

doi: 10.3969/j.issn.0490-6756.2017.06.013

# 双基地 FDA-MIMO 雷达角度、距离 及速度无模糊估计方法

赵智昊, 王志民, 孙 扬

(解放军信息工程大学, 郑州 450001)

**摘要:** 在传统的相控阵雷达中, 由于受到脉冲重复周期(PRF)的限制, 距离估计精度和速度估计精度往往难以同时得到提高. 该文将频控阵(FDA)和双基地多输入多输出(MIMO)雷达相结合, 提出了一种基于双基地 FDA-MIMO 雷达的角度、距离及速度联合估计方法. 文章首先利用 FDA 技术, 使得雷达的发射矢量中包含目标的角度、距离甚至速度信息. 然后提出了基于子阵的波形设计和解耦合算法以对发射矢量中距离-速度进行解耦合处理, 并利用传统的子空间类算法对目标的发射角(DOD)、接收角(DOA)、距离和速度进行估计, 最后文章提出了基于 FDA 的解模糊方法以解决距离和速度模糊问题. 另外, 该文推导了该方法下参数估计的克拉美罗界(CRB)并分析了其性能. 仿真结果验证了所提出方法的能够对目标的角度、距离和速度进行无模糊的联合估计.

**关键词:** 双基地 MIMO 雷达; 频控阵; 角度、距离及速度联合估计; 距离及速度解模糊

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 0490-6756(2017)06-1202-09

## Joint angle, range and velocity unambiguous estimation for bi-static FDA-MIMO radar system

ZHAO Zhi-Hao, WANG Zhi-Min, SUN Yang

(Information Engineering University, Zhengzhou 450000, China)

**Abstract:** It is known that velocity estimation ambiguities can be eliminated and range estimation ambiguities may appear with high pulse repetition frequency (PRF) in traditional phased-array (PA) radar. In this paper, a joint unambiguous angle, range and velocity estimation method is proposed for bi-static Multiple-Input-Multiple-Output (MIMO) radar with frequency diverse array (FDA). First, with the FDA, the transmit steering matrix carries angle, range even velocity information. Then, a subarray-based transmitted waveform and decoupling approach are designed to solve range-angle coupling in transmit steering matrix. Utilizing the subspace decomposition algorithm, the direction-of-departure (DOD), direction-of-arrival (DOA), range and velocity parameters are estimated. Finally, the ambiguity resolve methods based on FDA are proposed to deal with the ambiguities of range and velocity estimation. Additionally, Cramér-Rao bounds (CRB) for these parameters are derived and the performance of this radar is analyzed. Simulation results indicates the validity of the proposed method.

**Keywords:** Bi-static MIMO radar; FDA; Joint angle range and velocity estimation; Range and velocity ambiguity

收稿日期: 2016-10-26

基金项目: 国家 863 计划项目(2012AA01A502, 2012AA01A505)

作者简介: 赵智昊(1992-), 男, 硕士生, 研究方向为 MIMO 雷达参数估计. E-mail: 18606630471@163.com

## 1 引言

多输入多输出(Multiple-Input-Multiple-Output, MIMO)雷达系统作为一种新的雷达体制,在近几年正受到越来越多的关注.相对于传统相控阵雷达, MIMO雷达能够利用雷达天线结构或是发射正交波形来提高雷达的自由度(DOFs),从而提升雷达的探测性能<sup>[1-5]</sup>.目前, MIMO雷达主要分为分布式 MIMO雷达<sup>[2]</sup>和集中式 MIMO雷达<sup>[3]</sup>两种.其中,集中式 MIMO雷达又可分为单基地 MIMO雷达<sup>[6]</sup>和双基地 MIMO雷达<sup>[7]</sup>两种.本文主要针对双基地 MIMO雷达进行研究.

雷达的主要作用之一就是获取目标的位置信息包括角度、距离和速度.利用双基地 MIMO雷达我们能够得到目标的二维角度信息,同时利用脉冲雷达我们能够得到目标的距离和速度信息.然而,由于受到 PRF 的限制,距离估计精度和速度估计精度往往难以同时得到提高<sup>[8]</sup>.不同于传统相控阵雷达,我们可以利用 MIMO 雷达波形分集的特征设计特殊波形来解决这一问题.

一种有效的解决办法就是利用类似于 FDA 雷达的方法,让雷达波形中包含目标的角度-距离信息.不同于传统雷达, FDA 雷达中的发射信号载频随着发射阵列而变化<sup>[9]</sup>.由于不同天线发射载频不同,因此我们可以得到一种包含距离-角度信息的波形<sup>[10]</sup>,从而能够对目标角度和距离进行同时估计<sup>[11]</sup>.文献[12,13]将 FDA 和波形分集(WD) MIMO 雷达相结合并研究其波形特性,文献[14,15]对频率分集下 Phased-MIMO 雷达的波形方向图进行了研究.关于 FDA-MIMO 雷达的参数估计,文献[16]利用了 MLE 算法实现了角度和距离的无模糊联合估计,而文献[17]则利用了基于稀疏重构的算法进行参数估计.然而文献[16]没有考虑角度-距离信息的耦合问题并进行相应的发射波形改进,因此,该方法下的角度估计 CRB 要高于传统 MIMO 雷达.通过这些研究,可以发现单基地的 FDA-MIMO 雷达能够获得目标的 DOA 和距离信息从而确定目标的 2 维位置,类似的,利用双基地 FDA-MIMO 雷达则可以估计目标的 DOA、DOD 和距离参数从而获得的 3 维坐标信息.对于角度-距离的耦合问题,文献[18]将发射阵列分为 2 个子阵并且每个子阵采用不同的频率增量,而文献[19]则通过发射频率增量分别为零和非零的两种脉冲

来解耦合.同时,由于目标的多普勒频移与信号载频有关系,因此可以利用 FDA-MIMO 雷达信号载频的特征,在发射矢量中进一步挖掘目标的速度信息,从而解决利用多普勒测速的模糊问题.

本文利用双基地 FDA-MIMO 雷达对目标的角度、距离和速度参数进行估计并对距离和速度参数进行解模糊处理.首先推导了 FDA-MIMO 雷达下的接收信号形式,通过推导发现了频率增量和目标速度之间的关系从而为速度解模糊提供条件.为了实现角度-距离信息的解耦合,本文设计了一种基于子阵的发射波形及相应的解耦合方法,并利用空间平滑和 ESPRIT 算法,得到目标的参数信息.然后根据距离的估计结果和脉冲法测得的结果对距离估计进行解模糊,另外结合 FDA-MIMO 雷达的特性,提出了一种基于 MUSIC 的速度解模糊算法解决了多普勒测速下的速度模糊问题.最后,本文推导了双基地 FDA-MIMO 雷达参数估计的 CRB.

