

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2017.06.011

多用户 MIMO 系统中连续块对角化预编码算法

王 敏, 王杰令, 周 斌, 王 棚

(西安电子科技大学综合业务网络理论及关键技术国家重点实验室, 西安 710071)

摘 要: 块对角化 (BD) 预编码是多用户 MIMO (MU-MIMO) 系统下行链路中广泛采用的线性预编码方案. 当用户有多路数据流时, 传统的 BD 预编码存在数据流间等效信道增益不平衡的问题. 该文基于 BD 预编码算法, 提出连续 BD 预编码 (SBD) 算法. 新算法考虑天线间干扰提出新的干扰矩阵构造方法, 连续地计算每根接收天线所对应的预编码矩阵. SBD 预编码减小了由 BD 预编码引起的每个用户多路数据流之间有效信道增益的差距, 提高了用户的平均误码性能. 发射机采用空间分集的发送策略时, 接收端进行合并, 与 BD 算法相比, 能够获得更多的分集增益. 计算机仿真表明, 在 $\{2, 2\} \times 4$ 的 MU-MIMO 系统中, 当误码率为 10^{-3} 时, 所提算法与现有 BD 算法相比, 获得约 2 dB 的性能增益.

关键词: 多用户 MIMO; 预编码; 连续块对角化; 天线间干扰

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0490-6756(2017)06-1190-05

Successive block diagonalization precoding for multi-user MIMO system

WANG Min, WANG Jie-Ling, ZHOU Bin, WANG Peng

(State Key Lab of Integrated Service Network, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Block Diagonalization (BD) is a common linear precoding technique for the downlink of multi-user MIMO (MU-MIMO) systems. A drawback of conventional BD is that the effective channel gain for each data stream can be severely unbalanced when each user has multiple data streams. In this paper, a new precoding scheme called successive BD (SBD) is proposed based on BD precoding by introducing a new construction scheme of interference matrices considering inter-antenna interference. The precoding matrix responding to each of the receive antennas is successively calculated. SBD precoding reduces the difference in effective channel gain between each user's multiple data streams caused by the original BD precoding and improves the average bit error performance of the user. More spatial diversity gain can be obtained compared with BD precoding when precoding and combining are employed and spatial diversity transmission strategy is adopted. Simulations show that when the bit error rate is 10^{-3} , the proposed method has about 2 dB gain over the conventional BD precoding in $\{2, 2\} \times 4$ MU-MIMO systems.

Keywords: MU-MIMO; Precoding; Successive block diagonalization; Inter-antenna interference

1 引 言

MU-MIMO 系统能够在相同的时间和频率资

源块上给多个用户发送多路空间复用信号, 可以同时获得很高的系统容量和空分多址带来的好处^[1]. 在这种情况下, 基站能够协调所有天线进行发送,

收稿日期: 2016-07-15

基金项目: 国家自然科学基金(61571340); 中央高校基本科研业务费专项资金(JB150113); 高等学校学科创新引智计划(B08038)

作者简介: 王敏(1990-), 男, 山东青岛人, 硕士生, 研究方向为通信信号处理和 MIMO 预编码. E-mail: wangm_456@163.com

但是由于接收天线分属不同的用户, 无法进行协作处理, 因此需要对发送信号进行预编码, 抑制或完全消除多用户干扰^[2-5] (Multiuser Interference, MUI).

