2013,30:241.
- [3] 郭树青.基于推广的液滴模型的 $\alpha$ 衰变与自发裂变的研究[D].兰州:兰州大学,2014
- [4] 王佳眉.原子核的 $\alpha$ 衰变及其与质子放射的竞争[D].兰州:兰州大学,2014.
- [5] Dong T, Ren Z.  $\alpha$ -decay energy formula for super-heavy nuclei based on the liquid-drop model [J]. *Phys Rev C*, 2010, 82: 2611.
- [6] Nabi J U, Bökükata M.  $\beta$ -decay half-lives and nuclear structure of exotic proton-rich waiting point nuclei under rp-process conditions [J]. *Nucl Phys A*, 2016, 947: 182.
- [7] 圣宗强,舒良萍,孟影,等.有效液滴模型对超铅区结团放射性的研究[J].*物理学报*,2014,63:91.
- [8] Bao X J, Zhang H F, Hu B S, *et al.* Half-lives of cluster radioactivity with a generalized liquid-drop model [J]. *J Phys G*, 2012, 39: 95103.
- [9] Kolomietz V M, Lukyanov S V, Sanzhur A I. Giant neutron halo in nuclei beyond beta-stability line [J]. *Nucl Phys At Energ*, 2010, 11: 335
- [10] Newton W G, Gearheart M, Li B A. A survey of the parameter space of the compressible liquid drop model as applied to the neutron star inner crust [J]. *Astrophys J Suppl*, 2011, 204: 103.
- [11] 于长丰,王晓娟,朱长军,等.核素 $\beta$ 稳定线的解析研究[J].*浙江大学学报:理学版*,2010,37:416.
- [12] 于长丰,宋立勋,刘代志.核素比结合能的两个新解析计算式[C]//罗绍凯,龚自正.数学、力学、物理学、高新技术研究进展·第12卷.北京:科学出版社,2008.
- [13] Thiamova G, Abolghasem M. Algebraic collective model and nuclear structure applications [J]. *Acta Phys Polon*, 2014, 45: 1833.
- [14] Barrett B R, Quaglioni S, Stetcu I, *et al.* No-core shell model for nuclear structure and reactions [J]. *Nucl Phys A*, 2007, 626: 225c.
- [15] Kaneko K, Mizusaki T, Sun Y, *et al.* Shell-model Hamiltonian from self-consistent mean-field model:  $N=Z$  nuclei [J]. *Phys Lett B*, 2009, 679: 214.