## 2 发射波形设计及信号模型

考虑一个包含  $M$  个发射天线  $N$  个接收天线的双基地 FDA-MIMO 雷达系统,其发射天线的间距为  $d_t$ ,接收天线的间距为  $d_r$ .将第一个发射天线作为参考点,则第  $m$  个天线上的信号载频为

$$f_m = f_0 + (m-1)\Delta f, m=1,2,\dots,M \quad (1)$$

其中,  $f_0$  是雷达原始载频;  $\Delta f$  是频率增量,该频率增量很小且相对于载频可以忽略.则第  $m$  个天线上的发射信号为

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{E}{M}} \varphi_m(t) e^{j2\pi f_m t}, 0 \leq t \leq T, \\ m=1,2,\dots,M \quad (2)$$

其中,  $E$  是发射总能量;  $\varphi_m(t)$  表示归一化能量下的发射波形;  $T$  是脉冲时延.现假设发射波形满足正交性.

考虑一个无噪条件下的双基地 FDA-MIMO 雷达探测场景并选取第一个接收天线为接收端的参考点.第  $p$  ( $p=1,2,\dots,P$ ) 个目标的坐标为  $(R_{tp}, R_{rp}, \theta_p, \varphi_p)$  且其速度为  $(v_{tp}, v_{rp})$ .其中  $R_{tp}$  和  $R_{rp}$  分别为目标-发射端距离和目标-接收端距离,  $\theta_p$  和  $\varphi_p$  分别为目标 DOD 和 DOA,  $v_{tp}$  和  $v_{rp}$  分别表示目标-发射端和目标-接收端径向速度.0 显示了该雷达系统工作场景.则经匹配滤波器处理后第  $l$  ( $l=1,2,\dots,L$ ) 个脉冲下,第  $p$  个目标从第  $m$  个发射天线到第  $n$  个接收天线的信号能够表示为

$$\begin{aligned}
x_{mp}(l) &= \sqrt{\frac{E}{M}} \xi_p e^{j2\pi f_m(\tau_{pl} - \tau_m - \tau_n)} \approx \\
&\sqrt{\frac{E}{M}} \xi_p e^{j2\pi(f_0 + (m-1)\Delta f)(R_{ip} + R_{rp} - v_{ip}\tau_{pl} - v_{rp}\tau_{pl})/c - d_t(m-1)\sin(\theta_p)/c - d_r(n-1)\sin(\varphi_p)/c} = \\
&\sqrt{\frac{E}{M}} \xi_p e^{j2\pi f_0 \frac{R_p}{c}} e^{-j2\pi(m-1)d_t \frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi(m-1)\Delta f \frac{R_p}{c}} \times \\
&e^{-j2\pi(m-1)\Delta f \frac{v_p}{c}(l-1)T} e^{-j2\pi f_0 \frac{v_p}{c}(l-1)T} e^{-j2\pi(n-1)d_r \frac{\sin(\varphi_p)}{\lambda}}
\end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\xi_p$  表示目标的复散射系数;  $\tau_{pl}$  表示第  $l$  个脉冲下发射参考点到接收参考点之间的时延;  $\tau_m$  和  $\tau_n$  分别是第  $m$  个发射天线和第  $n$  个接收天线的相对时延;  $R_p = R_{ip} + R_{rp}$  表示两个距离之和而  $v_p = v_{ip} + v_{rp}$  表示两个速度之和.

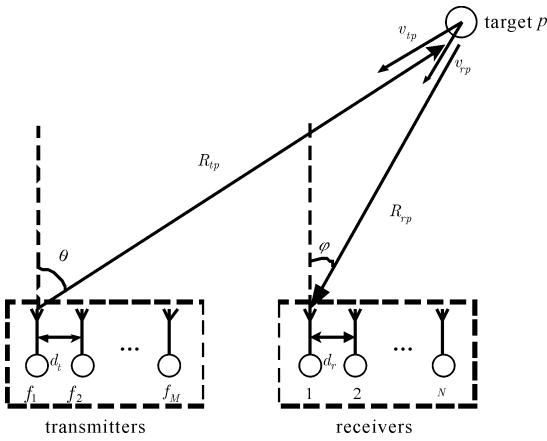


图 1 双基地 FDA-MIMO 雷达系统工作模型

Fig. 1 Illustration of the bi-static FDA-MIMO radar system geometry

如式 (3) 所示, 对于第  $p$  个目标而言,  $e^{-j2\pi(m-1)d_t \sin(\theta_p)/\lambda}$  和  $e^{-j2\pi(m-1)\Delta f R_p/c}$  分别包含了 DOD 和距离信息并且与发射阵列有关; 在  $e^{-j2\pi f_0 v_p(l-1)T/c}$  中,  $f_0 v_p/c$  表示目标的多普勒频移且其与脉冲数有关;  $e^{-j2\pi(n-1)d_r \sin(\varphi_p)/\lambda}$  包含了目标的 DOA 信息且与接收阵列有关; 而  $e^{-j2\pi(m-1)\Delta f v_p(l-1)T/c}$  包含了速度信息且与发射阵列和脉冲数有关, 并且当脉冲数  $l$  较小的时候其大小相对于其他部分可以忽略, 而当  $l$  较大且其大小可以测量时, 该项可以用来解决速度估计模糊的问题.