非线性预编码如脏纸编码 (Dirty Paper Coding, DPC) 或 THP 预编码能够实现很好的系统性能^[6], 然而这些技术需要复杂的球形译码或近似解的估计, 在实际中很难实现. 因此很多文献提出了低复杂度的线性预编码, 在系统复杂度和性能之间进行了折中. 基于信道反转的线性预编码, 如迫零 (Zero Forcing, ZF) 和最小均方误差 (Minimum Mean Square error, MMSE) 预编码在多接收天线的情况下使系统吞吐量下降. BD 预编码作为广义的 ZF 预编码通过将多用户干扰置零来消除 MUI, 适用于接收机配置多天线的情形^[7,8]. 文献[9] 提出最大信漏噪比 (Signal to Leakage and Noise Ratio, SLNR) 设计准则, 得到闭合形式的预编码矩阵. 但原始的 SLNR 预编码的矩阵由广义特征值分解得到, 当用户发送多路数据流时, 基于特征值分解的预编码方案导致数据流间有效信道增益的不平衡, 因此提出了基于 SLNR 的平衡的线性预编码^[10]. BD 预编码是基于奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 得到的, 当用户进行多路数据发送时, 同样存在多路数据等效信道增益的不平衡问题. 然而近年来对于 BD 类预编码算法的研究侧重于其低复杂度的实现^[11,12] 及其在大规模 MIMO 中的应用^[13-14], 并没有解决 BD 预编码带来的不同数据流信道增益不平衡的问题. 虽然文献[15] 提出将块对角化后得到的等效单用户信道进行几何均值分解 (Geometric Mean Decomposition, GMD) 来获得并行子信道相同的信噪比 (Signal to Noise Ratio, SNR), 然而这只是一中矩阵的分解方法, 还需要接收端进行复杂的译码操作.

为解决上述问题, 本文提出连续 BD (Successive Block Diagonalization, SBD) 预编码算法. 传统的 BD 算法在构造干扰矩阵时仅考虑其他用户对当前用户的干扰, 与之不同的是, SBD 算法同时将当前用户的天线间干扰考虑在内, 构造新的干扰矩阵, 并基于新的干扰矩阵得到新的预编码矩阵. 同时提出空间复用和空间分集两种发送策略验证所提算法的有效性. 采用空间复用发送策略时, 发送多路不同的数据流, 发射端预编码, 接收端译码, 统计系统的整体性能. 采用空间分集发送策略时,

发送多路相同的数据流, 发射端预编码, 接收端译码后进行多路数据流的合并.

2 系统模型

考虑 MU-MIMO 下行链路信道, 系统框图如图 1 所示. 基站发射天线数为 N_T , 用户 k 的接收天线表示为 N_{Rk} , 系统中总共有 K 个用户, 总的接收天线表示为

$$N_R = \sum_{k=1}^K N_{Rk} \quad (1)$$

我们使用 $\{N_{R1}, \dots, N_{RK}\} \times N_T$ 来表示系统的天线配置. 假设信道为频率平坦慢衰落信道. 当信道为频率选择性信道时, 使用 OFDM 发送, 每个子载波上的处理与平坦衰落信道相同. 用户 k 的信道记为 $\mathbf{H}_k \in C^{N_{Rk} \times N_T}$, 那么联合信道矩阵表示为

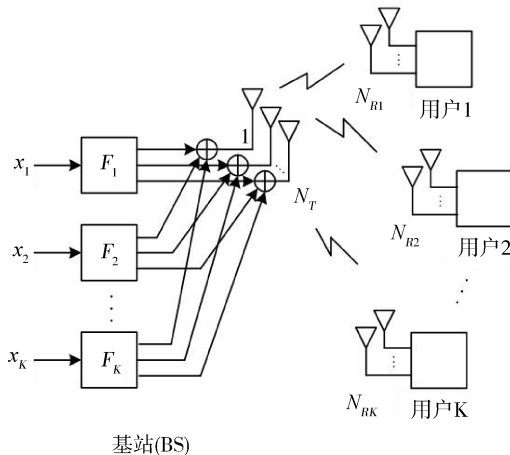


图 1 MU-MIMO 系统框图
Fig. 1 System diagram of MU-MIMO

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^T \mathbf{H}_2^T \dots \mathbf{H}_K^T]^T \quad (2)$$

用户 k 的数据矢量为 $x_k \in C^{r_k \times 1}$, r_k ($r_k \leq N_{Rk}$) 为用户 k 发送的数据流数. 那么 K 个用户的数据矢量表示为 $x = [x_1^T, \dots, x_K^T]^T$. 因此 K 个用户的接收向量可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3)$$

$\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_K^T]^T$ 为接收矢量, $\mathbf{n} = [\mathbf{n}_1^T, \dots, \mathbf{n}_K^T]^T$ 是加性高斯白噪声, \mathbf{F} 表示预编码矩阵.

定义预编码矩阵如下.

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2 \dots \mathbf{F}_K] \in C^{N_T \times r} \quad (4)$$

其中, \mathbf{F}_k 表示用户 k 的预编码矩阵; r 表示 K 个用户发送的总的的数据流数, 满足

$$r \leq \text{rank}(\mathbf{H}) \leq \min(N_R, N_T) \quad (5)$$

由以上描述可知, 用户 k 的接收向量可以表示为

$$y_k = \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{F}_i x_i + \mathbf{n}_k \quad (6)$$

上式中等号右边第一项表示用户 k 的有用信息,第二项表示 MUI.

3 算法描述

3.1 BD 预编码

BD 预编码的设计分为两步. 第一个预编码用来消除 MUI,将 MU-MIMO 信道转变为并行的等效单用户 MIMO (SU-MIMO) 信道;第二个预编码用来获得并行的用户数据流. 因此用户 k 的预编码 F_k 可以表示为两个预编码矩阵的乘积,如下式.

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{F}_k^a \mathbf{F}_k^b \quad (7)$$

记第 k 个用户的干扰信道为

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{H}_1^T \cdots \mathbf{H}_{k-1}^T \mathbf{H}_{k+1}^T \cdots \mathbf{H}_K^T]^T \quad (8)$$

为了消除 MUI,填加约束 $\mathbf{H}_i \mathbf{F}_k^a = 0$,其中 $i \neq k$. 因此易知 \mathbf{F}_k^a 位于 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的零空间. 对 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 进行 SVD 分解,如下式.

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\Sigma}_k [\tilde{\mathbf{V}}_k^{(1)} \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}]^H \quad (9)$$

其中, $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(1)}$ 为对应非零奇异值的右奇异矩阵; $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 为对应零奇异值的右奇异矩阵; $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 构成了 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的零空间,所以预编码矩阵 $\mathbf{F}_k^a = \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$.

第 k 个用户的等效单用户信道表示为

$$\mathbf{H}_{effk} = \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k^a \quad (10)$$

对 \mathbf{H}_{effk} 进行 SVD 分解

$$\mathbf{H}_{effk} = \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k^a = \mathbf{U}_k \left[\sum_k 0 \right] [\mathbf{V}_k^{(1)} \mathbf{V}_k^{(0)}]^H \quad (11)$$

同理, $\mathbf{V}_k^{(1)}$ 表示对应非零奇异值的右奇异矩阵; $\mathbf{V}_k^{(0)}$ 表示对应零奇异值的右奇异矩阵. 预编码矩阵 $\mathbf{F}_k^b = \mathbf{V}_k^{(1)}$,因此用户 k 的预编码矩阵 \mathbf{F}_k 表示为

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{F}_k^a \mathbf{F}_k^b = \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)} \mathbf{V}_k^{(1)} \quad (12)$$

将式(2)、式(4)和式(12)代入式(3),式(3)可以重写为

$$y = \mathbf{H} \mathbf{F} x + \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \mathbf{F}_1 & \cdots & \mathbf{H}_1 \mathbf{F}_K \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{H}_K \mathbf{F}_1 & \cdots & \mathbf{H}_K \mathbf{F}_K \end{bmatrix} x + \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \mathbf{F}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{H}_K \mathbf{F}_K \end{bmatrix} x + \mathbf{n} \quad (13)$$

用户 k 的接收矢量可以重新表示为

$$y_k = \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{F}_i x_i + \mathbf{n}_k =$$

$$\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k \quad (14)$$

由式(14)可知,多用户干扰被完全消除. 用户 k 的译码矩阵表示为

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{U}_k^H \quad (15)$$

3.2 SBD 预编码

本节提出的 SBD 预编码算法同样分为两步. 第一步构造不同于 BD 预编码算法的干扰矩阵,将天线的干扰考虑在内,连续地计算每一根接收天线所对应的预编码矩阵,最终得到的预编码矩阵抑制了 MUI 和天线间干扰. 第二步基于第一步得到的预编码矩阵与用户信道形成的等效信道设计并行的用户数据流.