如果令第一个发射天线作为参考点, 则对于第  $p$  个目标而言, FDA-MIMO 雷达的发射矢量为

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_t(\theta_p, R_p) &= \\
&[1, e^{-j2\pi d_t \frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi \Delta f \frac{R_p}{c}}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d_t \frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} \\
&e^{-j2\pi(M-1)\Delta f \frac{R_p}{c}}]^T
\end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{a}_t \in C^{M \times 1}$ ; 从发射矢量的表达式中可以发现

距离和角度信息产生了耦合且会对 DOD 和距离的估计造成影响. 为了解决耦合问题, 我们将发射阵列中心视为参考点并等分为 2 个子阵. 假设发射阵列天线个数为  $M$ , 每个子阵的个数为  $(M+1)/2$ . 为了使参数估计的 CRB 最小, 设计第一个子阵的频率增量为  $-\Delta f$ , 第二个为  $\Delta f$ <sup>[20]</sup>. 则新的第  $p$  个目标的发射矢量为

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_t(\theta_p, R_p) &= \\
&[e^{j2\pi \frac{M-1}{2} d_t \frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi \frac{M-1}{2} \Delta f \frac{R_p}{c}}, \dots, e^{j2\pi d_t \frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi \Delta f \frac{R_p}{c}}, 1, \\
&e^{-j2\pi d_t \frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi \Delta f \frac{R_p}{c}}, \dots, e^{-j2\pi \frac{M-1}{2} d_t \frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} \\
&e^{-j2\pi \frac{M-1}{2} \Delta f \frac{R_p}{c}}]^T
\end{aligned} \quad (5)$$

则第  $l$  个脉冲的接收信号为

$$\mathbf{x}(l) = \mathbf{A}_r(\varphi) \text{diag}(\mathbf{a}(v, l)) \mathbf{A}_t(\theta, R)^T + \mathbf{w}(l) \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{A}_r \in C^{N \times P}$ ,  $\mathbf{A}_t \in C^{M \times P}$ ,  $\mathbf{a}_t \in C^{P \times 1}$ ; 发射导向矩阵为  $\mathbf{A}_t(\theta, R) = [\mathbf{a}_t^M(\theta_1, R_1), \dots, \mathbf{a}_t^M(\theta_p, R_p)]$ ; 接收导向矩阵为  $\mathbf{A}_r(\varphi) = [\mathbf{a}_r^N(\varphi_1), \mathbf{a}_r^N(\varphi_2), \dots, \mathbf{a}_r^N(\varphi_p)]$ ; 接收导向矢量为  $\mathbf{a}_r(\varphi_p) = [1, e^{-j2\pi d_r \sin(\varphi_p)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)d_r \sin(\varphi_p)/\lambda}]^T$ ; 矢量  $\mathbf{a}(v, l) = \sqrt{E/M} [\xi_1 e^{-j2\pi f_0 v_1(l-1)T/c}, \dots, \xi_p e^{-j2\pi f_0 v_p(l-1)T/c}]^T$  包含目标的复散射系数和多普勒频移;  $\mathbf{w}(l) \in C^{N \times M}$  表示零均值高斯白噪声矩阵且其协方差矩阵为  $\sigma_n^2 \mathbf{I}_N$ . 在该情景下  $L$  的值较小且变量  $e^{-j2\pi(m-1)\Delta f v_p(l-1)T/c}$  可以忽略.

因而  $L$  个脉冲后的接收信号经向量化后可以表示为

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{B}(v) \odot \mathbf{A}_t(\theta, R) \odot \mathbf{A}_r(\varphi)) \mathbf{h} + \mathbf{W} \quad (7)$$

其中,  $\odot$  表示 Khatri-Rao 积;  $\mathbf{B}(v) = [\mathbf{b}(v_1), \mathbf{b}(v_2), \dots, \mathbf{b}(v_p)]$  表示目标多普勒矩阵且  $\mathbf{b}(v_p) = [1, e^{-j2\pi f_0 v_p T/c}, \dots, e^{-j2\pi f_0 v_p(l-1)T/c}]$ ;  $\mathbf{h} = [\sqrt{E/M} \xi_1, \sqrt{E/M} \xi_2, \dots, \sqrt{E/M} \xi_p]^T$  表示目标散射系数;  $\mathbf{W} \in C^{LMN \times 1}$  表示零均值高斯白噪声矢量. 则信号协方差矩阵为

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_Y &= \\
&(\mathbf{B}(v) \odot \mathbf{A}_t(\theta, R) \odot \mathbf{A}_r(\varphi))
\end{aligned}$$

$$\mathbf{R}_h(\mathbf{B}(v) \odot \mathbf{A}_t(\theta, R) \odot \mathbf{A}_r(\varphi))^H + \mathbf{Q} = \mathbf{C}\mathbf{R}_h\mathbf{C}^H + \mathbf{Q} \quad (8)$$

式(8)中,  $\mathbf{R}_h = hh^H$ ,  $\mathbf{C} = \mathbf{B}(v) \odot \mathbf{A}_t(\theta, R) \odot \mathbf{A}_r(\varphi)$  为联合导向矩阵, 噪声协方差矩阵  $\mathbf{Q}$  为 Hermitian 矩阵.

### 3 多参数无模糊估计

#### 3.1 基于 ESPRIT 算法的联合参数估计

矩阵  $\mathbf{R}_Y$  的秩为 1 且会导致特征分解后无法获得信号子空间和噪声子空间矩阵. 因此, 我们利用空间平滑技术解决这一问题; 同时, 考虑到角度兼并问题, 我们采用类似于文献[21]的方法, 针对接收导向矢量和多普勒矢量进行前向空间平滑得

到矩阵  $\mathbf{R}_Y^f \in C^{l_0 M n_0 \times l_0 M n_0}$ . 对  $\mathbf{R}_Y^f$  进行特征分解得到信号子空间矩阵  $\mathbf{E}_s \in C^{l_0 M n_0 \times P}$ . 由于  $\text{span}\{\mathbf{E}_s\} = \text{span}\{\mathbf{C}_0\}$ , 则  $\mathbf{E}_s$  能被表示为

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{C}_0 \mathbf{T}^{-1} \quad (9)$$

将  $\mathbf{E}_s$  分为 2 个子矩阵  $\mathbf{E}_{s1}$  和  $\mathbf{E}_{s2}$ , 然后我们可以得到

$$\mathbf{E}_{s1}^* \mathbf{E}_{s2} = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Phi}(v, \varphi) \mathbf{U}_s^{-1} \quad (10)$$

其中,  $\boldsymbol{\Phi}(v, \varphi)$  为包含了 DOD 和速度信息的对角阵. 从(9)和(10)可以看出,  $\mathbf{U}_s$  和  $\mathbf{T}$  均为  $\mathbf{E}_{s1}^* \mathbf{E}_{s2}$  的特征向量, 因此, 易得联合导向矢量的估计结果:

$$\hat{\mathbf{C}}_0 = \mathbf{E}_s \mathbf{U}_s \quad (11)$$

根据  $\hat{\mathbf{C}}_0$  的特点, 可以得到 DOD、DOA、距离和速度的估计值

$$\hat{\varphi}_p = \text{acsin} \left( \frac{\lambda}{2\pi d_r l_0 M (n_0 - 1)} \sum_{l=1}^{l_0} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{n_0-1} \text{angle} \left( \frac{\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + (m-1)n_0 + n + 1, p)}{\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + (m-1)n_0 + n, p)} \right) \right) \quad (12)$$

$$\hat{v}_p = \frac{c}{2\pi f_0 T (l_0 - 1) M n_0} \sum_{l=1}^{l_0-1} \sum_{n=1}^{M n_0} \text{angle} \left( \frac{\hat{\mathbf{C}}_0(lMn_0 + n, p)}{\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + n, p)} \right) \quad (13)$$