定义用户 k 的第 i 根接收天线的干扰矩阵为

$$\bar{\mathbf{H}}_k^{(i)} = [\mathbf{H}_{k(i)}^T \mathbf{H}_1^T \cdots \mathbf{H}_{k-1}^T \mathbf{H}_{k+1}^T \cdots \mathbf{H}_K^T]^T \quad (16)$$

其中, $\mathbf{H}_{k(i)}$ 是用户 k 的信道矩阵 \mathbf{H}_k 去掉第 i 行后的信道矩阵. 对 $\bar{\mathbf{H}}_k^{(i)}$ 进行 SVD 分解,表示如下.

$$\bar{\mathbf{H}}_k^{(i)} = \bar{\mathbf{U}}_k^{(i)} \bar{\Sigma}_k^{(i)} [\bar{\mathbf{V}}_k^{(i)(1)} \bar{\mathbf{V}}_k^{(i)(0)}]^H \quad (17)$$

其中, $\bar{\mathbf{V}}_k^{(i)(1)}$ 表示非零奇异值对应的右奇异矩阵; $\bar{\mathbf{V}}_k^{(i)(0)}$ 表示零奇异值对应的右奇异矩阵; $\bar{\mathbf{V}}_k^{(i)(0)}$ 构成 $\bar{H}_k^{(i)}$ 的零空间. 按同样的方式构造用户 k 的每一根接收天线的干扰矩阵,并得到干扰矩阵的零空间矩阵,那么用户 k 的所有接收天线的干扰矩阵的零空间表示为

$$\bar{\mathbf{V}}_k^{(0)} = [\bar{\mathbf{V}}_k^{(1)(0)}, \dots, \bar{\mathbf{V}}_k^{(N_{Rk})(0)}] \quad (18)$$

取 SBD 预编码算法的第一个预编码矩阵 \bar{F}_k^a 为

$$\bar{\mathbf{F}}_k^a = \bar{\mathbf{V}}_k^{(0)} \quad (19)$$

用户 k 的等效信道 \bar{H}_{effk} 表示为

$$\bar{\mathbf{H}}_{effk} = \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{F}}_k^a \quad (20)$$

接下来对 $\bar{\mathbf{H}}_{effk}$ 进行 SVD 分解

$$\bar{\mathbf{H}}_{effk} = \bar{\mathbf{U}} \bar{\Sigma} [\bar{\mathbf{V}}_k^{(1)} \bar{\mathbf{V}}_k^{(0)}]^H \quad (21)$$

取 $\bar{\mathbf{V}}_k^{(1)}$ 的前 r_k 列,记为 $\bar{\mathbf{V}}_{k,r_k}^{(1)}$,作为用户 k 的 r_k 个数据流的预编码. 即

$$\bar{\mathbf{F}}_k^b = \bar{\mathbf{V}}_{k,r_k}^{(1)} \quad (22)$$

因此用户 k 的预编码矩阵表示为

$$\bar{\mathbf{F}}_k = \bar{\mathbf{F}}_k^a \bar{\mathbf{F}}_k^b = \bar{\mathbf{V}}_k^{(0)} \bar{\mathbf{V}}_{k,r_k}^{(1)} \quad (23)$$