其中,  $\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + (m-1)n_0 + n + 1, p)$  表示  $\hat{\mathbf{C}}_0$  的第  $((l-1)Mn_0 + (m-1)n_0 + n + 1, p)$  个元素. 为了对 DOD 和距离进行估计, 结合基于子阵的波形设计, 可以将  $\hat{\mathbf{C}}_0$  分为 2 个子矩阵进行解耦和估计

$$\hat{\beta}_{p1} = \frac{2}{l_0(M-1)n_0} \sum_{l=1}^{l_0} \sum_{m=1}^{(M-1)/2} \sum_{n=1}^{n_0} \text{angle} \left( \frac{\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + mn_0 + n, p)}{\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + (m-1)n_0 + n, p)} \right)$$

$$\hat{\beta}_{p2} = \frac{2}{l_0(M-1)n_0} \sum_{l=1}^{l_0} \sum_{m=(M+1)/2}^{M-1} \sum_{n=1}^{n_0} \text{angle} \left( \frac{\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + mn_0 + n, p)}{\hat{\mathbf{C}}_0((l-1)Mn_0 + (m-1)n_0 + n, p)} \right) \quad (14)$$

然后对 DOD 和距离进行分离操作

$$\hat{\beta}_\theta = \hat{\beta}_{p1} + \hat{\beta}_{p2} \quad \hat{\beta}_R = \hat{\beta}_{p1} - \hat{\beta}_{p2} \quad (15)$$

则 DOD 和距离的估计为

$$\hat{\theta}_p = \text{acsin} \left( \frac{\lambda}{4d_t \pi} \hat{\beta}_\theta \right) \quad (16)$$

$$\hat{R}_p = \frac{c}{4\pi \Delta f} \hat{\beta}_R \quad (17)$$

由于同一目标的 4 个参数是从联合导向矢量的同一列估计得出, 因此, 所有的参数均已自动配对. 同时, 由于是对接收导向矩阵和速度矩阵同时进行空间平滑处理, 因此目标的角度兼并问题能够得到缓解. 然而当目标 DOA 和速度相同时则仍会存在角度兼并问题. 考虑到发射波形和估计过程与传统 MIMO 雷达已经不同, 为了防止 DOD 估计的模糊问题, 发射天线的间距不应大于  $\lambda/4$ .

#### 3.2 距离解模糊

根据前文的方法可知, 当频率增量  $\Delta f$  增大时

距离估计的精度也随之增加. 然而, 当  $|\Delta f R_p / c| > 1/4$  将会产生距离估计模糊. 类似文献[16], 这里我们可以结合距离估计的脉冲法来解模糊. 对于第  $p$  个目标, 假设脉冲法下的目标真实距离为

$$r_{tp} = \hat{r}_{ap} + (k_p - 1)r_w \quad (18)$$

其中,  $\hat{r}_{ap} = c\tau_p$  且  $\tau_p$  是目标的脉冲时延;  $k_p$  是整数且表示距离模糊值且  $k_p \in [1, N_a]$ , 其中  $N_a$  表示最大模糊距离, 该距离和雷达的最大探测距离有关;  $r_w = c/f_{PRF}$  是最大无模糊距离, 其中  $f_{PRF}$  表示脉冲重复周期. 在目标实际距离  $r_p$  和脉冲法下的目标真实距离  $r_{tp}$  之间存在一定误差, 误差范围为  $[-c/2B, c/2B]$ , 其中  $B$  表示脉冲宽度.

则在 FDA-MIMO 雷达下利用 ESPRIT 方法的目标无模糊距离估计可以表示为

$$r_{\Delta f p} = \hat{R}_p + (q_p - 1)r_{w\Delta f} = r_p \quad (19)$$

其中  $q_p$  是整数表示了该方法下的目标模糊数;且  $r_{u\Delta f} = c/4\Delta f$  表示无模糊距离.

根据式(18)和式(19),我们能够得出无模糊的距离估计值:

$$\min_{k_p, q_p} \{k_p + q_p\}, k_p, q_p \in N$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} 1 \leq k_p \leq N_a \\ |r_{ip} - r_{\Delta f p}| \leq \frac{c}{2B} \end{cases} \quad (20)$$

关于频率增量的选择可以采用类似文献[16]的方法. 但要注意的是,由于将发射端分割为 2 个子阵且采用了相应的解耦合算法,因此,本文的频率增量应为文献[16]中频率增量的一半.

### 3.3 速度解模糊

通过式(3)可知,  $f_0 T$  越大,速度估计的精度就越精确. 同时,当 PRF 越大,多普勒模糊就越小,且当  $|f_0 v_p T/c| > 1/2$  时,速度估计将会出现模糊. 我们可以利用接收信号中  $e^{-j2\pi(m-1)\Delta f v_p (l-1)T/c}$  这一项来解决这一模糊问题. 首先,我们选择较大的脉冲数值  $l = L_a, L_a > L$  使得  $e^{-j2\pi(m-1)\Delta f v_p (l-1)T/c}$  能够被测量,且此时的接收信号为

$$\mathbf{x}(L_a) = (\mathbf{A}_t(\theta, R, v, L_a) \odot \mathbf{A}_r(\varphi)) \mathbf{a}^p(v, L_a) + \omega(L_a) = C_v(L_a) + \omega(L_a) \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{A}_t(\theta, R, v, L_a) = [\mathbf{a}_t(\theta_1, R_1, v_1, L_a), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_p, R_p, v_p, L_a)]$ , 且  $\mathbf{a}_t(\theta_i, R_i, v_i, L_a)$  能表示为

$$\mathbf{a}_t(\theta_p, R_p, v_p, L_a) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi\frac{M-1}{2}d_t\frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi\frac{M-1}{2}\Delta f\frac{R_p}{c}} e^{-j2\pi\frac{M-1}{2}\Delta f\frac{v_p}{c}(L_a-1)T} \\ \vdots \\ e^{j2\pi l_t\frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi\Delta f\frac{R_p}{c}} e^{-j2\pi\Delta f\frac{v_p}{c}(L_a-1)T} \\ 1 \\ e^{-j2\pi l_t\frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi\Delta f\frac{R_p}{c}} e^{-j2\pi\Delta f\frac{v_p}{c}(L_a-1)T} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi\frac{M-1}{2}d_t\frac{\sin(\theta_p)}{\lambda}} e^{-j2\pi\frac{M-1}{2}\Delta f\frac{R_p}{c}} e^{-j2\pi\frac{M-1}{2}\Delta f\frac{v_p}{c}(L_a-1)T} \end{bmatrix} \quad (22)$$