译码矩阵为

$$\bar{\mathbf{D}}_k = \bar{\mathbf{U}}_{k,r_k}^H \quad (24)$$

其中, $\bar{\mathbf{U}}_{k,r_k}$ 为 $\bar{\mathbf{U}}$ 的前 r_k 列. 将式(23)代入式(6)中,则用户 k 采用 SBD 算法时的接收矢量表示为

$$y_k = \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{F}}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{N_{Rk}} \end{bmatrix} [\bar{\mathbf{V}}_k^{(1)(0)}, \dots, \bar{\mathbf{V}}_k^{(N_{Rk})(0)}] \bar{\mathbf{V}}_{k,r_k}^{(1)} \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k =$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \bar{\mathbf{V}}_k^{(1)(0)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{h}_{N_{Rk}} \bar{\mathbf{V}}_k^{(N_{Rk})(0)} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{H}}_{\text{eff}k}} \bar{\mathbf{V}}_{k,r_k}^{(1)} \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k \quad (25)$$

由式(25)可以看出 SBD 算法的第一个预编码矩阵使得用户 k 的等效信道 $\bar{\mathbf{H}}_{\text{eff}k}$ 成块对角的形式,极大地消除了等效信道的天线间干扰,而 BD 预编码得到的等效信道 $\mathbf{H}_{\text{eff}k}$ 并没有消除等效信道的天线间干扰。

令 $\mathbf{B}_1 = \bar{\mathbf{H}}_{\text{eff}k}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{eff}k}$, $\mathbf{B}_2 = \mathbf{H}_{\text{eff}k}^H \mathbf{H}_{\text{eff}k}$, 由以上处理,可以得到

$$\text{cond}(\mathbf{B}_1) < \text{cond}(\mathbf{B}_2) \quad (26)$$

其中, $\text{cond}(\cdot)$ 表示矩阵的条件数. 由矩阵 \mathbf{B}_1 和 \mathbf{B}_2 的定义可知, \mathbf{B}_1 和 \mathbf{B}_2 均为正规阵. 由正规阵的性质可知,对于任一正规阵 \mathbf{A} 有

$$\text{cond}(\mathbf{A}) = \frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_{\min}|} \quad (27)$$

其中, λ_{\max} 和 λ_{\min} 分别表示矩阵 \mathbf{A} 的最大特征值和最小特征值. 因此可知 \mathbf{B}_1 的特征值分布更加集中,即 $\bar{\mathbf{H}}_{\text{eff}k}$ 的奇异值分布更加集中,从而证明 SBD 算法对不同的数据流等效信道增益进行了平衡。

当采用空间分集发送策略时,基站给用户 k 发送多路相同的数据,用户 k 的译码信号表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_k &= \bar{\mathbf{D}}_k \mathbf{y}_k = \\ & \bar{\mathbf{U}}_{k,r_k}^H (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{F}}_k \mathbf{x}_k + \sum_{i \neq k} \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{F}}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{n}_k) = \\ & \bar{\mathbf{U}}_{k,r_k}^H \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{F}}_k \mathbf{x}_k + \bar{\mathbf{U}}_{k,r_k}^H \mathbf{n}_k \end{aligned} \quad (28)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}_k \in C^{r_k \times 1}$ 表示接收信号译码后的用户 k 的数据流,将译码后的数据流进行合并,然后进行判决,即得用户 k 的信号估计。

4 计算机仿真与结果分析

为验证本文提出的算法的性能,在 MU-MIMO 下行链路系统中对算法进行了仿真,并与传统 BD 预编码算法进行了比较. 采用蒙特卡罗仿真方法,仿真中信道均为瑞利平坦衰落信道,发送信号采用 QPSK 调制,误码率为多次实验的平均误码率. 为简单起见,仿真中每个用户的接收天线数相同,且每个用户数据流数等于用户的接收天线数,对不同天线配置的 MU-MIMO 系统进行了仿真。

图 2 仿真了 $\{2,2\} \times 4$ 天线配置 MU-MIMO 系统的性能曲线. 图中给出了发送一路数据流采用 BD 预编码的误码率曲线与采用空间复用策略发送两路不同数据流分别采用 BD 预编和 SBD 预编