类似的,利用空间平滑方法可以得到基于两个发射子阵的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{L_a1}^f$  和  $\mathbf{R}_{L_a2}^f$ . 假设第  $p$  个目标的真实速度为

$$v_p = \hat{v}_p + (d-1)v_u \quad (22)$$

其中,  $d$  是整数表示速度模糊值且  $d \in [-N_v, N_v]$ ;  $N_v$  是模糊速度的最大值,该速度与目标的实际速度有关;  $v_u = c/2f_0 T$  是最大无模糊速度. 既然  $R, \theta$  和  $\varphi$  的估计值都已经得到,速度的无模糊估计值仅与  $d$  有关. 利用 MUSIC 算法可以估计出  $d$  的值. 对  $\mathbf{R}_{L_a1}^f$  和  $\mathbf{R}_{L_a2}^f$  进行特征分解得到噪声子空间  $\hat{\mathbf{U}}_{N1}$  和  $\hat{\mathbf{U}}_{N2}$ , 则  $d$  可通过下式计算得到

$$\hat{d} = \arg \max_d \left( \frac{1}{C_{v1}(L_a)^H \hat{\mathbf{U}}_{N1} \hat{\mathbf{U}}_{N1}^H C_{v1}(L_a) + C_{v2}(L_a)^H \hat{\mathbf{U}}_{N2} \hat{\mathbf{U}}_{N2}^H C_{v2}(L_a)} \right) \quad (24)$$

其中,  $C_{v1}(L_a) = (\mathbf{A}_{t1}(\theta, R, v, d, L_a) \odot \mathbf{A}_r(\varphi)) \mathbf{a}(v, d, L_a)$ ,  $C_{v2}(L_a) = (\mathbf{A}_{t2}(\theta, R, v, d, L_a) \odot \mathbf{A}_r(\varphi)) \times \mathbf{a}(v, d, L_a)$ , 为基于两个发射子阵的导向矩阵, 式中  $\mathbf{A}_{t1}, \mathbf{A}_{t2} \in C^{(M+1)/2 \times P}$ . 为了确保  $e^{-j2\pi(m-1)\Delta f v_p (l-1)T/c}$  足够大,  $L_a$  应该满足  $1/100 < \Delta f N_v L_a / 2f_0 < 1$ .

## 4 CRB 计算及性能分析

为了研究双基地 FDA-MIMO 雷达的性能,我们推导了 4 个参数的 CRB,同时也对发射端距离和 DOD 信息的耦合问题进行了分析.

首先,我们计算无模糊条件下的 CRB. 未知参数如下

$$\Psi = [\alpha^T, \sigma]^T = [v, \theta, R, \varphi, \bar{\xi}, \bar{\xi}, \sigma]^T \quad (25)$$

其中,  $\sigma$  表示噪声,  $\alpha = [v, \theta, R, \varphi, \bar{\xi}, \bar{\xi}]^T$  表示目标参数, 其中  $\bar{\xi} = \text{Re}\{\xi\}$ ,  $\bar{\xi} = \text{Im}\{\xi\}$ . 因此,对于感兴趣参数的 Fisher 信息矩阵(FIM)为

$$\mathbf{F} = \frac{2KE}{M} \left[ \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re} \left\{ \left( \frac{\partial \xi \mathbf{u}(v, \theta, R, \varphi)}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right)^H \left( \frac{\partial \xi \mathbf{u}(v, \theta, R, \varphi)}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right) \right\} \right] \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{u}(v, \theta, R, \varphi) = \mathbf{B}^{L \times 1}(v) \otimes \mathbf{A}_r^{M \times 1}(\theta, R) \otimes \mathbf{A}_r^{N \times 1}(\varphi)$ , 且  $K$  为采样点数. 然后我们定义 4 个辅助变量:  $\mathbf{u}_v = \partial \mathbf{u} / \partial v$ ,  $\mathbf{u}_R = \partial \mathbf{u} / \partial R$ ,  $\mathbf{u}_\varphi = \partial \mathbf{u} / \partial \varphi$ ,  $\mathbf{u}_\theta = \partial \mathbf{u} / \partial \theta$ .

利用 Schur 变换, 将 FIM 变为

$$\mathbf{F} = \frac{2KE|\xi|^2}{M\sigma^2} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} = \frac{2KE|\xi|^2}{M\sigma^2} \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \times \\ \times & \times \end{bmatrix} \quad (27)$$

其中

$$\mathbf{F}_{11} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{u}_v\|^2 & \operatorname{Re}\{u_v^H u_\theta\} & \operatorname{Re}\{u_v^H u_R\} & \operatorname{Re}\{u_v^H u_\varphi\} \\ \operatorname{Re}\{u_v^H u_\theta\} & \|\mathbf{u}_\theta\|^2 & \operatorname{Re}\{u_\theta^H u_R\} & \operatorname{Re}\{u_\theta^H u_\varphi\} \\ \operatorname{Re}\{u_v^H u_R\} & \operatorname{Re}\{u_\theta^H u_R\} & \|\mathbf{u}_R\|^2 & \operatorname{Re}\{u_R^H u_\varphi\} \\ \operatorname{Re}\{u_v^H u_\varphi\} & \operatorname{Re}\{u_\theta^H u_\varphi\} & \operatorname{Re}\{u_R^H u_\varphi\} & \|\mathbf{u}_\varphi\|^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{21}^T = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{u_v^H u\} & -\operatorname{Im}\{u_v^H u\} \\ \operatorname{Re}\{u_\theta^H u\} & -\operatorname{Im}\{u_\theta^H u\} \\ \operatorname{Re}\{u_R^H u\} & -\operatorname{Im}\{u_R^H u\} \\ \operatorname{Re}\{u_\varphi^H u\} & -\operatorname{Im}\{u_\varphi^H u\} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{22} = [\|\mathbf{u}\|^2 \mathbf{I}_2] \quad (28)$$

$\mathbf{G} = \mathbf{F}_{11} - \mathbf{F}_{12} \mathbf{F}_{22}^{-1} \mathbf{F}_{21} = \operatorname{diag}(G_{11}, G_{22}, G_{33}, G_{44})$ , 其中  $G_{11} = \kappa_v^2 MNL(L^2 - 1)/12$ ,  $G_{22} = \kappa_\theta^2 MNL(M^2 - 1)/12$ ,  $G_{33} = \kappa_R^2 NL(M^2 - 1)(5M^2 + 3)/48M$ ,  $G_{44} = \kappa_\varphi^2 MNL(N^2 - 1)/12$ ;  $\kappa_v = 2\pi f_0 T/c$ ,  $\kappa_\theta = 2\pi d_r \cos(\theta)/\lambda$ ,  $\kappa_R = 2\pi \Delta f/c$ ,  $\kappa_\varphi = 2\pi d_r \cos(\varphi)/\lambda$ .