码的平均误码率曲线. 由图 2 可知,发送一路数据流时,BD 预编码由于使用了最大奇异值所对应的奇异向量进行预编码,因此接收端可以获得最大的 SNR 增益,有最好的误码特性. 进行多路数据发送时,用户的整体性能受最差信道状况的影响很大. 从图中可以看出,由于 BD 预编码算法不同数据流间有效信道增益的不平衡性,导致用户整体性能很差. 而本文 SBD 预编码算法与 BD 算法相比显著降低了系统的误码率,这是因为 SBD 算法对不同数据流有效信道增益进行了平衡,从而获得系统整体性能的提升。

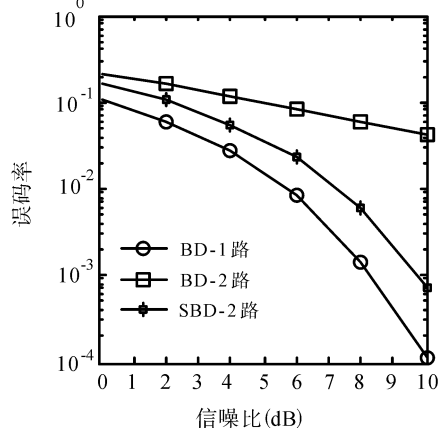
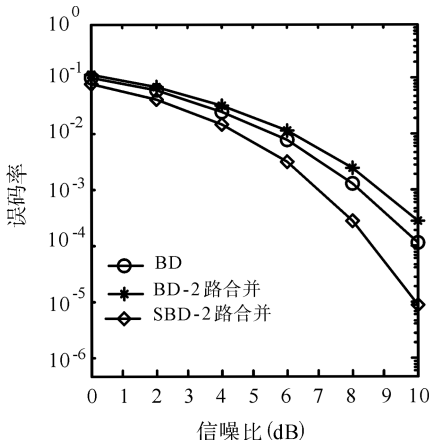
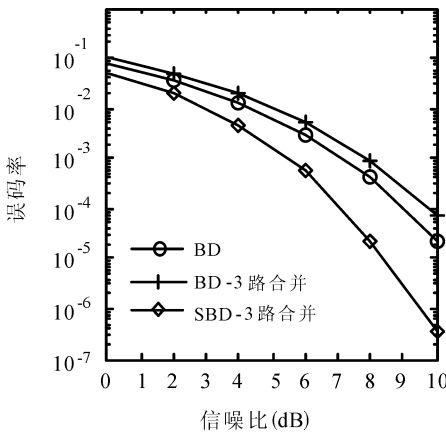


图 2 空间复用发送策略误码率 ($\{2,2\} \times 4$)
Fig. 2 BER of spatial multiplexing transmission ($\{2,2\} \times 4$)

图 3 仿真了 $\{2,2\} \times 4$ 天线配置 MU-MIMO 系统采用空间分集发送策略时,接收端进行多路合并的误码率性能曲线. 图中同时给出 BD 预编码算法发送一路数据流的误码率曲线作为参考. 由图 3 可以看出,采用 BD 算法发送两路数据流时,由于数据流间有效信道增益的不平衡性,使得两路信号合并后,误码性能差于只发送一路数据流的情况,但与图 2 中空间复用发送策略相比,由于获得多路合并的空间分集,误码率已经降低很多. 而本文所提 SBD 算法,由于各数据流间的有效信道增益更加平衡,因此在接收端进行合并后获得了更大的空间分集增益,误码性能最佳. 由图 3 可以看到,在误码率为 10^{-3} 时,与只发送一路数据流的 BD 算法相比,SBD 算法可以获得 1.3 dB 的增益,而与 BD 算法两路合并接收相比,可以获得近 2 dB 的增益。

为了进一步验证本文所提算法的性能,图 4 仿真了 $\{3,3\} \times 6$ 天线配置 MU-MIMO 系统采用空间分集发送策略时的性能曲线. 与图 3 对比,得到相同的结论. 在进行多数据流发送时,发射端预编码,接收端合并,SBD 算法的误码性能明显优于 BD 算法。