通过  $G$  的推导结果, 我们可以看到由于对发射端进行了基于子阵的设计使得距离和角度信息不再耦合, 因此  $E_\theta$  和  $E_R$  存在差异使得 FIM 能够进行求逆计算. 因此, 速度、DOD、距离和 DOA 的 CRB 分别为

$$D_v = \frac{1}{2KSNRLMN(L^2 - 1)\kappa_v^2} \quad (29)$$

$$D_\theta = \frac{1}{2KSNRLMN(M^2 - 1)\kappa_\theta^2} \quad (30)$$

$$D_R = \frac{1}{2KSNRLN(M^2 - 1)(M^2 + 3)\kappa_R^2} \quad (31)$$

$$D_\varphi = \frac{1}{2KSNRLMN(N^2 - 1)\kappa_\varphi^2} \quad (32)$$

其中,  $\operatorname{SNR} = (E|\xi|^2)/(M\sigma^2)$ , 由上式可以发现所有的 4 个参数都与 SNR、采样点数和阵列孔径有关. 同时, 速度估计的 CRB 与脉冲数目和  $\kappa_v$  有关, DOD 的 CRB 和发射阵列和  $\kappa_\theta$  有关, 距离估计的 CRB 和发射阵列及  $\kappa_R$  有关, DOA 的 CRB 与接收阵列的孔径及  $\kappa_\varphi$  有关.

在对距离和速度进行相应的解模糊处理后, 这两个参数的 CRB 也随之改善. 根据文献[16]的分析, 当  $\Delta f \leq B/2N_a$  时, 距离估计的 CRB 为

$$D_R \geq \frac{1}{2KSNRLN(M^2 - 1)(M^2 + 3)(\pi B)^2} \quad (33)$$

另外, 根据  $1/100 < \Delta f N_v L_a / 2f_0 < 1$ , 我们可以得到  $f_0 < \Delta f N_v L_a / 2$ , 则速度估计的 CRB 得到了改善, 相较于之前的 CRB 更小.

$$D_v > \frac{1}{2KSNRLMN(L^2 - 1)(\pi T \Delta f N_v L_a)^2} \quad (34)$$

## 5 仿真结果

为了验证上述联合角度、速度、距离参数估计的性能, 本章节将进行 2 个仿真实验, 仿真条件如表 1 所示.

表 1 双基地 FDA-MIMO 雷达仿真参数

Tab. 1 Parameters of Bi-static FDA-MIMO radar			
参数	值	参数	值
载频	3 GHz	脉冲数	10
频率增量	150625 Hz	$N_a$	6
PRF	5000 Hz	$N_v$	8
带宽	15 MHz	$L_a$	500
发射天线数目	19	发射天线间距	0.025 m
接收天线数目	10	接收天线间距	0.05 m

### 5.1 不同信噪比下的估计性能比较

为了验证双基地 FDA-MIMO 雷达的性能, 我们将其与传统双基地 MIMO 雷达和相控阵雷达进

行比较. 本例中,我们研究了这几种雷达参数估计的 RMSE 关于 SNR 的变化情况. 假设空间中有 2 个目标,一个目标的 DOD 为  $20^\circ$ , DOA 为  $25^\circ$ , 距离为 180 km, 速度为 430 m/s, 另一个 DOD 为  $30^\circ$ , DOA 为  $35^\circ$ , 距离为 270 km, 速度为 360 m/s, 采样点数为 256, 仿真进行了 1000 次蒙特卡洛实验, 值得注意的是, 2 个目标速度和距离在传统方法中均能产生模糊.

图 2 为 4 个参数的 RMSE 关于 SNR 的变化情况, 通过实验我们能得出以下结论: 1) 所有参数的 RMSE 均随 SNR 的增加而减少; 2) 由于 FDA-MIMO 雷达和传统 MIMO 雷达的发射阵列

结构相同, 同时, FDA-MIMO 雷达发射端的特殊设计, 因此这 FDA-MIMO 雷达与传统 MIMO 雷达的 DOD 和 DOA 估计结果相似, 同时 FDA-MIMO 雷达还能够对目标距离进行估计; 3) 由于发射端关于解耦合的波形设计, 因此 FDA-MIMO 雷达和传统 MIMO 雷达的角度 CRB 相同, 相较于文献[16]中 FDA-MIMO 雷达角度估计性能有所改善; 4) 由于虚拟孔径的增加, 因此两种 MIMO 雷达的 DOA 估计相较于相控阵雷达更精确; 5) 由于没有充分利用 MIMO 雷达发射分集的特性, 因此传统 MIMO 雷达和相控阵雷达均无法对速度和距离进行无模糊估计.