图 3 空间分集发送策略误码率($\{2,2\} \times 4$)Fig. 3 BER of spatial diversity transmission ($\{2,2\} \times 4$)图 4 空间分集发送策略误码率($\{3,3\} \times 6$)Fig. 3 BER of spatial diversity transmission ($\{3,3\} \times 6$)

5 结 论

针对 MU-MIMO 系统中广泛采用的 BD 预编码算法在发送多路数据时存在各数据流间有效信道增益不平衡问题,提出 SBD 预编码算法,通过新的零空间矢量的求解方法,获得新的预编码矩阵.文中对 SBD 算法进行了理论推导分析,所提算法大大降低了等效信道的天线间干扰.同时提出空间分集的发送策略,发射端发送相同的数据流,接收端译码后进行合并.仿真结果表明,SBD 算法可以有效地平衡各数据流信道增益,显著地降低系统的误码率,提高系统的可靠性.

参考文献:

- [1] Fang S, Wu J, Yue Z, *et al.* Simplified QR-decomposition based and lattice reduction assisted multiuser multiple-input-multiple-output precoding scheme [J]. IET Commun, 2016, 10: 586.
- [2] Zu K, Lin J, Lamare R C, *et al.* Generalized design of low-complexity block diagonalization type precod-

- ing algorithms for multiuser MIMO systems [J]. IEEE Trans Commun, 2013, 61: 4232.
- [3] Kong N, Zhang Z, Cartelli J, *et al.* Downlink multiuser MIMO methods for spatial diversity gain over a frequency flat or selective fading channel [C]// Computing, Networking and Communications (ICNC). California, USA: IEEE, 2015.
- [4] Fan J, Xu Z, Li G Y. Performance analysis of MU-MIMO in downlink cellular networks [J]. IEEE Commun Lett, 2015, 19: 2041.
- [5] Nguyen D H N, Nguyen-Le H, Le-Ngoc T. Block-diagonalization precoding in a multiuser multicell MIMO system: competition and coordination [J]. IEEE Trans Wirel Commun, 2014, 13: 968.
- [6] Chavali N K, Kuchi K, Reddy V U. Downlink MU-MIMO with THP combined with pre-and post-processing and selection of the processing vectors for maximization of per stream SNR [J]. IEEE Trans Veh Technol, 2016, 99: 1.
- [7] Mehana A H. Performance analysis of downlink multiuser MIMO with wiener precoding [C]// IEEE International Conference on Communications (ICC). London, UK: IEEE, 2015.
- [8] Moon S, Lee S, Kim J, *et al.* Channel quantization for block diagonalization with limited feedback in multiuser MIMO downlink channels [J]. J Commun Netw, 2014, 16: 1.
- [9] Sadek M, Tarighat A, Sayed A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels [J]. IEEE Trans Wirel Commun, 2007, 6: 1711.
- [10] Cheng P, Tao M, Zhang W. A new SLNR-based linear precoding for downlink multi-user multi-stream MIMO systems [J]. IEEE Commun Lett, 2010, 14: 1008.
- [11] Sung H, Lee R, Lee I. Generalized channel inversion methods for multiuser MIMO systems [J]. IEEE Trans Commun, 2009, 57: 3489.
- [12] Zu K, Lamare R C. Low-complexity latticeaided regularized block diagonalization MU-MIMO systems [J]. IEEE Commun Lett, 2012, 16: 1.
- [13] Tran T X, The K C. Performance analysis of massive multiuser multiple-input multiple output systems with block diagonalization [J]. IET Commun, 2016, 10: 832.
- [14] Ni W, Dong X. Hybrid block diagonalization for massive multiuser MIMO systems [J]. IEEE Trans Commun, 2016, 64: 201.
- [15] Yao C, Sheng L, Fiorian R, *et al.* An efficient Transmission strategy for the multicarrier multiuser MIMO downlink [J]. IEEE Trans Veh Technol, 2014, 63: 628.