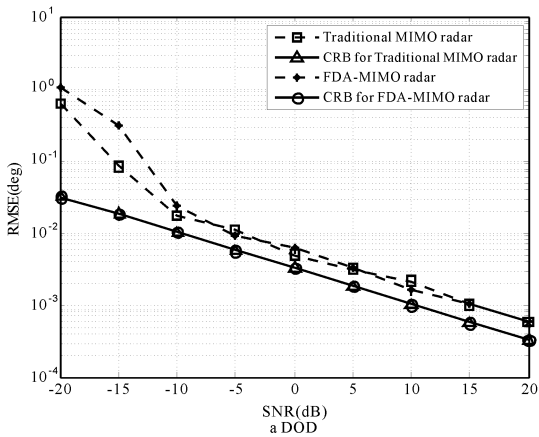


图 2(a) DOD 估计 RMSE 随 SNR 的变化情况  
Fig. 2(a) RMSE of DOD Estimation versus SNR

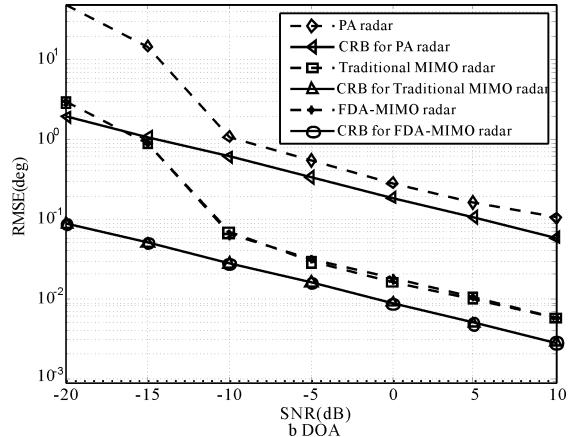


图 2(b) DOA 估计 RMSE 随 SNR 的变化情况  
Fig. 2(b) RMSE of DOA Estimation versus SNR

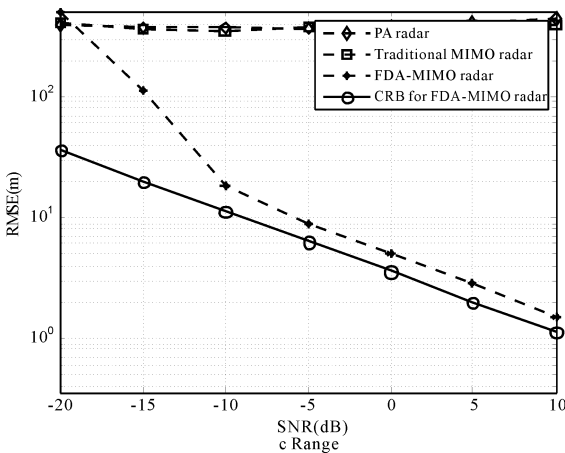


图 2(c) 距离估计 RMSE 随 SNR 的变化情况  
Fig. 2(c) RMSE of Range Estimation versus SNR

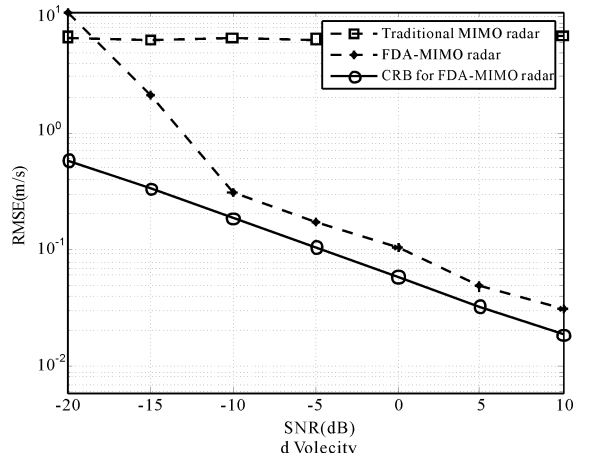


图 2(d) 速度估计 RMSE 随 SNR 的变化情况  
Fig. 2(d) RMSE of Velocity Estimation versus SNR

### 5.2 不同采样点下的估计性能比较

本例中,我们研究了 FDA-MIMO 雷达、传统双基地 MIMO 雷达和相控阵雷达参数估计的 RMSE 关于采样点数的变化情况, 仿真条件与前

者相同, 其中  $SNR = 0$  dB, 仿真结果如图 3 所示, 通过图 3 可以发现, 由于采样点数越多, 接收到的信息量就越大, 因此 4 个参数的 RMSE 均随着采样点数的增加而提高, 而 MIMO 雷达由于虚拟孔

径的存在,其角度估计相较于相控阵雷达的精度更高. 同样,由于发射端和参数估计的方法改进,因此双基地 FDA-MIMO 雷达在保证角度估计的精度

与传统 MIMO 雷达相同的情况下还能够进行距离和速度的无模糊估计.

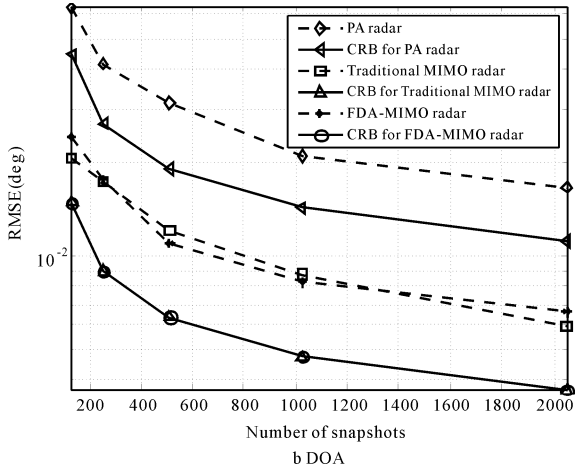
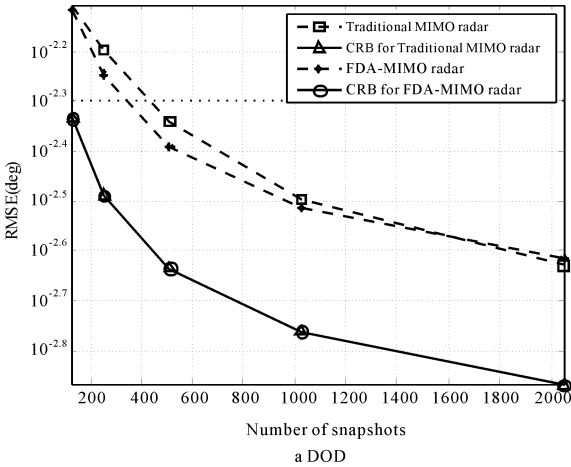


图 3(a) DOD 估计 RMSE 随采样点数变化情况  
Fig. 3(a) RMSE of DOD Estimation versus Snapshots

图 3(b) DOA 估计 RMSE 随采样点数变化情况  
Fig. 3(b) RMSE of DOA Estimation versus Snapshots

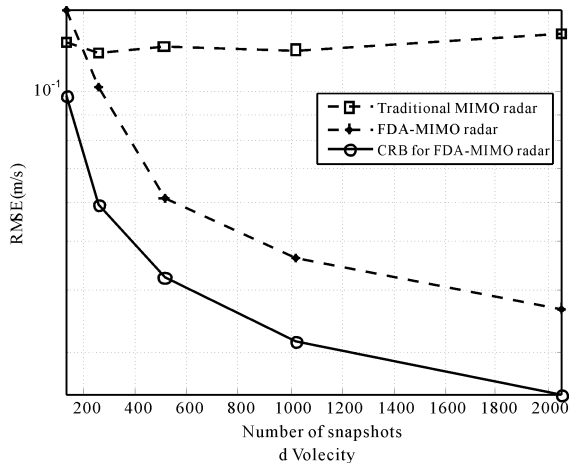
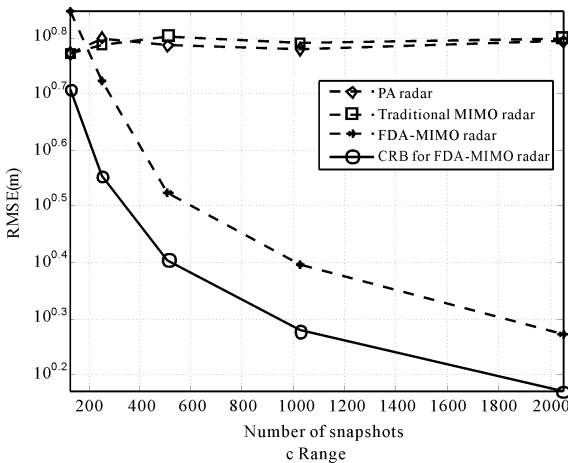


图 3(c) 距离估计 RMSE 随采样点数变化情况  
Fig. 3(c) RMSE of Range Estimation versus Snapshots

图 3(d) 速度估计 RMSE 随采样点数变化情况  
Fig. 3(d) RMSE of Velocity Estimation versus Snapshots

### 6 结论

本文提出了一种基于双基地 FDA-MIMO 雷达的联合角度、速度、距离无模糊估计方法,在该方法中,我们充分利用 MIMO 雷达发射分集的特性,让不同天线发射不同频率的信号,产生了一种随目标距离和角度变化的波形. 为了解决角度-距离信息耦合问题,我们设计了基于子阵的发射波形,同时利用空间平滑和 ESPRIT 算法,得到了 4 个参数的估计,结合传统脉冲法测距和发射信号中的速度信息,目标距离和速度的估计模糊问题得以解决.

同时文章对于双基地 FDA-MIMO 雷达下 4 个参数的 CRB 进行了推导. 仿真结果证实了双基地 FDA-MIMO 雷达在参数估计尤其是距离和速度无模糊估计上的优越性.

#### 参考文献:

[1] Fishler E, Haimovich A, Blum R. MIMO radar: an idea whose time has come [C]//Proceedings of the IEEE Radar Conference Philadelphia, Pennsylvania, USA: IEEE Press, 2004.

[2] Haimovich A M, Blum R S, Cimini L J. MIMO radar with widely separated antennas [J]. IEEE Sig-



- nal Proc Mag, 2008, 25: 116.
- [3] Gong P C, Li J, Zhang Z W, *et al.* Adaptive parameter estimation for colocated MIMO radar via sparse model [C] //Proceedings of the International Conference on Communication Problem-Solving (ICCP). Guilin: IEEE, 2015.
- [4] 顾帅楠, 李玉翔, 赵峰, 等. 基于非均匀子阵划分的 MIMO 雷达阵列设计研究 [J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2017, 54: 309.
- [5] 袁德诚, 王运锋. 杂波环境下雷达新建航迹处理方法分析 [J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2017, 54: 89.
- [6] Gupta V, Mishra A, Dwivedi S, *et al.* SBL-based joint target imaging and ler frequency estimation in monostatic MIMO radar systems [C] //Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Shanghai: IEEE, 2016.
- [7] Willis N J, Griffiths H D. Advances in BISTATIC RADAR [M]. Raleigh, NC: SciTech Publishing, 2007.
- [8] Hovanessian S A. An algorithm for calculation of range in a multiple PRF radar [J]. IEEE Trans Aerosp Elec Syst, 1976, 12: 287.
- [9] Antonik P, Wicks M C, Griffiths H D, *et al.* Range-dependent beamforming using element level waveform diversity [C] //Proceedings of the International Waveform Diversity Design Conference. Las Vegas, NV, USA: WDDC, 2006.
- [10] Xu J W, Xu Y H, Liao G S. Direct data domain based adaptive beamforming for FDA-MIMO RADAR [C] //Proceedings of the IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP). Spain, Palma de Mallorca: IEEE, 2016.
- [11] Wang W Q, So H C. Transmit subaperturing for range and angle estimation in frequency diverse array radar [J]. IEEE Trans Signal Proc, 2014, 62: 2000.
- [12] Sammartino P F, Baker C J, Griffiths H D. Range-angle dependent waveform [C] //Proceedings of the IEEE Radar Conference. Washington, DC, USA: IEEE, 2010.
- [13] Sammartino P F, Baker C J, Griffiths H D. Frequency diverse MIMO techniques for radar [J]. IEEE Trans Aerosp Elec Syst, 2013, 49: 201.
- [14] Wang W Q, Shao H Z. A flexible phased-MIMO array antenna with transmit beamforming [J]. Int J Antenn Propag, 2012 (1): 473.
- [15] Wang W Q. Phased-MIMO radar with frequency diversity for range-dependent beamforming [J]. IEEE Sensors J, 2013, 13: 1320.
- [16] Xu J W, Liao G S, Zhu S Q, *et al.* Joint range and angle estimation using mimo radar with frequency diverse array [J]. IEEE Trans Signal Proc, 2015, 63: 3396.
- [17] Chen H, Shao H Z. Sparse reconstruction based target localization with frequency diverse array MIMO radar [C] //Proceedings of the IEEE China SIP Conference on Signal and Information Processing. Chengdu: IEEE, 2015.
- [18] Wang Y B, Wang W Q. Frequency diverse array radar Cramér-Rao lower bounds for estimating direction, range, and velocity [J]. Int J Antenn Propag, 2014 (12): 1.
- [19] Wang W Q, Shao H Z. Range-angle localization of targets by a double-pulse frequency diverse array radar [J]. IEEE J Sel Top Signal Proc, 2014, 8: 106.
- [20] Wang Y B, Wang W Q, Hong S, *et al.* Optimal frequency diverse subarray design with cramér-rao lower bound minimization [J]. IEEE Antenn Wirel Pr, 2015, 14: 1188.
- [21] Hong S, Ke H Y, Wang X R, *et al.* Covariance differencing-based matrix decomposition for coherent sources localisation in bi-static MIMO radar [J]. IET Radar, Sonar Navig, 2014, 9: 540.